CEARÁ
GOVERNO DO ESTADO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

CADERNO DE ATIVIDADES

FORTALECENDO APRENDIZAGENS

MATEMÁTICA

8° E 9° ANOS

PROFESSOR

CIENTISTA CHEFE
EDUCAÇÃO

PACTO PELA APRENDIZAGEM

MAISPAIC

GOVERNADOR
Camilo Sobreira de Santana

VICE-GOVERNADORA
Maria Izolda Cela de Arruda Coelho

Secretária da Educação	Eliana Nunes Estrela
Secretário Executivo de Cooperação com os Municípios	Márcio Pereira de Brito
Coordenadora de Cooperação com os Municípios para Desenvolvimento da Aprendizagem na Idade Certa	Bruna Alves Leão
Articuladora da Coordenadoria de Cooperação com os Municípios para Desenvolvimento da Aprendizagem na Idade Certa	Marília Gaspar Alan e Silva
Equipe da Célula de Fortalecimento da Alfabetização e Ensino Fundamental - Anos Finais	Izabelle de Vasconcelos Costa (Orientadora) Tábita Viana Cavalcante (Gerente) Ednalva Menezes da Rocha Galça Freire Costa de Vasconcelos Carneiro Rafaella Fernandes de Araújo
Leitura Crítica	Tabita Viana Cavalcante Miranda
Revisão Gramatical	Antônia Varele da Silva Gama
Equipe Programa Cientista Chefe em Educação Básica	Jorge Herbert Soares de Lira (Coordenador)
Elaboração e revisão de texto	Antonio Caminha M. Neto Bruno Holanda Emiliano Augusto Chagas Fabricio Siqueira Benevides Fernando Pimentel Jorge Herbert Soares de Lira Samuel Barbosa Feitosa Ulisses Parente

Sumário

1 Apresentação do Material

Caro(a) professor(a), iniciamos, com este caderno, nossa colaboração com você e sua escola para, juntos, recuperarmos e fortalecermos o aprendizado de Matemática de nossas crianças e jovens no ensino básico em nosso estado e municípios! A avaliação de impacto da pandemia, realizada no fim do primeiro semestre deste ano, gerou evidências sobre quais conhecimentos e habilidades matemáticas estão mais fragilizadas entre alunos do quinto ano e do nono ano. Uma análise minuciosa dos dados, tanto estatística quanto pedagógica, revela que a Aritmética dos Números Racionais, em suas representações fracionária e decimal, está na base de tópicos e técnicas que devemos consolidar inicialmente ao longo de todos os anos finais do Ensino Fundamental. Ou seja, fortalecendo e construindo *novos significados e abordagens* para a Aritmética, teremos fundações firmes para a ampliação do repertório matemático e o desenvolvimento cognitivo de nossos alunos.

Utilizando este caderno, você pode planejar e executar vários percursos curriculares: o tempo e a profundidade com os quais você trabalhará cada tema devem ser ajustados a cada aula. Sugerimos que seu planejamento leve em conta o desempenho dos alunos nos exercícios sugeridos ao fim de cada seção. Ao longo do texto, indicamos *sequências de tarefas* que podem ser usadas em *avaliações formativas*: nessas avaliações, é importante que você não apenas corrija tarefas em termos de “certo” ou “errado”, mas reconheça as razões dos eventuais erros e identifique os pontos em que o aluno tem avanços e outros em que ele(a) ainda necessita de reforços. Em resumo, torna-se fundamental dar ao aluno não apenas uma nota, mas uma *devolutiva* completa, acompanhada, se possível, de um roteiro de estudos específico, tendo em conta os tópicos em que ele(a) mostre estar com dificuldades.

Resumamos, agora, os conteúdos e habilidades trabalhadas neste caderno. A primeira seção, 2.1, (re)apresenta interpretações aritméticas e geométricas da **representação decimal de números racionais**, enfatizando a noção de **equivalência entre frações e números decimais**, central para a definição e operacionalização dos **números racionais**. O objetivo primordial é esclarecer as relações entre significados e representações dos números racionais, retomando a interpretação, trabalhada em anos anteriores, da fração como expressão de uma divisão; na seção 2.5, estudamos de que modo o algoritmo da divisão pode ser “continuado” com a extensão da expansão decimal para potências de dez negativas; finalmente, a ampliação do sistema posicional decimal, para incluir potências de dez, tanto positivas quanto negativas, é relacionada, na seção 2.4, à expressão de medidas de grandezas no **sistema métrico decimal**, com a definição de **múltiplos e submúltiplos** das unidades de medidas. A seção 2.6 enfatiza um caso particular, mas relevante, por conta das dificuldades mapeadas nos testes: a expressão de porcentagens como frações centesimais (isto é, com denominadores iguais a 100) e destas como números decimais. Estabelecidas estas conexões entre os diversos usos e significados dos números decimais, abrimos caminho para o que será tratado em futuros cadernos, a saber, a expansão decimal e as operações aritméticas com os números reais. Neste caderno, a expansão decimal será a base para os temas discutidos nas seções 2.8 e 2.10. De fato, estas seções abordarão modelos para justificar os **algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão de números decimais** com base na expansão decimal trabalhada anteriormente, nas seções 2.1 a 2.5. A apresentação retoma o trabalho realizado no caderno do quarto e quinto anos, com respeito às operações aritméticas de números naturais. Estas duas últimas seções do caderno podem ser vistas como um desfecho de uma abordagem integrada das operações aritméticas, suas definições e algoritmos, sempre com base nas propriedades fundamentais (comutatividade, associatividade e distributividade com relação à adição) e no sistema posicional decimal, agora expandido, como já discutimos.

Os exercícios ao fim de cada seção são agrupados em sequências, ordenadas, cada uma delas, em um crescendo de complexidade e/ou dificuldade técnica. Alunos com lacunas em conhecimentos mais básicos devem ser expostos, inicialmente, às primeiras sequências. Alunos que estejam mais desenvoltos quanto aos fatos e técnicas mais elementares devem ser motivados a fazer as tarefas nas sequências finais. Importante destacar que alguns dos exercícios foram escolhidos para apresentar (ou ilustrar) um certo conceito ou técnica. Recomendamos que você possa apresentar e discutir detalhadamente esses exercícios com os alunos.

Apresentamos, a seguir, um roteiro possível para uso deste caderno ao longo de quatro semanas. A tabela relaciona os objetos de conhecimentos (e suas especificações), as habilidades da BNCC e DCRC, os saberes e habilidades da **Matriz dos Saberes** e, por fim, quais descritores na Matriz de Referência do SAEB estão sendo trabalhados ou que dependem dos assuntos estudados neste material. Segue, então, uma proposta de **rotina pedagógica semanal**.

1.1 – Rotinas pedagógicas e de uso do material

Os temas a serem trabalhados nas seções 2.1 a 2.6 são os conceitos introdutórios da **representação decimal dos números racionais** em termos do sistema posicional decimal *expandido* com a definição de potências de dez negativas como *notações* para frações cujos denominadores são dados por potências de dez positivas. Essa expansão permite "continuarmos" o algoritmo da divisão, gerando a expansão decimal dos números racionais, a partir de suas representações como frações e a interpretação destas como divisões. A representação decimal dos números racionais é, então, interpretada, na seção 2.4, no contexto da grandezas e medidas no sistema métrico decimal, considerados múltiplos e submúltiplos de uma dada unidade de medida métrica.

Além disso, abordaremos, nas seções 2.8 e 2.10, os conceitos, representações, procedimentos e alguns usos, em diversos contextos e problemas, das **operações aritméticas** entre números decimais, explicitando as justificativas e intuições relativas aos **algoritmos da adição, da multiplicação** e da **divisão**, este último, em particular, uma fonte de incompreensão e lacunas conceituais relevantes. Os conhecimentos e habilidades da BNCC e DCRC correspondentes a essas seções, do quarto ao nono ano, são EF04MA10; EF05MA02, EF05MA06, EF05MA07 e EF05MA08; EF06MA01, EF06MA02, EF06MA08, EF06MA11; EF07MA02; EF08MA04; e EF09MA05. Quanto a Matriz dos Saberes, os saberes e habilidades que serão mobilizados com as atividades nessas seções são:

- Saber S03: efetuar operações e resolver problemas envolvendo números racionais e suas representações fracionárias e decimais
  - S03.H7: associar frações a números decimais (e reciprocamente) e, em particular, estabelecer a equivalência entre porcentagens, frações centesimais e suas representações como números decimais
  - S03.H8: reconhecer usos e equivalências das representações de números racionais - escrita (por extenso), na forma fracionária e na forma decimal - em diferentes contextos e problemas
  - S03.H8: reconhecer usos e equivalências das representações de números racionais - escrita (por extenso), na forma fracionária e na forma decimal - em diferentes contextos e problemas
  - S03.H10: reconhecer a representação decimal de números racionais, compondo-os e decompondo-os em termos de potências de dez, positivas e negativas
  - S03.H11: comparar números racionais, em representações fracionárias ou decimais
  - S03.H12: ordenar ou comparar números racionais, em suas representações fracionárias ou decimais, em particular por meio de sua localização na reta numérica
  - S03.H12: associar números naturais a pontos na reta numérica, determinando a localização de pontos correspondentes aos números
  - S03.H13: identificar a localização, na reta numérica, de números racionais, em suas representações fracionárias ou decimais, associando pontos a números
  - S03.H17: efetuar, segundo algoritmos corretos e justificados, a adição ou subtração de números racionais, em suas representações fracionárias ou decimais
  - S03.H18: efetuar, segundo algoritmos corretos e justificados, a multiplicação ou divisão de números racionais, em suas representações fracionárias ou decimais
  - S03.H19: efetuar, segundo algoritmos corretos e justificados, operações aritméticas (soma, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) de números racionais, em suas representações fracionárias ou decimais
  - S03.H23: efetuar aproximações, estimativas e arredondamentos de números racionais e dos resultados de operações aritméticas (somas, produtos, diferenças, quocientes e potências) entre esses números

- S03.H24: formular e resolver problemas, motivados por diferentes contextos e com recurso a diferentes procedimentos, envolvendo a adição ou subtração de números racionais, em suas representações fracionárias ou decimais
- S03.H25: formular e resolver problemas, motivados por diferentes contextos e com recurso a diferentes procedimentos, envolvendo operações entre números racionais, em suas representações fracionárias ou decimais

Os conhecimentos e habilidades da BNCC e DCRC e os saberes e habilidades da Matriz dos Saberes mencionados anteriormente estão diretamente associados aos seguintes descritores na **Matriz de Referência do SAEB para o nono ano**: D17, D21, D22, D24, D25, D26 e D28 e têm correlação com os descritores D15, D23 e D29 (nos contextos de medidas e grandezas e proporcionalidade, tópicos a serem trabalhados em outros cadernos).

Em resumo, os saberes e habilidades (S03.H11, S03.H12, etc.) listados acima devem ser entendidos como **metas de aprendizagem** dos alunos, associadas às habilidades da BNCC e DCRC, do quarto ao nono anos, já mencionadas. Além disso, estabelecem uma base firme para os conhecimentos e habilidades demandados pelo SAEB e pelo SPAECE do nono ano, especialmente em relação aos descritores enumerados anteriormente.

Em seu planejamento curricular para **um mês**, recomendamos o trabalho com este caderno de modo a cobrir estas metas de aprendizagem. Na sequência, sugerimos um roteiro de uso do caderno com essa finalidade.

1.1.1 – Primeira quinzena

Na rotina pedagógica, propomos que, na primeira quinzena, sejam trabalhadas as seções 2.1 a 2.6 da forma esquematicamente apresentada na tabela seguinte. A tabela pode ser considerada para seu planejamento das duas primeiras semanas. O importante é que cubra os temas tratados, mesmo que não haja oportunidade de passar por *todos* os exercícios. É fundamental é manter registros personalizados dos alunos, informando em quais saberes e habilidades (vide acima a relação de todos eles) estão progredindo ou ainda necessitariam de suporte.

Sequência	1ª Semana (1ª e 2ª aulas)	1ª Semana (3ª e 4ª aulas)	2ª Semana (1ª e 2ª aulas)	2ª Semana (3ª e 4ª aulas)
1	Seções 2.1 a 2.6, Exercícios 2.1 a 2.29	Seções 2.1 a 2.6, Exercícios 2.30 a 2.36		
2		Seções 2.1 a 2.6, Exercícios 2.37 a 2.41	Seções 2.1 a 2.6, Exercícios 2.42 a 2.46	
3			Seções 2.1 a 2.6, Exercícios 2.47 a 2.50	Seções 2.1 a 2.6, Exercícios 2.51 a 2.55
4			Seções 2.1 a 2.6, Exercícios 2.56 a 2.59	Seções 2.1 a 2.6, Exercícios 2.60 a 2.72

Tabela 1.1: Primeira quinzena

1.1.2 – Segunda quinzena

Na rotina pedagógica, propomos que, na segunda quinzena, sejam trabalhadas as seções 2.8 e 2.10 da forma esquematicamente apresentada na tabela seguinte. A tabela pode ser considerada para seu planejamento das duas útlimas semanas. O importante é que cubra os temas tratados, mesmo que não haja oportunidade de passar por *todos* os exercícios. É fundamental é manter registros personalizados dos alunos, informando em quais saberes e habilidades (vide acima a relação de todos eles) estão progredindo ou ainda necessitariam de suporte.

Sequência	1ª Semana (1ª e 2ª aulas)	1ª Semana (3ª e 4ª aulas)	2ª Semana (1ª e 2ª aulas)	2ª Semana (3ª e 4ª aulas)
1	Seção 2.8, Exercícios 2.73 a 2.84	Seção 2.10, Exercícios 2.101 a 2.107	Seção 2.10, Exercícios 2.108 a 2.111	
2	Seção 2.8, Exercícios 3.85 a 3.91	Seção 2.10, Exercícios 2.112 a 2.115	Seção 2.10, Exercícios 2.116 a 2.120	
3		Seção 2.8, Exercícios 3.92 a 3.96	Seção 2.10, Exercícios 2.121 a 2.123	Seção 2.10, Exercícios 2.124 a 2.127
4		Seção 2.8, Exercícios 3.97 a 3.100	Seção 2.10, Exercícios 2.128 a 2.131	Seção 2.10, Exercícios 2.132 a 2.135

Tabela 1.2: Segunda quinzena

2 Números decimais e operações

2.1 – Representação decimal

Aprendemos que uma mesma fração pode ser representada de várias maneiras distintas. Por exemplo,

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{5}{10},$$

ou seja,

$$\frac{1}{2} \quad \frac{3}{6} \quad \text{e} \quad \frac{5}{10}$$

são *formas equivalentes* de representar a mesma fração (o mesmo número). A equivalência

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$$

é especialmente importante, porque o denominador da segunda fração é uma potência de 10. Qualquer fração cujo denominador seja uma potência de 10 é chamada **fração decimal**. Nesta seção, estenderemos a representação decimal de números naturais às frações decimais. Iniciamos com o seguinte exercício:

Exercício 2.1 Qual a representação decimal da fração $\frac{378\,549}{100}$?

Solução. Decompondo o número 378 549, obtemos

$$378\,549 = 3{\times}10^5 + 7{\times}10^4 + 8{\times}10^3 + 5{\times}10^2 + 4{\times}10^1 + 9{\times}10^0,$$

Desse modo, podemos escrever

$$\begin{aligned}\frac{378\,549}{100} &= \frac{3{\times}10^5 + 7{\times}10^4 + 8{\times}10^3 + 5{\times}10^2 + 4{\times}10^1 + 9{\times}10^0}{10^2}\\ &= \frac{3{\times}10^5}{10^2} + \frac{7{\times}10^4}{10^2} + \frac{8{\times}10^3}{10^2} + \frac{5{\times}10^2}{10^2} + \frac{4{\times}10^1}{10^2} + \frac{9{\times}10^0}{10^2}\\ &= 3{\times}10^3 + 7{\times}10^2 + 8{\times}10^1 + 5{\times}10^0 + 4{\times}\frac{1}{10} + 9{\times}\frac{1}{10^2}.\end{aligned}$$

Da última igualdade, segue que

$$\frac{378549}{100} = 3785 + 4{\times}\frac{1}{10} + 9{\times}\frac{1}{10^2}.$$

Utilizamos, então, a notação

$$3785{,}49$$

para representar a fração decimal $\frac{378\,549}{100}$, e dizemos que 3785,49 é a **representação decimal** de $\frac{378\,549}{100}$. Veja que a vírgula foi utilizada para separar os grupos de 1, 10, 10^2 e 10^3 dos grupos de $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{10^2}$. ■

Para escrever a parte que está à direita da vírgula, na decomposição de uma fração decimal, podemos utilizar as **potências de 10 com expoentes negativos**

$$10^{-1} = \frac{1}{10},$$
$$10^{-2} = \frac{1}{10^2},$$
$$10^{-3} = \frac{1}{10^3},$$
$$10^{-4} = \frac{1}{10^4},$$

e assim por diante. Logo, podemos escrever

$$378\,549 = 3\times10^3 + 7\times10^2 + 8\times10^1 + 5\times10^0 + 4\times10^{-1} + 9\times10^{-2}.$$

Vejamos outro exercício:

Exercício 2.2 Escreva a representação decimal da fração $\frac{68}{100}$.

Solução. Repetindo o raciocínio empregado no exercício 2.1, podemos escrever

$$\begin{aligned}\frac{68}{100} &= \frac{6\times10^1 + 8\times10^0}{10^2}\\ &= \frac{6\times10^1}{10^2} + \frac{8}{10^2}\\ &= 6\times\frac{1}{10} + 8\times\frac{1}{10^2}\\ &= 6\times10^{-1} + 8\times10^{-2}\\ &= 0\times10^0 + 6\times10^{-1} + 8\times10^{-2} = 0{,}68.\end{aligned}$$

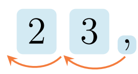
■

Observando com atenção os exercícios 2.1 e 2.2, percebemos que os algarismos que aparecem nas decomposições das frações decimais são os mesmos que aparecem nas representações decimais dos seus numeradores, exceto pelo zero antes da vírgula, quando a fração é menor que 1. Assim, na prática, para escrever a representação decimal de uma fração decimal, basta posicionar corretamente a vírgula. Para isso, note que, em cada exemplo, o número de algarismos à direita da vírgula é igual ao expoente da potência de 10 que aparece no denominador da fração. Desse modo, basta deslocar a vírgula para a esquerda um número de ordens igual a esse expoente.

Exercício 2.3 Qual é a representação decimal da fração $\frac{23}{100}$?

(a) 23. (b) 2,3. (c) 0,23. (d) 0,023.

Solução. Como estamos dividindo 23 por $100 = 10^2$, a vírgula imaginária após o 3 deve ser deslocada duas casas para a esquerda, conforme a figurinha que segue abaixo. Como 23 tem apenas dois algarismos, precisamos acrescentar um zero à esquerda. Desse modo, a representação decimal de $\frac{23}{100}$ é 0,23, e a alternativa correta é a da letra **(c)**.



■

Podemos obter facilmente a representação decimal de qualquer fração equivalente a uma fração decimal. Como ilustração, veja os dois seguintes exemplos. Temos

$$\frac{1}{2} = \frac{1\times5}{2\times5} = \frac{5}{10} = 0{,}5,$$

ou seja, 0,5 é a representação decimal da fração $\frac{1}{2}$. Da mesma forma,

$$\frac{1}{4} = \frac{1\times25}{4\times25} = \frac{25}{100} = 0{,}25.$$

As representações decimais das frações decimais são chamadas **números decimais**. As frações $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ e $\frac{1}{10\,000}$ são chamadas **um décimo**, **um centésimo**, **um milésimo** e **um décimo de milésimo**, respectivamente.

Agora, faremos mais alguns exercícios para fixar as ideias apresentadas até aqui.

Exercício 2.4 Encontre as representações decimais das frações abaixo, utilizando frações equivalentes a elas e cujos denominadores sejam potências de 10.

(a) $\frac{7}{2}$. (b) $\frac{3}{4}$. (c) $\frac{30}{25}$. (d) $\frac{13}{125}$.

Solução. Inicialmente, observe que qualquer potência de 10 é formada pelo produto de potências de 2 e de 5 com os mesmos expoentes.

(a) Assim, para achar uma fração equivalente a $\frac{7}{2}$ e cujo denominador seja uma potência de 10, é suficiente multiplicar seu numerador e seu denominador por 5, obtendo-se $\frac{35}{10}$. Por fim, para achar a representação decimal de $\frac{35}{10}$, basta mover a vírgula, que nesse caso é imaginária, uma única casa para a esquerda. Portanto,

$$\boxed{}\ \boxed{}\ \boxed{3}\ \boxed{5}\ , \qquad \frac{7}{2} = \frac{7\times 5}{2\times 5} = \frac{35}{10} = 3{,}5.$$

(b) Em relação à fração $\frac{3}{4}$, como seu denominador, $4 = 2^2$, tem dois fatores 2, devemos multiplicá-lo por $25 = 5^2$ para obter uma potência de 10: $100 = 4\times 25 = 2^2\times 5^2$. Assim,

$$\boxed{}\ \boxed{}\ \boxed{7}\ \boxed{5}\ , \qquad \frac{3}{4} = \frac{3\times 25}{4\times 25} = \frac{75}{100} = 0{,}75.$$

(c) Do mesmo modo,

$$\boxed{}\ \boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{0}\ , \qquad \frac{30}{25} = \frac{30\times 4}{25\times 4} = \frac{120}{100} = 1{,}20.$$

(d) Finalmente, como $125 = 5^3$ e $2^3 = 8$, temos

$$\boxed{}\ \boxed{1}\ \boxed{0}\ \boxed{4}\ , \qquad \frac{13}{125} = \frac{13\times 8}{125\times 8} = \frac{104}{1000} = 0{,}104.$$

■

Exercício 2.5 — Canguru. Qual igualdade abaixo é a correta?

(a) $\frac{4}{1} = 1{,}4$. (b) $\frac{5}{2} = 2{,}5$. (c) $\frac{6}{3} = 3{,}6$. (d) $\frac{7}{4} = 4{,}7$. (e) $\frac{8}{5} = 5{,}8$.

Solução. Observe que

$$\frac{4}{1} = 4,$$
$$\frac{5}{2} = \frac{5\times 5}{2\times 5} = \frac{25}{10} = 2{,}5,$$
$$\frac{6}{3} = 2,$$
$$\frac{7}{4} = \frac{7\times 25}{4\times 25} = \frac{175}{100} = 1{,}75,$$
$$\frac{8}{5} = \frac{8\times 2}{5\times 2} = \frac{16}{10} = 1{,}6.$$

Assim, a alternativa que apresenta uma igualdade correta é a da letra **(b)**. ■

Exercício 2.6 — OBM. Qual é o primeiro algarismo não nulo, após a vírgula, na representação decimal do número $\frac{1}{5^{12}}$?

Solução. Utilizando o mesmo raciocínio desenvolvido para resolver os exercícios anteriores, vamos multiplicar o numerador e o denominador da fração do enunciado por $2^{12} = 4096$. Assim fazendo, obtemos

$$\frac{1}{5^{12}} = \frac{2^{12}}{5^{12}\times 2^{12}} = \frac{4096}{10^{12}} = 0{,}000000004096.$$

Portanto, o primeiro algarismo não nulo após a vírgula é igual a 4. ■

Observação 2.1 Suponha que o denominador de uma fração irredutível possua algum fator primo diferente de 2 e de 5, como é o caso de $\frac{5}{12}$, cujo denominador tem, além do fator primo 2, um fator primo 3. No próximo material, que trata dos números reais, veremos que ainda será possível obter uma representação decimal para esse tipo de fração. No entanto, esta será dada por uma **dízima periódica**.

2.2 – Comparação de números decimais

Em nossas vidas, desde muito cedo, aprendemos naturalmente a comparar números. Por exemplo, quando fazemos uma lista com os nomes e as idades dos membros de nossa família, a partir do mais jovem até o mais velho, estamos comparando as idades dessas pessoas. Veja que, quando dois desses membros viveram uma mesma quantidade de anos, teremos de verificar quem tem mais meses de vida a fim de saber quem é mais velho. Se eles também possuírem a mesma quantidade de meses de vida, então teremos de verificar quem tem mais dias, e assim por diante, passando a comparar horas, minutos, segundos e frações do segundo, caso seja necessário.

Para **comparar dois números decimais**, procedemos de maneira semelhante: inicialmente comparamos as partes inteiras dos números, e será maior o número que tiver a maior parte inteira. Mas, se as partes inteiras forem iguais, o maior dos números será o que tiver o maior algarismo na casa dos décimos. Permanecendo a igualdade, será maior o número que tiver o maior algarismo na casa dos centésimos. Se a igualdade ainda permanecer, o maior número será o que tiver o maior algarismo na casa dos milésimos, e assim por diante. Vejamos alguns exemplos.

Exercício 2.7 Qual dos números decimais é maior: 45,956 ou 45,965?

Solução. Veja que os números possuem a mesma parte inteira (45) e a mesma quantidade de décimos (9). Entretanto, o algarismo dos centésimos do número 45,965 é igual a 6, enquanto o algarismo dos centésimos do número 45,956 é igual a 5. Portanto, o número 45,965 é maior que o número 45,956, o que denotamos em símbolos escrevendo

$$45{,}965 > 45{,}956.$$ ■

Exercício 2.8
A tabela ao lado demonstra as alturas, em metros, dos cinco atletas que compõem o time de basquete do terceiro ano do Colégio Matemágico. Construa uma tabela, similar a que foi apresentada acima, dos alunos com as suas respectivas alturas em ordem crescente.

Aluno	Altura
André	1,89
Pedro	1,97
Fernando	1,93
Gabriel	2,03
Miguel	1,85

Solução.

[0] https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=12

Comparando as alturas conforme discutido anteriormente, notamos que a lista correta das alturas dos alunos em ordem crescente é $1{,}85 < 1{,}89 < 1{,}93 < 1{,}97 < 2{,}03$. Desse modo, organizando os alunos em uma tabela de acordo com as suas alturas em ordem crescente, obtemos a tabela ao lado.

Aluno	Altura
Miguel	1,85
André	1,89
Fernando	1,93
Pedro	1,97
Gabriel	2,03

■

Exercício 2.9 — PISA - adaptado. Em uma competição de velocidade, o "tempo de reação" é o intervalo de tempo entre o disparo inicial da pistola e o momento em que o atleta deixa o local de largada. O "tempo final" inclui o tempo de reação mais o tempo da corrida. A tabela abaixo apresenta o tempo de reação e o tempo final de 8 corredores em uma corrida de velocidade de 100 metros.

Raia	Tempo de reação (segundos)	Tempo final (segundos)
1	0,147	10,09
2	0,136	9,99
3	0,197	9,87
4	0,180	Não terminou a corrida
5	0,210	10,17
6	0,216	10,04
7	0,174	10,08
8	0,193	10,13

Em qual das raias correu o atleta que teve o menor tempo de reação?

Solução. Vamos construir outra tabela, organizando em ordem crescente de acordo com os tempos de reação.

Raia	Tempo de reação (segundos)	Tempo final (segundos)
2	0,136	9,99
1	0,147	10,09
7	0,174	10,08
4	0,180	Não terminou a corrida
8	0,193	10,13
3	0,197	9,87
5	0,210	10,17
6	0,216	10,04

Logo, o atleta que teve o menor tempo de reação foi o que competiu na raia 2. ■

2.3 – Multiplicação e divisão por potências de 10

Nos primeiros anos da escola, aprendemos que, ao multiplicar um número natural por 10, o resultado é obtido acrescentando-se um zero à direita do número original. Como exemplo, temos a representação abaixo.

$$7298 \times 10 = 72980.$$

De forma análoga, quando **multiplicamos** um número decimal por 10, o resultado é obtido deslocando-se a vírgula *uma casa* para a direita. Como exemplo, temos a representação abaixo.

$$\boxed{8}\,\boxed{9}\,\boxed{5}\,,\boxed{3}\,\boxed{2} \times 10 = \boxed{8}\,\boxed{9}\,\boxed{5}\,\boxed{3}\,,\boxed{2}$$

Por outro lado, quando **dividimos** um número decimal por 10, o resultado é obtido deslocando-se a vírgula *uma casa* para a esquerda. Como exemplo, temos a representação abaixo.

$$\boxed{1}\,\boxed{5}\,\boxed{9}\,,\boxed{2}\,\boxed{3} \div 10 = \boxed{1}\,\boxed{5}\,,\boxed{9}\,\boxed{2}\,\boxed{3}$$

A justificativa para a validade de tais regras é dada pelas representações decimais dos números envolvidos. Por exemplo, temos

$$895{,}32 = 8\times10^2 + 9\times10^1 + 5\times10^0 + 3\times\frac{1}{10^1} + 2\times\frac{1}{10^2},$$

de forma que

$$895{,}32\times10 = \left(8\times10^2 + 9\times10^1 + 5\times10^0 + 3\times\frac{1}{10} + 2\times\frac{1}{10^2}\right)\times10.$$

Então, utilizando a propriedade distributiva da multiplicação, obtemos

$$895{,}32\times10 = 8\times10^3 + 9\times10^2 + 5\times10^1 + 3\times10^0 + 2\times\frac{1}{10} = 8953{,}2.$$

Da mesma forma, como

$$159{,}23 = 1\times10^2 + 5\times10^1 + 9\times10^0 + 2\times\frac{1}{10^1} + 3\times\frac{1}{10^2},$$

temos

$$\begin{aligned}
159{,}23 \div 10 &= \left(1\times10^2 + 5\times10^1 + 9\times10^0 + 2\times\frac{1}{10^1} + 3\times\frac{1}{10^2}\right) \div 10\\
&= \left(1\times10^2 + 5\times10^1 + 9\times10^0 + 2\times\frac{1}{10^1} + 3\times\frac{1}{10^2}\right) \times \frac{1}{10}\\
&= 1\times10^1 + 5\times10^0 + 9\times\frac{1}{10^1} + 2\times\frac{1}{10^2} + 3\times\frac{1}{10^3}\\
&= 15{,}923.
\end{aligned}$$

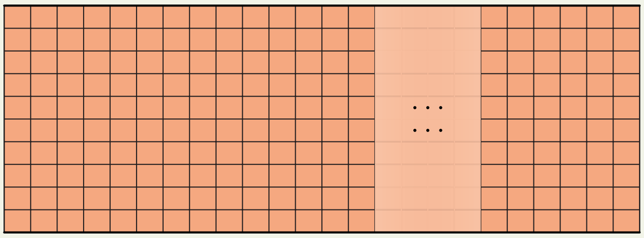
Exercício 2.10 Arthur tem um pedaço de fita amarela de 16 metros de comprimento, o qual deseja dividir em 100 pedaços de mesmo tamanho, para decorar caixas de presente que serão postas à venda no armarinho de sua mãe. Qual o comprimento de cada pedaço, representado na forma decimal, admitindo-se que não haverá perda de material?

Solução. Para calcular o comprimento de cada pedaço, devemos efetuar a divisão $16 \div 100$. Repetindo o raciocínio utilizado acima, devemos deslocar a vírgula, que se encontra à direita do 6, duas casas para a esquerda. Assim, obtemos

$$16 \div 100 = 0{,}16.$$

Logo, cada pedaço deve ter 0,16 metro, que é o mesmo que 16 centímetros. ■

Exercício 2.11 Um muro é formado por 10 fileiras horizontais de tijolos. Na figura abaixo, podemos ver um pedaço desse muro.



Sabemos que os tijolos têm a forma de quadrados de 25 centímetros de lado e que a primeira fileira horizontal é formada por exatamente 100 tijolos. Calcule o comprimento e a altura do muro, em metros.

Solução. Inicialmente, veja que 25 cm correspondem a 0,25 metro. Assim, para calcular a altura do muro, devemos calcular $0{,}25\times 10$ e, para calcular o comprimento do muro, devemos calcular $0{,}25\times 100$. Portanto, o muro tem $0{,}25\times 10 = 2{,}5$ metros de altura e $0{,}25\times 100 = 25$ metros de comprimento. ■

2.4 – Grandezas e medidas

Exercício 2.12 As formigas-faraó, também conhecidas como formigas do açúcar, possuem, em média, 0,2 centímetros de comprimento. Qual é o comprimento médio dos indivíduos dessa espécie em milímetros?

(a) 200 mm. (b) 20 mm. (c) 2 mm. (d) 0,02 mm. (e) 0,002 mm.

Solução. Temos que 1 centímetro corresponde a 10 milímetros, portanto,

$$0{,}2\,\text{cm} = 0{,}2\times 10\,\text{mm} = 2\,\text{mm}.$$

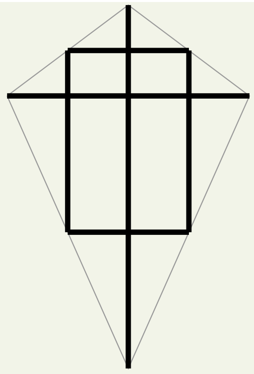
Assim, a alternativa correta é a da letra **(c)**. ■

O metro (m) é a unidade de comprimento básica do Sistema Internacional de Medidas (SI). Multiplicando o metro por potências de 10 com expoentes positivos, obtemos os seus múltiplos. De modo similar, multiplicando o metro por potências de 10 com expoentes negativos, obtemos os seus submúltiplos. Os múltiplos e submúltiplos são denominados utilizando prefixos apropriados, de acordo com a potência de 10 que multiplicamos pelo metro para obter cada um. Por exemplo, 1 quilômetro correspode a $10^3\text{m} = 1000\,\text{m}$, uma vez que o prefixo "kilo" indica que a unidade padrão foi multiplicada por 1000. Na tabela abaixo, apresentamos os principais múltiplos e submúltiplos do metro.

quilômetro	10^3m
hectômetro	10^2m
decâmetro	10m
decímetro	10^{-1}m
centímetro	10^{-2}m
milímetro	10^{-3}m

Tabela 2.1: múltiplos e submúltiplos do metro.

Exercício 2.13 — Canguru - adaptado. Martinho fez uma pipa utilizando uma tira fina de bambu que foi dividida em seis pedaços. Dois pedaços, um de comprimento 120 cm, e outro de 80 cm, foram usados para as diagonais. Os outros quatro pedaços foram usados para conectar os pontos médios dos lados da pipa, conforme a seguinte figura.



Qual era o comprimento da tira de bambu antes dos cortes?

(a) 3,0 m. (b) 3,7 m. (c) 4,0 m. (d) 4,1 m. (e) 4,5 m.

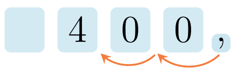
Solução. Os comprimentos de dois pedaços são conhecidos: 120 cm e 80 cm. Os demais pedaços formam um retângulo. Logo, a soma dos seus comprimentos é igual ao perímetro do retângulo. É fácil ver, utilizando conguência de triângulos, por exemplo, que a medida, de cada lado vertical do retângulo, é igual à metade do comprimento da diagonal vertical (pedaço de bambu que mede 120 cm) e a medida, de cada lado horizontal do retângulo, é igual à metade do comprimento da diagonal horizontal (pedaço de bambu que tem medida 80 cm). Assim, um dos lados do retângulo mede $120\,\text{cm} \div 2 = 60\,\text{cm}$ e o outro lado mede $80\,\text{cm} \div 2 = 40\,\text{cm}$. Desse modo, o perímetro desse retângulo é igual a

$$2\times(60\,\text{cm} + 40\,\text{cm}) = 2\times 100\,\text{cm} = 200\,\text{cm}.$$

Portanto, o comprimento da tira é

$$120\,\text{cm} + 80\,\text{cm} + 200\,\text{cm} = 400\,\text{cm}.$$

Agora, temos de saber a quantos metros correspondem 400 cm. Para fazer essa transformação, temos de multiplicar 400 por 10^{-2}, que é o mesmo que dividir 400 por $10^2 = 100$. Como vimos na seção anterior, na prática, para dividir um número por 100, deslocamos a vírgula duas casas para a esquerda, ou seja, de um valor igual ao expoente de 10^2. Assim,



$$400\,\text{cm} = 4{,}00\,\text{m} = 4\,\text{m}.$$

Logo, a alternativa correta é a da letra **(c)**. ■

A escala abaixo, com as unidades de medida, é um dispositivo prático para fazer transformações entre unidades de comprimento. De fato, para transformar de uma unidade para outra, basta deslocar a vírgula, para a direita ou para a esquerda, tantas casas quantos sejam os saltos, para a direita ou para a esquerda, necessários para ir de uma unidade para a outra. É claro que a regra de funcionamento desse dispositivo está associada à regra que utilizamos para multiplicar e dividir por potências de 10, que foi desenvolvida na seção anterior.

km hm dam m dm cm mm

Por exemplo, para transformar 4,351 dam em dm basta deslocar a vírgula duas casas para a direita, pois, para ir da posição do dam até a posição do dm, são necessários dois saltos para a direita. Logo, 4,351 dam = 435,1 dm.

Exercício 2.14 — ENEM. A maior piscina do mundo, registrada no livro Guiness, está localizada no Chile, em San Alfonso del Mar, cobrindo um terreno de 8 hectares de área. Sabe-se que 1 hectare corresponde a 1 hectômetro quadrado. Qual é o valor, em metros quadrados, da área coberta pelo terreno da piscina?

(a) 8. (b) 80. (c) 800. (d) 8000. (e) 80000.

Solução. O hectare (ha) é uma unidade de utilizada para medir áreas rurais que corresponde a $1\,\text{hm}^2$. Assim, temos que $1\text{ha} = 1\,\text{hm}^2 = 10.000\,\text{m}^2$. Logo,

$$8\text{ha} = 8\,\text{hm}^2 = 8\times 10.000\,\text{m}^2 = 80.000\,\text{m}^2.$$

Assim, a alternativa correta é a da letra **(e)**. ■

O metro quadrado (m^2) é a unidade de área básica do Sistema Internacional de Medidas (SI). Lembrando que $1\,\text{m}^2$ corresponde a àrea de um quadrado de $1\,\text{m}$ de lado e que $1\,\text{m} = 10\,\text{dm}$, obtemos

$$1\,\text{m}^2 = 10\,\text{dm}\times 10\,\text{dm} = 100\,\text{dm}^2.$$

Por outro lado, lembrando agora que $1\,\text{m} = 0{,}1\,\text{dam}$, obtemos

$$1\,\text{m}^2 = 0{,}1\,\text{dam}\times 10\,\text{dam} = 0{,}01\,\text{dam}^2.$$

Seguindo com esse procedimento, obtemos a tabela abaixo, que apresenta os principais múltiplos e submúltiplos do metro quadrado.

quilômetro quadrado	10^6m^2
hectômetro quadrado	10^4m^2
decâmetro quadrado	10^2m^2
decímetro quadrado	10^{-2}m^2
centímetro quadrado	10^{-4}m^2
milímetro quadrado	10^{-6}m^2

Tabela 2.2: múltiplos e submúltiplos do metro quadrado.

De modo similar ao que foi feito para os múltiplos e submúltiplos do metro, também há um dispositivo prático para fazer transformações entre os múltiplos e submúltiplos do metro quadrado. De fato, para transformar de uma unidade para outra, basta deslocar a vírgula, para a direita ou para a esquerda, um número de casas que é igual ao dobro do número de saltos, para a direita ou para a esquerda, necessários para ir de uma unidade para a outra. Neste caso, a mudança de uma unidade para a unidade vizinha corresponde a uma multiplicação ou divisão por 10^2. Por isso, o número de deslocamentos da vírgula é igual ao dobro do número de saltos.

km^2 hm^2 dam^2 m^2 dm^2 cm^2 mm^2

Por exemplo, para transformar $0{,}45333\,\text{km}^2$ em dam^2, deslocamos a vírgula quatro casas para a direita, uma vez que, para ir de km^2 para dam^2, são necessários dois saltos para a direita. Assim,

$$0{,}45333\,\text{km}^2 = 4533{,}3\,\text{dam}^2.$$

Exercício 2.15 — ENEM - adaptado. É comum as cooperativas venderem seus produtos a diversos estabelecimentos. Uma cooperativa láctea destinou $4{,}2\,\text{m}^3$ de leite, do total produzido, para análise em um laboratório da região, separados igualmente em 20.000 embalagens de mesma capacidade. Qual o volume de leite, em mililitro, contido em cada embalagem?

(a) 0,21. (b) 2,1. (c) 21. (d) 210. (e) 2100.

Antes de apresentar uma solução para o exercício 2.15, vamos recordar as principais unidades de volume e como é feita a conversão entre essas unidades.

A unidade básica de volume, do Sistema Internacional de medidas (SI), é o **metro cúbico** (m^3). Uma vez que $1\,m^3$ corresponde ao volume de um cubo de $1\,m$ de aresta e que $1\,m = 10\,dm$, obtemos

$$1\,m^3 = 10\,dm \times 10\,dm \times 10\,dm = 1000\,dm^3.$$

Analogamente, como $1\,m = 0{,}1\,dam$, também obtemos

$$1\,m^3 = 0{,}1\,dam \times 10\,dam \times 10\,dam = 0{,}001\,dam^2.$$

Seguindo com esse procedimento, obtemos a tabela abaixo, que apresenta os principais múltiplos e submúltiplos do metro cúbico.

quilômetro cúbico	$10^9 m^3$
hectômetro cúbico	$10^6 m^3$
decâmetro cúbico	$10^3 m^3$
decímetro cúbico	$10^{-3} m^3$
centímetro cúbico	$10^{-6} m^3$
milímetro cúbico	$10^{-9} m^3$

Tabela 2.3: múltiplos e submúltiplos do metro cúbico.

Há também há um dispositivo prático para fazer transformações entre os múltiplos e submúltiplos do metro cúbico, assim como para o metro e para o metro quadrado. Neste caso, para transformar de uma unidade para outra, basta deslocar a vírgula, para a direita ou para a esquerda, um número de casas que é igual ao triplo do número de saltos, para a direita ou para a esquerda, necessários para ir de uma unidade para a outra. A mudança de uma unidade para a unidade vizinha corresponde a uma multiplicação ou divisão por 10^3, por isso o número de deslocamentos da vírgula é igual ao triplo do número de saltos.

km^3 hm^3 dam^3 m^3 dm^3 cm^3 mm^3

Por exemplo, para transformar $3{,}453\,m^3$ em dm^3, deslocamos a vírgula três casas para a direita, uma vez que para ir de m^3 para dm^3 é necessário apenas um salto para a direita. Logo,

$$3{,}453\,m^3 = 3453\,dm^3.$$

Ainda no Sistema Internacional de Medidas (SI), a unidade básica de capacidade é o **litro** (L). A tabela abaixo apresenta os seus principais múltiplos e submúltiplos

quilolitro	$10^3 L$
hectolitro	$10^2 L$
decalitro	$10 L$
decílitro	$10^{-1} L$
centilitro	$10^{-2} L$
mililitro	$10^{-3} L$

Tabela 2.4: múltiplos e submúltiplos do litro.

Com o auxílio da escala de unidades abaixo, podemos mudar de um múltiplo ou submúltiplo do litro para outro deslocando a vírgula, para a direita ou para a esquerda, tantas casas quantos sejam os saltos, para a direita ou para a esquerda, necessários para ir de uma unidade para a outra. O procedimento aqui é análogo ao que foi feito no caso dos múltiplos e submúltiplos do metro.

kL hL daL L dL cL mL

Solução. Como m^3 e dm^3 são unidades vizinhas e dm^3 está à direita de m^3, temos que $4{,}2\,m^3 = 4200\,dm^3$. Por outro lado, $1\,dm^3 = 1\,L$, logo, $4{,}2\,m^3 = 4200\,L$. Além disso, $1\,L = 1000\,mL$, o que implica

$$4200\,L = 4200\times 1000\,mL = 4.200.000\,mL.$$

Agora, dividindo esses 4.200.000 mL igualmente em 20.000 embalagens, obtemos $4.200.000\,mL = 20.000 \times 210\,mL$, conforme o algoritmo abaixo.

$$
\begin{array}{r|l}
4\,2\,0\,0\,0\,0\,0 & 2\,0\,0\,0\,0 \\ \hline
-\underline{4\,0\,0\,0\,0} & 2\,1\,0 \\
2\,0\,0\,0\,0 & \\
-\underline{2\,0\,0\,0\,0} & \\
0 &
\end{array}
$$

Portanto, cada embalagem deve conter 210 mL de leite.

■

Vejamos outro exercício.

Exercício 2.16 — ENEM. As exportações de soja do Brasil totalizaram 4,129 milhões de toneladas no mês de julho de 2012, e registraram um aumento em relação ao mês de julho de 2011, embora tenha havido uma baixa em relação ao mês de maio de 2012.

Disponível em: www.noticiasagricolas.com.br. Acesso em: 2 ago. 2012.

A quantidade, em quilogramas, de soja exportada pelo Brasil no mês de julho de 2012 foi de:

(a) $4{,}129\times10^3$. (b) $4{,}129\times10^6$. (c) $4{,}129\times10^9$. (d) $4{,}129\times10^{12}$. (e) $4{,}129\times10^{15}$.

No Sistema Internacional de Medidas, a unidade básica de medida de massa é o **quilograma** (kg). Originalmente, o grama era a unidade básica de medida de massa, mas perdeu o posto para o quilograma. A tabela abaixo apresenta os principais múltiplos e submúltiplos do grama.

quilograma	10^3g
hectograma	10^2g
decagrama	10g
decigrama	10^{-1}g
centigrama	10^{-2}g
miligrama	10^{-3}g

Tabela 2.5: múltiplos e submúltiplos do grama.

Outra unidade de medida de massa bastante utilizada é a **tonelada** (t), que corresponde a mil quilogramas e é aceita no Sistema Internacional de Medidas. Temos, assim, $1t = 10^3$kg.

É possível também fazer conversões entre unidades de medidas, deslocando a vírgula de acordo com a quantidade de saltos necessários para ir de uma unidade para outra, conforme o diagrama abaixo.

kg hg dag g dg cg mg

Agora, voltamos à solução do exercício 2.16.

Solução. Primeiro, observando ser 1 milhão igual a $1.000.000 = 10^6$, temos que 4,129 milhões de toneladas é igual a

$$4{,}129\times10^6 = 4.129.000 \quad \text{toneladas.}$$

Como cada tonelada corresponde a $1.000\text{kg} = 10^3$kg, para transformar a quantidade, de tonelada para quilograma, devemos multiplicar $4{,}129\times10^6$ pela potência de 10 correspondente a uma tonelada, que é 10^3. Portanto, obtemos $4{,}129\times10^6\times10^3 = 4{,}129\times10^9$ quilogramas como resposta, que é a alternativa da letra **(c)**.

■

2.5 – Algoritmo da divisão e representação decimal

Outra maneira de descobrir a forma decimal de uma fração é através do uso do algoritmo da divisão. Para entendermos essa afirmação, considere o seguinte exercício.

Exercício 2.17 A festa de aniversário de Joaquim será realizada no próximo sábado. Dona Sônia, mãe de Joaquim, comprou 25 pacotes de balas para distribuir com os convidados no dia da festa. Sabendo que todos os pacotes tiveram o mesmo preço e que Dona Sônia gastou um total de 23 reais com as balas, calcule o preço de cada pacote.

Solução. É claro que cada pacote custou $\frac{23}{25}$ de 1 real; desse modo, precisamos encontrar a forma decimal da fração $\frac{23}{25}$. Inicialmente, observe que (ainda) não podemos efetuar a divisão ordinária, pois $23 < 25$. Então, transformamos 23 em $230\times\frac{1}{10}$ (230 décimos) e, em seguida, dividimos 230 por 25 utilizando o algoritmo da divisão (inteira), obtendo

$$230 = 25\times 9 + 5.$$

Logo,

$$\begin{aligned}23 \text{ unidades} &= 230\times\frac{1}{10} = (25\times 9 + 5)\times\frac{1}{10} = 25\times\frac{9}{10} + \frac{5}{10}\\ &= 25\times 9 \text{ décimos} + 5 \text{ décimos}.\end{aligned}$$

Pensamos em "9 décimos = 0,9" como *quociente parcial* e "5 décimos = 0,5" como *resto parcial* da divisão de 23 por 25. Dividindo ambos os lados da equação acima por 25, temos

$$\frac{23}{25} \text{ unidades} = 9 \text{ décimos} + \frac{5 \text{ décimos}}{25}.$$

Restam, ainda, 5 décimos para dividir por 25. Novamente, como não é possível efetuar a divisão ordinária de 5 por 25, observamos que

$$5 \text{ décimos} = \frac{5}{10} = \frac{50}{100} = 50 \text{ centésimos}.$$

Agora, podemos efetuar a divisão por 25:

$$\frac{5 \text{ décimos}}{25} = \frac{50 \text{ centésimos}}{25} = 2 \text{ centésimos} = 0{,}02.$$

Logo,

$$\frac{23}{25} = 9 \text{ décimos} + 2 \text{ centésimos} = 0{,}9 + 0{,}02 = 0{,}92.$$

Portanto, cada pacote de balas custou R$ 0,92. ■

Observação 2.2 9 décimos + 2 centésimos = 0,92, já que o primeiro dígito à direta da vírgula representa os décimos e o segundo dígito representa os centésimos. Contudo, é comum se confundir ao fazer a soma no formato 0,9 + 0,02 = 0,92. No módulo seguinte, veremos que ao montar um dispositivo de adição com números decimais, precisamos alinhar a posição das vírgulas dos dois números. Além disso, como 9 décimos é o mesmo que 90 centésimos, temos que 0,9 = 0,90. Daí, temos o seguinte algoritmo.

$$\begin{array}{r} 0{,}9\ 0 \\ +\ 0{,}0\ 2 \\ \hline 0{,}9\ 2 \end{array}$$

Dispositivo prático da divisão não inteira.

Para efetuarmos a mesma divisão do Exercício 2.17, executamos os seguintes passos. os acompanha.

(a) Começamos efetuando a divisão inteira de 23 por 25, cujo quociente é 0 e cujo resto é o próprio 23.
(b) Em seguida, acrescentamos um 0 à direita do resto, obtendo 230, e, ao mesmo tempo, uma vírgula após o quociente 0.
(c) Continuamos, efetuando a divisão inteira de 230 por 25, obtendo quociente 9, que é escrito logo após a vírgula colocada no item anterior, e resto 5.
(d) Novamente, como não podemos efetuar imediatamente uma divisão inteira de 5 por 25, acrescentamos um 0 à direita do resto 5.
(e) Executamos a divisão inteira de 50 por 25, obtendo quociente 2, que é escrito logo após o 9 obtido como quociente anterior, e resto 0.
(f) Como chegamos a um resto igual a 0, o processo para, e obtemos o *quociente decimal* 0,92.

À esquerda, representamos os passos acima em detalhes, usando os dispositivos tradicionais da divisão. À direita, mostramos uma maneira resumida de registrar essas operações, na qual escrevemos apenas os restos de cada divisão, efetuando, mentalmente, a subtração do resto anterior pelo quociente.

$$
\begin{array}{r|l}
23 & \underline{25} \\
-\underline{0} & 0{,}92 \\
230 & \\
-\underline{225} & \\
50 & \\
-\underline{50} & \\
0 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l}
23 & \underline{25} \\
230 & 0{,}92 \\
50 & \\
0 &
\end{array}
$$

Exercício 2.18 Carlos fez um total de 7 litros de suco de caju e distribuiu tudo em 8 garrafas idênticas, as quais ficaram completamente cheias. Qual é a capacidade de cada garrafa escrita em sua representação decimal?

Solução. A capacidade de cada garrafa é igual a $\frac{7}{8}$ de 1 litro. Efetuando a divisão, obtemos $\frac{7}{8} = 0{,}875$. Os dispositivos abaixo mostram duas formas diferentes de representar o procedimento de divisão. Use o que você pensar ser o mais conveniente.

$$
\begin{array}{r|l}
7 & \underline{8} \\
-\underline{0} & 0{,}875 \\
70 & \\
-\underline{64} & \\
60 & \\
-\underline{56} & \\
40 & \\
-\underline{40} & \\
0 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l}
7 & \underline{8} \\
70 & 0{,}875 \\
60 & \\
40 & \\
0 &
\end{array}
$$

Portanto, a capacidade de cada garrafa é 0,875 litro, o que é o mesmo que 875 millilitros. ■

2.6 – Frações como porcentagens

Na seção anterior, vimos que frações, cujos denominadores são potências de 10, admitem representações decimais que generalizam as representações decimais dos números naturais. Agora, vamos nos concentrar em frações de um tipo ainda mais particular, aquelas que possuem **denominador igual a 100**. Faremos uso do símbolo %, que é denominado símbolo de **porcentagem** (ou **percentagem**), para denotar tais frações. O símbolo % pode ser pensado como outra representação para a fração $\frac{1}{100}$. Assim, por exemplo,

$$\frac{50}{100} = 50 \times \frac{1}{100} = 50\%$$

e

$$100\% = 100 \times \frac{1}{100} = \frac{100}{100} = 1.$$

As porcentagens têm uso difundido em diversos tipos de situações do cotidiano. De fato, é comum escutarmos, no dia a dia, por exemplo, as seguintes frases:

(A) A loja *Tudo Barato* está realizando uma promoção na qual seus produtos estão sendo vendidos com **um desconto de 30**%. Qual o novo custo de uma mercadoria de 50 reais nessa promoção?
(B) Foram entrevistadas 260 pessoas. Cerca de **40**% das pessoas entrevistadas disseram que leem mais de um livro por mês.
(C) Joaquim fez um teste com 35 questões e obteve **80**% de acertos.

Perceba que, em todos esses casos, estamos trabalhando com frações. Especificamente, vejamos a seguir o que cada uma das frases acima significa *em termos de frações*.

(A) Em (A), o *desconto* de 30% no preço de 50 reais significa

$$30\% \times 50 = \frac{30}{100} \times 50 = \frac{1500}{100} \times = 15 \text{ reais}.$$

Assim, ele pagará 15 reais *a menos* que o preço original, ou seja, ele pagará 35 reais pela mercadoria: $50 - 15 = 35$.

(B) Na situação (B) fazemos

$$40\% \times 260 = \frac{40}{100} \times 260 = \frac{10400}{100} = 104.$$

Assim, 104 pessoas disseram que leem mais de um livro por mês.

(C) Por fim, na situação (C), Joaquim acertou

$$80\% \times 35 = \frac{80}{100} \times 35 = 28 \text{ questões}.$$

Observação 2.3 Quando calculamos uma porcentagem, a operação que deve ser realizada é a multiplicação.

A seguir, resolvemos mais alguns exercícios sobre este assunto, aproveitando para introduzir outros tantos conceitos importantes.

Exercício 2.19 Enquanto esperava o download de um aplicativo em seu celular, Gabriel notou que 30% do total de 70 megabytes já haviam sido baixados. Quantos megabytes foram baixados até aquele momento?

Solução. Devemos calcular 30% de 70, ou seja,

$$\frac{3\cancel{0}}{10\cancel{0}} \times 70 = \frac{3 \times 70}{10} = \frac{21\cancel{0}}{1\cancel{0}} = 21.$$

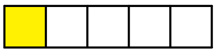
Portanto, o percentual de 30% do total do aplicativo, que foi baixado até aquele momento, corresponde a 21 megabytes. ■

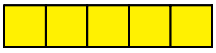
Exercício 2.20 Um zoológico tem 14 araras. A quantidade de araras corresponde a 20% do total de aves do zoológico. Qual é a quantidade total de aves do zoológico?

Solução. Cuidado, neste exercício os 20% estão sendo aplicados ao total de aves do zoológico, não ao número 14. Assim, representando por T o total de aves, temos que $20\% \times T = 14$. Para entender como resolver isso, encontramos a fração que 20% representa observando que

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{20 \div 20}{100 \div 20} = \frac{1}{5}.$$

Desse modo, temos as seguintes correspondências:

 $= \frac{1}{5}$ das aves $= 14$ aves.

 $= \frac{1}{5}$ das aves $= 70$ aves.

De fato, cada quadradinho representa 14 aves. Logo, os 5 quadrados representam $5 \times 14 = 70$ aves. Portanto, o zoológico possui um total de 70 aves. ■

Exercício 2.21 Do total de 200 trufas produzidas ontem pela chocolateria de Dona Dulce, 30 eram de morango, 80 de cupuaçu, 50 de maracujá e as demais eram de limão. Qual a porcentagem de trufas de limão?

(a) 60%. (b) 40%. (c) 25%. (d) 20%. (e) 15%.

Solução. Veja que a quantidade de trufas de limão é igual a

$$200 - (30 + 80 + 50) = 200 - 160 = 40.$$

Assim, a fração que representa a quantidade de trufas de limão sobre o total é $\frac{40}{200}$. Para representar isso como percentual, queremos uma fração equivalente com denominador 100. Veja que

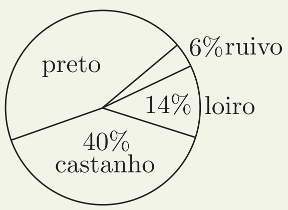
$$\frac{40}{200} = \frac{20}{100} = 20\%.$$

A seguir, damos uma **solução alternativa**, observando quantas trufas correspondem à fração $\frac{1}{100}$. Isso nos diz o valor de um *ponto percentual*, ou seja, de 1% do total. Temos que

$$\frac{100}{100} \text{ corresponde a 200 trufas. Logo,}$$
$$\frac{1}{100} \text{ corresponde a } 200 \div 100 = 2 \text{ trufas.}$$

Ou seja, quaisquer 2 (duas) trufas correspondem a 1% do total de trufas. Logo, as 40 trufas de limão correspondem a $40 \div 2 = 20\%$. Assim, a alternativa correta é a da letra **(d)**. ■

Exercício 2.22 Uma pesquisa levantou as cores dos cabelos de 1200 pessoas. Os resultados obtidos são demonstrados no diagrama a seguir:



Pergunta-se: quantas das pessoas entrevistadas possuem cabelo preto?

Solução. Para resolver este exercício, começamos observando que $100\% = \frac{100}{100}$ representa o total de pessoas entrevistadas, isto é, 1200 pessoas. Agora, veja que

$$6\% + 14\% + 40\% = \frac{6}{100} + \frac{14}{100} + \frac{40}{100} = \frac{60}{100} = 60\%.$$

Logo, o percentual de pessoas com cabelo preto é

$$100\% - 60\% = \frac{100}{100} - \frac{60}{100} = \frac{40}{100} = 40\%,$$

ou seja, 40% de um total de 1200 pessoas. Consequentemente,

$$40\% \times 1200 = \frac{40}{100} \times 1200 = 480$$

das pessoas entrevistadas possuem cabelo preto. ■

Observação 2.4 Um diagrama circular, como apresentado no exercício anterior, no qual várias porcentagens estão representadas por *setores circulares* de *aberturas* proporcionais às mesmas, é conhecido como um **gráfico de pizza** ou, ainda, como um **gráfico de setores**. Uma grande vantagem dos gráficos de setores reside no fato de que eles transmitem rapidamente uma ideia das porcentagens envolvidas. Eles são, essencialmente, uma outra maneira de representar porcentagens.

Exercício 2.23 — OBM. Diamantino colocou em um recipiente três litros de água e um litro de suco, o qual era composto de 20% de polpa de fruta e 80% de água. Depois de misturar tudo, que porcentagem do volume final é de polpa?

Solução. Veja que $1\,\mathrm{L} = 1000\,\mathrm{mL}$, ou seja, 1 litro é igual 1000 millilitros, e $20\% = \frac{1}{5}$. Assim em cada litro de suco temos $\frac{1}{5} \times 1000\,\mathrm{mL} = 200\,\mathrm{mL}$ de polpa. Agora, uma vez que a mistura terá volume total de $4\,\mathrm{L} = 4000\,\mathrm{mL}$, concluímos que a fração que representa a quantidade de polpa nessa mistura deve ser igual a

$$\frac{200}{4000} = \frac{2}{40} = \frac{1}{20} = \frac{5}{100} = 5\%.$$

Portanto, 5% do volume final corresponde à polpa de fruta. ■

Exercício 2.24 Após o Natal, a dona de uma loja de roupas resolveu fazer uma liquidação e vender todas as suas peças com 20% de desconto. Maria cuida de um orfanato e, por isso, foi à loja comprar uma grande quantidade de roupas. Sabendo da causa social, a dona da loja lhe ofereceu um desconto extra de 10%, sobre os novos preços praticados. Em relação ao preço original, qual a porcentagem de desconto recebido por Maria?

Solução. Seja p o preço inicial de uma peça de roupa. Receber um desconto de 20% significa pagar 80% do valor: $100\% - 20\% = 80\%$. Assim, após o primeiro desconto, o valor da roupa passou a ser $80\%\,p = \frac{80}{100} \times p$. O segundo desconto é de 10% sobre o preço anunciado após a aplicação do desconto ordinário. Portanto, Maria pagou $100\% - 10\% = 90\%$ do preço anunciado. Assim, o valor final da roupa será

$$\frac{90}{100} \times \frac{80}{100} p = \frac{72}{100} p = 72\%\, p.$$

Portanto, Maria pagou 72% do preço original (p). Logo, ela recebeu um desconto total de $100\% - 72\% = 28\%$.

É importante observa que o desconto **não** foi de $20\% + 10\% = 30\%$, como se poderia pensar a princípio. ■

Observação 2.5 No Exercício 2.24, outra estratégia válida é atribuir um preço qualquer, digamos 100 reais, à peça de roupa e, a partir daí, calcular os descontos sucessivos sobre esse preço.

Exercício 2.25 — OBM - adaptado. Películas protetoras para vidros são utilizadas em janelas de edifícios e vidros de veículos para reduzir a radiação solar. As películas são classificadas de acordo com seu grau de transparência, ou seja, com o percentual da radiação solar que ela deixa passar. Se colocarmos uma película de 70% de transparência sobre um vidro com 90% de transparência, calcule a redução de radiação solar para quem se encontra no interior do ambiente.

Solução. Argumentando de maneira análoga à solução do exercício anterior, temos que o vidro, com a aplicação da película, deixa passar um percentual de

$$\frac{70}{100} \times \frac{90}{100} = \frac{63}{100} = 63\%$$

do total de radiação solar percebido ao ar livre. Portanto, quem se encontra no interior do ambiente recebe a radiação solar com uma redução de $100\% - 63\% = 37\%$. ■

Obs Descontos ou acréscimos sucessivos sempre devem ser considerados como operações de multiplicação. Assim, **é um erro comum pensarmos que descontos ou acréscimos sucessivos devem ser somados**. Os exercícios 2.24 e 2.25 têm o papel de esclarecer esse fato.

2.7 – Exercícios resolvidos e propostos

Sequência 1

Exercício 2.26 A leitura correta de 0,021 é

(a) vinte e um décimos.
(b) vinte e um centésimos.
(c) vinte e um décimos de milésimos.
(d) vinte e um milésimos.

Solução. Veja que

$$\begin{aligned} 0{,}021 &= 0\times 1 + 0\times\frac{1}{10} + 2\times\frac{1}{100} + 1\times\frac{1}{1000} \\ &= \frac{2}{100} + \frac{1}{1000} \\ &= \frac{20}{1000} + \frac{1}{1000} \\ &= \frac{21}{1000}, \end{aligned}$$

ou seja, a leitura correta de 0,021 é vinte e um milésimos. Assim, a alternativa correta é a letra **(d)**. ■

Exercício 2.27 O número 0,0001 é o mesmo que

(a) um centésimo.
(b) $\frac{1}{1000}$.
(c) $\frac{1}{10.000}$.
(d) um centésimo de milésimo.

Exercício 2.28 Dentre as operações listadas abaixo, a única que apresenta resultado correto é a opção

(a) $58987 \div 1000 = 589{,}87$.
(b) $0{,}502 \div 1000 = 502$.
(c) $68{,}53 \times 10 = 6{,}853$.
(d) $145{,}3 \times 100 = 14530$.
(e) $500{,}03 \div 1000 = 5{,}0003$.

Solução. De acordo com o que apresentamos sobre multiplicação e divisão por potências de 10, temos:

(a)

5 8 9 8 7 ,

$58987 \div 1000 = 58{,}987$.

(b)

0 , 5 0 2

$0{,}502 \div 1000 = 0{,}000502$.

(c)

6 8 , 5 3

$68{,}53 \times 10 = 685{,}3$.

(d)

1 4 5 , 3

$145{,}3 \times 100 = 14530$.

(e)

5 0 0 , 0 3

$500{,}03 \div 1000 = 0{,}50003$.

Portanto a única opção correta é a da letra (d). ■

Exercício 2.29 Utilize algarismos para representar cada um dos números decimais abaixo.

(a) Nove inteiros e quatro décimos.
(b) Quarenta e dois inteiros e trinta e oito milésimos.
(c) Sessenta e nove centésimos.
(d) Cento e vinte e quatro centésimos.
(e) Vinte inteiros e cinco milésimos.
(f) Trezentos e trinta e cinco milésimos.
(g) Setenta e seis centésimos.
(h) Um décimo de milésimo.

Solução. Temos

(a) $9 + \frac{4}{10} = 9{,}4$.

(b) $42 + \frac{38}{1000} = 42{,}038$.

(c) $\frac{69}{100} = 0{,}69$.

(d) $\frac{124}{100} = \frac{100}{100} + \frac{24}{100} = 1{,}24$.

(e) $20 + \frac{5}{1000} = 20{,}005$.

(f) $\frac{335}{1000} = 0{,}335$.

(g) $\frac{76}{100} = 0{,}76$.

(h) $\frac{1}{10} \times \frac{1}{1000} = \frac{1}{10000} = 0{,}0001$.

■

Exercício 2.30 Encontre a representação decimal de cada uma das frações abaixo relacionadas.

(a) $\frac{3}{5}$. (d) $\frac{14}{20}$. (g) $\frac{12}{150}$. (j) $\frac{180}{750}$.
(b) $\frac{8}{16}$. (e) $\frac{21}{20}$. (h) $\frac{6}{60}$. (k) $\frac{1}{625}$.
(c) $\frac{3}{25}$. (f) $\frac{9}{6}$. (i) $\frac{90}{125}$. (l) $\frac{144}{15}$.

Solução. Temos

(a) $\frac{3}{5} = \frac{3\times 2}{5\times 2} = \frac{6}{10} = 0{,}6.$

(b) $\frac{8}{16} = \frac{8 \div 8}{16 \div 8} = \frac{1}{2} = \frac{1\times 5}{2\times 5} = \frac{5}{10} = 0{,}5.$

(c) $\frac{3}{25} = \frac{3\times 4}{25\times 4} = \frac{12}{100} = 0{,}12.$

(d) $\frac{14}{20} = \frac{14 \div 2}{20 \div 2} = \frac{7}{10} = 0{,}7.$

(e) $\frac{21}{20} = \frac{21\times 5}{20\times 5} = \frac{105}{100} = 1{,}05.$

(f) $\frac{9}{6} = \frac{9 \div 3}{6 \div 3} = \frac{3}{2} = \frac{3\times 5}{2\times 5} = \frac{15}{10} = 1{,}5.$

(g) $\frac{12}{150} = \frac{12 \div 6}{150 \div 6} = \frac{2}{25} = \frac{2\times 4}{25\times 4} = \frac{8}{100} = 0{,}08.$

(h) $\frac{6}{60} = \frac{6 \div 6}{60 \div 6} = \frac{1}{10} = 0{,}1.$

(i) $\frac{90}{125} = \frac{90 \div 5}{125 \div 5} = \frac{18}{25} = \frac{18\times 4}{25\times 4} = \frac{72}{100} = 0{,}72.$

(j) $\frac{180}{750} = \frac{180 \div 30}{750 \div 30} = \frac{6}{25} = \frac{6\times 4}{25\times 4} = \frac{24}{100} = 0{,}24.$

(k) $\frac{1}{625} = \frac{1\times 16}{625\times 16} = \frac{16}{10000} = 0{,}0016.$

(l) $\frac{144}{15} = \frac{144 \div 3}{15 \div 3} = \frac{48}{5} = \frac{48\times 2}{5\times 2} = \frac{96}{10} = 9{,}6.$

■

Exercício 2.31 Que alternativa traz a representação decimal da fração $\frac{35}{1000}$?

(a) 0,35. (b) 3,5. (c) 0,035. (d) 35.

Exercício 2.32 Escreva os números decimais abaixo em forma de fração irredutível.

(a) 0,4. (d) 1,4. (g) 12,25. (j) 0,250.
(b) 0,40. (e) 12,5. (h) 3,75. (k) 0,125.
(c) 1,25. (f) 0,52. (i) 14,625. (l) 100,13.

Exercício 2.33 Classifique cada uma das afirmações abaixo, sobre o número decimal 495,8732, como verdadeira (V) ou falsa (F). Justifique suas respostas.

( ) O algarismo 7 ocupa a ordem dos décimos, ou seja, seu valor corresponde a $7\times\frac{1}{10}$.
( ) O valor do algarismo 9 corresponde a $9\times 10 = 90$ unidades.
( ) O número é formado por 4 centenas, 9 dezenas, 5 unidades, 8 décimos, 7 centésimos e 2 milésimos.
( ) O algarismo 2 representa $2\times\frac{1}{10.000}$.
( ) $495{,}8732 = 400 + 90 + 5 + \frac{8}{10} + \frac{7}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{2}{10000}$.

Exercício 2.34 Fábio e Gregório são sócios em uma empresa de transporte de cargas. De acordo com o capital investido, Fábio fica com 60% dos lucros e Gregório com 40%. Se, no ano de 2020, a empresa teve um lucro total de 80 mil reais, que valor coube a cada sócio?

Solução. Fábio ficou com $60\% = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$ e Gregório com $40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$ dos lucros. Assim, a parte que coube a Fábio é

$$\frac{3}{5}\times 80000 = \frac{80000}{5}\times 3 = 16000\times 3 = 48000 \text{ reais}$$

e a parte que coube a Gregório é

$$\frac{2}{5}\times 80000 = \frac{80000}{5}\times 2 = 16000\times 2 = 32000 \text{ reais.}$$

■

Exercício 2.35 Juca está participando de uma corrida de bicicleta e já percorreu um quinto da distância prevista. A fração do percurso que Juca já percorreu pode ser representada pelo número decimal

(a) 0,2. (b) 0,5. (c) 1,2. (d) 1,5.

Exercício 2.36 Qual das expressões numéricas abaixo corresponde ao número decimal 200,805?

(a) $2\times 100 + 8\times\frac{1}{10} + 5\times\frac{1}{100}$.

(b) $2\times 10 + 8\times\frac{1}{10} + 5\times\frac{1}{1000}$.

(c) $2\times 100 + 8\times\frac{1}{10} + 5\times\frac{1}{1000}$.

(d) $2\times 10 + 8\times\frac{1}{100} + 5\times\frac{1}{1000}$.

(e) $2\times 100 + 8\times\frac{1}{10} + 5\times\frac{1}{10000}$.

Solução. Observe que

$$\begin{aligned} 200{,}805 &= 200 + 0{,}8 + 0{,}005 \\ &= 2\times 100 + 8\times 0{,}1 + 5\times 0{,}001 \\ &= 2\times 100 + 8\times\frac{1}{10} + 5\times\frac{1}{1000}. \end{aligned}$$

Logo, a alternativa correta é a da letra **(c)**. ■

Sequência 2

Exercício 2.37 Escreva cada número decimal abaixo como soma de um número inteiro com uma fração comprencdida entre 0 e 1.

(a) 8,3. (b) 4,67. (c) 12,31. (d) 1,329. (e) 48,2347.

Solução. Temos:

(a) $8{,}3 = 8 + \frac{3}{10}$.

(b) $4{,}67 = 4 + \frac{67}{100}$.

(c) $12{,}31 = 12 + \frac{31}{100}$.

(d) $1{,}329 = 1 + \frac{329}{1000}$.

(e) $48{,}2347 = 48 + \frac{2347}{10000}$.

■

Exercício 2.38 Estima-se que, em cada grupo de 10 habitantes do planeta Terra, uma pessoa seja canhota. Qual o percentual de canhotos na população mundial?

Exercício 2.39 Ponha os números listados na tabela abaixo, em ordem crescente.

4,325	4,333	3,231	2,964	4,523
3,512	2,946	3,219	2,899	3,521

Solução. A lista dos números decimais em ordem crescente é a seguinte.

1º 2,899
2º 2,946
3º 2,964
4º 3,219
5º 3,231
6º 3,512
7º 3,521
8º 4,325
9º 4,333
10º 4,523

■

Exercício 2.40 — Canguru - adaptado. Qual das seguintes multiplicações fornece o maior produto?

(a) $4{,}4\times7{,}77$.
(b) $5{,}5\times6{,}66$.
(c) $7{,}7\times4{,}44$.
(d) $8{,}8\times3{,}33$.
(e) $9{,}9\times2{,}22$.

Solução. Veja que

(a) $4{,}4\times7{,}77 = 4\times7\times1{,}1\times1{,}11 = 28\times1{,}1\times1{,}11$;
(b) $5{,}5\times6{,}66 = 5\times6\times1{,}1\times1{,}11 = 30\times1{,}1\times1{,}11$;
(c) $7{,}7\times4{,}44 = 7\times4\times1{,}1\times1{,}11 = 28\times1{,}1\times1{,}11$;
(d) $8{,}8\times3{,}33 = 8\times3\times1{,}1\times1{,}11 = 24\times1{,}1\times1{,}11$; e
(e) $9{,}9\times2{,}22 = 9\times2\times1{,}1\times1{,}11 = 18\times1{,}1\times1{,}11$.

Desse modo, o maior produto é $5{,}5\times6{,}66$. Logo, a alternativa correta é a letra **(b)**. ■

Exercício 2.41 Por quanto devemos multiplicar o valor representado pelo algarismo 8, no número 38,472, para obtermos o valor representado pelo algarismo 8, no número 235,98?

(a) 1000.
(b) 100.
(c) 10.
(d) $\frac{1}{10}$.
(e) $\frac{1}{100}$.

Solução. O algarismo 8 em 38,472 vale 8 unidades, enquanto o algarismo 8 em 235,98 vale $0{,}08 = 8\times\frac{1}{100}$. Assim, multiplicando o valor representado pelo algarismo 8, no número 38,472, por $\frac{1}{100}$, obtemos o valor representado pelo algarismo 8, no número 235,98. Logo, a alternativa correta é a letra **(e)**. ■

Exercício 2.42 Quais das representações abaixo são equivalentes a cinco décimos?

( ) $\frac{5}{10}$.
( ) 0,50%.
( ) 0,5.
( ) $\frac{5}{100}$.
( ) 5%.
( ) 5.
( ) $\frac{1}{2}$.
( ) 50%.
( ) 50.

Exercício 2.43 Em uma questão da prova de Matemática, a professora Amélia pediu para que os alunos representassem o número 0,05 em forma de fração. Mariana respondeu $\frac{5}{10}$, Fabiano $\frac{10}{5}$, Fernanda $\frac{5}{100}$ e Marcela respondeu $\frac{5}{1000}$. Qual deles respondeu corretamente?

Exercício 2.44 A fração $\frac{3}{4}$ também pode ser representada por

(a) 0,3. (b) 0,4. (c) 0,63. (d) 0,75.

Exercício 2.45 Uma representação para número decimal 0,025 é

(a) 2,5%. (b) 25% (c) 0,25%. (d) 0,025%.

Exercício 2.46 — ENEM. Uma empresa, especializada em conservação de piscinas, utiliza um produto para tratamento da água, cujas especificações técnicas sugerem que seja adicionado 1,5 mL desse produto para cada 1000 L de água da piscina. Essa empresa foi contratada para cuidar de uma piscina de base retangular, de profundidade constante igual a 1,7 m, com largura e comprimento iguais a 3 m e 5 m, respectivamente. O nível da lâmina d'água dessa piscina é mantido a 50 cm da sua borda. A quantidade desse produto, em mililitro, que deve ser adicionada à água dessa piscina, de modo a atender às suas especificações técnicas, é

(a) 11,25. (b) 27,00. (c) 28,80. (d) 32,25. (e) 49,50.

Solução. Como a lâmina d'água é mantida a 50 cm = 0,50 m da borda da piscina, seu nível é de 1,70 m − 0,50 m = 1,2 m. Consequentemente, a piscina contém $1{,}2\times3\times5 = 18\,\text{m}^3 = 18.000\,\text{dm}^3 = 18.000\,\text{L}$ de água. Como deve-se acrescentar 1,5 mL do produto a cada 1000 L de água na piscina, a quantidade desse produto, em mililitros, que deve ser acrescentada, é igual a

$$\frac{18\cancel{000}}{1\cancel{000}}\times1{,}5 = 18\times1{,}5 = 27\,\text{mL}.$$

■

Sequência 3

Exercício 2.47 Em um zoológico há 300 animais. Sabe-se que 30% dos animais do zoológico são mamíferos e que 20% dos mamíferos são macacos. Quantos macacos há no zoológico?

Solução. No zoológico, há

$$30\%\times300 = \frac{30}{100}\times300 = \frac{300}{100}\times30 = 3\times30 = 90$$

mamíferos. Assim, há

$$20\%\times90 = \frac{20}{100}\times90 = \frac{2\cancel{0}}{10\cancel{0}}\times9\cancel{0} = 2\times9 = 18$$

macacos. Ou seja, dos 300 animais, 18 são macacos. ■

Exercício 2.48 Fernando levou 15% menos tempo do que Tobias para dar uma volta completa na pista de atletismo do colégio em que estudam. Se Tobias conseguiu completar a sua volta em 2 minutos e 20 segundos, quanto tempo Fernando levou para completar a volta?

Exercício 2.49 Por orientação de uma nutricionista, pelo menos 30% dos carboidratos que compõem a dieta diária de Giselle devem ser formados por grãos integrais. Hoje ela ingeriu 210 gramas de carboidratos, dos quais 52,5 gramas eram compostos por grãos integrais. Giselle cumpriu a meta estabelecida pela nutricionista?

Solução. Veja que

$$30\%\times 210 = \frac{30}{100}\times 210 = \frac{3\cancel{0}}{10\cancel{0}}\times 21\cancel{0} = 3\times 21 = 63.$$

Logo, os 52,5 g de grãos integrais, ingeridos por Giselle, não cumprem a meta estabelecida pelo nutricionista, uma vez que $52{,}5 < 63$. ■

Exercício 2.50 Joaquim foi ao supermercado fazer compras com seu pai. Ele perguntou ao pai se ainda faltavam muitos itens para finalizar a lista de compras. O pai respondeu: "nós já pegamos 35% dos itens da nossa lista". Joaquim olhou para o carrinho e contou 21 itens. Quantos itens constavam da lista de compras?

Solução. Se 21 itens correspondem a $35\% = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$ do total de itens da lista de compras, então temos as seguintes correspondências:

$$\frac{7}{20} \longrightarrow 21 \text{ itens}$$

$$\frac{1}{20} \longrightarrow 21 \div 7 = 3 \text{ itens}$$

$$\frac{20}{20} \longrightarrow 20\times 3 = 60 \text{ itens}$$

Assim, a lista de compras era composta por 60 itens. ■

Exercício 2.51 Observe as desigualdades abaixo:

(I) $10{,}001 < 9{,}99$.
(II) $2{,}09 > 1{,}9$.
(III) $9{,}01 < 0{,}901$.
(IV) $\frac{1}{4} > 0{,}28$.

Podemos afirmar que:

(a) I e II estão corretas.
(b) II está errada.
(c) apenas I e III estão erradas.
(d) apenas II está correta.
(e) II e III estão corretas.

Exercício 2.52 — CMF. Um funcionário da Empresa Delta, por ter sido o destaque do ano, recebeu, em fevereiro de 2017, um aumento de 25% em seu salário. Esse funcionário, por ter sido promovido de cargo, recebeu, em fevereiro de 2018, mais um aumento de 25% sobre o salário atual. Após esses dois aumentos, seu salário de janeiro de 2017 teve um acréscimo percentual total de

(a) 50%. (b) 52,55%. (c) 56,25%. (d) 57,75%. (e) 58%.

Solução. Note que $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$. Assim, depois do primeiro aumento, o salário passou a ser

$$1 + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

do salário inicial. Depois do segundo aumento, o salário passou a ser

$$\frac{5}{4} + \frac{1}{4}\times\frac{5}{4} = \frac{5\times 4}{4\times 4} + \frac{5}{16} = \frac{20}{16} + \frac{5}{16} = \frac{25}{16}$$

do salário que o funcionário recebia antes de fevereiro de 2017. Agora,

$$\begin{aligned}\frac{25}{16} &= 1+\frac{9}{16}\\ &= 1+\frac{9\times 625}{16\times 625}\\ &= 1+\frac{5625}{10000}\\ &= 1+0{,}5625.\end{aligned}$$

Portanto, após esses dois aumentos, o salário de janeiro de 2017 teve um acréscimo percentual total de 56,25%, ou seja, a alternativa correta é a letra **(c)**. ■

Exercício 2.53 Uma piscina tem 10 metros de largura, 25 metros de comprimento e 3 metros de profundidade. No início da semana, a piscina encontrava-se totalmente cheia. No final da mesma semana, parte da água evaporou e a piscina ficou com apenas 600 mil litros de água. Que porcentagem da água evaporou?

Exercício 2.54 Por causa do baixo movimento durante o mês de outubro de 2019, uma loja ofereceu um desconto de 30% no preço de determinado video-game. Em dezembro, com o aquecimento das vendas gerado pelo Natal, o dono da loja resolveu reajustar em 30% o preço praticado em outubro. Em relação ao preço original — preço cobrado antes do desconto aplicado em outubro, o preço praticado pela loja em dezembro é

(a) Igual, pois primeiro foi aplicado um desconto de 30% e depois um reajuste de 30%.
(b) 9% menor.
(c) 9% maior.
(d) 91% menor.
(e) 91% maior.

Solução. Depois do desconto de $30\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$, o novo preço passou a ser $1-\frac{3}{10} = \frac{10}{10}-\frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ do preço original. Com o aumento de 30% aplicado em dezembro, o novo preço passou a ser

$$\frac{7}{10}+\frac{3}{10}\times\frac{7}{10} = \frac{7\times 10}{10\times 10}+\frac{21}{100} = \frac{70}{100}+\frac{21}{100} = \frac{91}{100}$$

do preço original. Logo, uma vez que $\frac{91}{100} = 1-\frac{9}{100}$, o preço aplicado em dezembro é 9% menor que o preço original. Assim, a alternativa correta é a letra **(b)**. ■

Exercício 2.55 Antônio almoça na cantina da repartição em que trabalha e o custo diário de sua refeição é R$ 26,00. Ele sempre pede um copo de suco de laranja para acompanhar o almoço, no valor de R$ 4,00. Pelo serviço, Antônio sempre deixa uma gorjeta de 10% sobre o valor total consumido. Se Antônio almoça na cantina de segunda a sexta-feira, sempre repetindo o mesmo cardápio, qual é seu gasto semanal, incluindo a gorjeta?

Sequência 4

Exercício 2.56 — CMF. O campo de futebol da Arena Castelão tem 106 metros de comprimento por 68 metros de largura. Ele foi coberto, em 2012, por placas de grama de formato retangular, com dimensões 200 centímetros de comprimento e 100 centímetros de largura. Este serviço ocorreu em 20 dias. Nos 5 primeiros dias, foram colocadas 25% das placas utilizadas para cobrir o gramado. Quantas placas de grama foram colocadas nos últimos 15 dias?

(a) 2577. (b) 2652. (c) 2703. (d) 2754. (e) 2763.

Solução. Uma vez que 200 cm = 2 m e 100 cm = 1 m, a área de cada uma das placas de grama que foram utilizadas para cobrir o campo é $2\times1 = 2\,\text{m}^2$. Por outro lado, o campo, que tem formato retangular e dimensões 68 m e 106 m, tem área igual a $68\times106\text{m}^2$. Logo, a quantidade de placas necessárias para cobrir completamente o gramado é

$$\frac{68\times106}{2} = 34\times106 = 3604.$$

Agora, como $25\% = \frac{1}{4}$, a quantidade de placas colocadas nos cinco primeiros dias é igual a

$$\frac{3604}{4} = 901.$$

Daí, $3604 - 901 = 2703$ placas foram colocadas nos últimos 15 dias de trabalho. Assim, a alternativa correta é a letra **(c)**.

■

Exercício 2.57 — CMF. Uma fábrica produz parafusos de 2,6 cm de medida. Podem ser comercializados os parafusos que, por algum problema no processo de produção, tiverem no mínimo 2,47 cm e no máximo 2,73 cm de medida. Em um certo dia, verificou-se que uma máquina estava desregulada e foram produzidos parafusos com cinco tamanhos diferentes: 2,70 cm; 2,49 cm; 2,66 cm; 2,08 cm e 2,50 cm. Os parafusos que não poderão ser comercializados por essa fábrica, por não estarem dentro das medidas estabelecidas, são os que possuem medida igual a

(a) 2,70 cm. (b) 2,49 cm. (c) 2,66 cm. (d) 2,08 cm. (e) 2,50 cm.

Exercício 2.58 — ENEM. O contribuinte que vende mais de R$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações.[a]

Um contribuinte que vende por R$ 34 mil um lote de ações que custou R$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de

(a) R$ 900,00. (b) R$ 1200,00. (c) R$ 2100,00. (d) R$ 3900,00. (e) R$ 5100,00.

[a]Disponível em: www.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 de abril 2010 (adaptado).

Solução. Perceba que o imposto será pago sobre o lucro, ou seja, sobre R$ 34.000,00−R$ 26.000,00 = R$ 8000,00. Desse modo, como 15% de 8000 é igual a

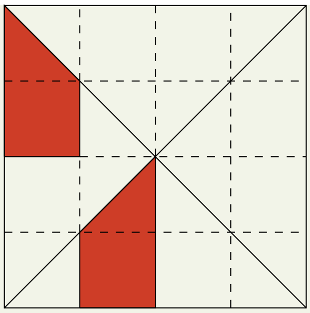
$$\frac{15}{1\cancel{00}}\times80\cancel{00} = 15\times80 = 1200,$$

concluímos que o contribuinte pagará R$ 1200,00 de imposto. Logo, a alternativa correta é a da letra **(b)**. ■

Exercício 2.59 — CMF. Dos 2000 funcionários de uma empresa multinacional, 60% são do sexo feminino. Além disso, 640 homens são de nacionalidade brasileira e 25% das mulheres são estrangeiras. O total de funcionários da empresa, de ambos sexos, que são estrangeiros é um número múltiplo de

(a) 12. (b) 17. (c) 23. (d) 30. (e) 50.

Exercício 2.60 — Banco OBMEP. Na figura a seguir, todos os quadradinhos do tabuleiro são iguais. Que porcentagem do quadrado maior a região pintada cobre?



Exercício 2.61 — Banco OBMEP. Em um certo armazém, uma dúzia de ovos e 10 maçãs tinham o mesmo preço. Depois de uma semana, o preço dos ovos caiu 2% e o da maçã subiu 10%. Quanto se gastará a mais na compra de uma dúzia de ovos e 10 maçãs?

(a) 2%. (b) 4%. (c) 10%. (d) 12%. (e) 12,2%.

Solução. Denotando por P o preço (comum) de uma dúzia de ovos e de 10 maçãs, temos que os preços desses itens, depois de uma semana, são iguais a $(1-0{,}02)P = 0{,}98P$ e $(1+0{,}10)P = 1{,}1P$, respectivamente. Assim, o preço de uma dúzia de ovos e 10 maçãs, que antes era $2P$, passou a ser $0{,}98P + 1{,}1P = (0{,}98 + 1{,}1)P = 2{,}08P$. Agora, veja que

$$2{,}08P = 1{,}04{\times}2P = (1+0{,}04){\times}2P.$$

Portanto, o aumento sobre o preço de uma dúzia de ovos e 10 maçãs foi de 4%. Logo, a alternativa correta é a da letra **(b)**. ■

Uma solução alternativa para o exercício acima é atribuir um mesmo preço – 100 reais, por exemplo – aos produtos, que têm o mesmo preço. Daí, depois de uma semana, uma dúzia de ovos passa a custar 98 reais e 10 maçãs passam a custar 110 reais, ou seja, o preço dos dois itens saltou de 200 reais para $98 + 110 = 208$ reais. Agora é só calcular o aumento percentual de 208 reais sobre 200 reais, que é igual a 4%.

Exercício 2.62 — Banco OBMEP. Na cidade de Trocalândia, 20% dos gatos pensam que são cachorros e 25% dos cachorros pensam que são gatos. Certo dia, um psicólogo veterinário resolve testar todos os gatos e cachorros de Trocalândia, verificando que 30% do total pensava ser gato. Que proporção dos animais testados era de cães?

Solução. Vamos denotar por C a quantidade de cães e por G a quantidade de gatos. Assim, $0{,}2G$ é a quantidade de gatos que pensam que são cães e $0{,}8G$ é a quantidade de gatos que sabem que são gatos. Por outro lado, $0{,}25C$ é a quantidade de cães que pensam ser gatos. Logo, o total de animais que pensam que são gatos é $0{,}8G + 0{,}25C$. Mas, de acordo com o psicólogo, essa quantidade é igual a $0{,}3(C+G)$. Portanto, $0{,}8G + 0{,}25C = 0{,}3C + 0{,}3G$. Como

$$\begin{aligned} 0{,}8G + 0{,}25C = 0{,}3C + 0{,}3G &\iff 0{,}8G - 0{,}3G = 0{,}3C - 0{,}25C \\ &\iff 0{,}5G = 0{,}05C \\ &\iff 10G = C, \end{aligned}$$

a proporção de cães era de

$$\frac{C}{C+G} = \frac{10G}{10G+G} = \frac{10G}{11G} = \frac{10}{11}.$$

■

Exercício 2.63 — ENEM. Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras. Um cliente deseja comprar um produto que custava R\$ 50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de

(a) R\$ 15,00. (b) R\$ 14,00. (c) R\$ 10,00. (d) R\$ 5,00. (e) R\$ 4,00.

Exercício 2.64 — ENEM. Um arquiteto está reformando uma casa. De modo a contribuir com o meio ambiente, decide reaproveitar tábuas de madeira retiradas da casa. Ele dispõe de 40 tábuas de 540 cm, 30 de 810 cm e 10 de 1080 cm, todas de mesma largura e espessura. Ele pediu a um carpinteiro que cortasse as tábuas em pedaços de mesmo comprimento, sem deixar sobras e de modo que as novas peças ficassem com o maior tamanho possível, mas de comprimento menor que 2 m. Atendendo o pedido do arquiteto, o carpinteiro deverá produzir

(a) 105 peças. (b) 120 peças. (c) 210 peças. (d) 243 peças. (e) 420 peças.

Solução. Vamos deixar todos os comprimentos em centímetros porque, com isso, só fazemos uma conversão e asseguramos que todos os comprimentos têm valores inteiros. Observe que $2\,\text{m} = 200\,\text{cm}$. Como o problema requer que as tábuas sejam cortadas, sem deixar sobras, em pedaços de um mesmo comprimento $l < 200\,\text{cm}$, o valor de l em centímetros deve ser o maior divisor comum a 540, 810 e 1080 menor que 200. A quantidade de peças por tábua é, então, $540/l$, $810/l$, e $1080/l$. Aplicando o método das divisões sucessivas, encontramos $\text{MDC}(540{,}810{,}1080) = \text{MDC}(540{,}810) = 270$. Assim, l é o maior divisor de 270 menor que 200, ou seja, $l = \frac{270}{2} = 135$. Desse modo, o número total de peças é igual a

$$\begin{aligned} &40\times\frac{540}{135} + 30\times\frac{810}{135} + 10\times\frac{1080}{135} \\ &= 40\times 4 + 30\times 6 + 10\times 8 \\ &= 160 + 180 + 80 \\ &= 420. \end{aligned}$$

Portanto, a alternativa correta é a da letra **(e)**. ■

Exercício 2.65 — ENEM. Deseja-se comprar lentes para óculos. As lentes devem ter espessuras mais próximas possíveis da medida 3 mm. No estoque de uma loja, há lentes de espessuras 3,10 mm, 3,021 mm, 2,96 mm, 2,099 mm e 3,07 mm. Se as lentes forem adquiridas nessa loja, a espessura escolhida será, em milímetros, de

(a) 2,099. (b) 2,96. (c) 3,021. (d) 3,07. (e) 3,10.

Solução. Para resolver esse problema, deve-se escolher, dentre as cinco medidas de espessura disponíveis, aquela que é a mais próxima de 3 mm. Como todas as espessuras são dadas em milímetros, vamos tomar o valor absoluto, ou seja, o módulo, da diferença entre cada um desses valores e 3 para saber qual é a espessura mais próxima de 3 mm. Temos

$$\begin{aligned} |3 - 2{,}099| &= 0{,}901, \\ |3 - 2{,}96| &= 0{,}04, \\ |3 - 3{,}021| &= 0{,}021, \\ |3 - 3{,}07| &= 0{,}07 \text{ e} \\ |3 - 3{,}10| &= 0{,}1. \end{aligned}$$

O menor dos números encontrados acima é 0,021. Logo a alternativa correta é a da letra **(c)**, que indica a lente de 3,021 mm como a que deve ser adquirida. ■

Exercício 2.66 — ENEM. Alguns exames médicos requerem uma ingestão de água maior do que a habitual. Por recomendação médica, antes do horário do exame, uma paciente deveria ingerir 1 copo de água de 150 mililitros a cada meia hora, durante as 10 horas que antecederiam um exame. A paciente foi a um supermercado comprar água e verificou que havia garrafas dos seguintes tipos.

Garrafa I: 0,15 litro.
Garrafa II: 0,30 litro.
Garrafa III: 0,75 litro.
Garrafa IV: 1,50 litro.
Garrafa V: 3,00 litros.

A paciente decidiu comprar duas garrafas do mesmo tipo, procurando atender à recomendação médica e, ainda, de modo a consumir todo o líquido das duas garrafas antes do exame. Qual o tipo de garrafa escolhida pela paciente?

(a) I. (b) II. (c) III. (d) IV. (e) V.

Solução. Inicialmente, vamos expressar as capacidades das garrafas em mililitros. Como $1\,\mathrm{L} = 1000\,\mathrm{mL}$, obtemos as seguintes medidas.

Garrafa I: $0{,}15\,\mathrm{L} = 0{,}15\times 1000\,\mathrm{mL} = 150\,\mathrm{mL}$.
Garrafa II: $0{,}35\,\mathrm{L} = 0{,}35\times 1000\,\mathrm{mL} = 350\,\mathrm{mL}$.
Garrafa III: $0{,}75\,\mathrm{L} = 0{,}75\times 1000\,\mathrm{mL} = 750\,\mathrm{mL}$.
Garrafa IV: $1{,}50\,\mathrm{L} = 1{,}50\times 1000\,\mathrm{mL} = 1500\,\mathrm{mL}$.
Garrafa V: $3{,}00\,\mathrm{L} = 3{,}00\times 1000\,\mathrm{mL} = 3000\,\mathrm{mL}$.

A paciente deve ingerir $150\,\mathrm{mL}$ de água a cada meia hora, por 10 horas, esvaziando completamente o conteúdo das duas garrafas que ela comprou. Assim, a paciente deve ingerir 20 copos d'água durante as 10 horas, pois são 2 copos a cada hora, o que dá um total de $20\times 150\,\mathrm{mL} = 3000\,\mathrm{mL}$. Portanto, a paciente deve comprar duas garrafas de $\frac{3000}{2} = 1500\,\mathrm{mL}$, ou seja, duas garrafas do tipo IV. Logo, a alternativa correta é a da letra **(d)**. ■

Exercício 2.67 — ENEM. Uma empresa europeia construiu um avião solar, objetivando dar uma volta ao mundo utilizando somente energia solar. O avião solar tem comprimento AB igual a $20\,\mathrm{m}$ e uma envergadura de asas CD igual a $60\,\mathrm{m}$. Para uma feira de ciências, uma equipe de alunos fez uma maquete desse avião. A escala utilizada pelos alunos foi de $3:400$. A envergadura CD na referida maquete, em centímetro, é igual a

(a) 5. (b) 20. (c) 45. (d) 55. (e) 80.

Solução. Como $1\,\mathrm{m} = 100\,\mathrm{cm}$, temos que a envergadura CD do avião é igual a $60\,\mathrm{m} = 60\times 100\,\mathrm{cm} = 6000\,\mathrm{cm}$. Agora, uma vez que a escala da maquete é $3:400$, cada 3 unidades de comprimento na maquete correspondem a 400 dessas unidades no avião. Desse modo, se x é a envergadura do avião na maquete, então $\frac{x}{6000} = \frac{3}{400}$. Observe que o valor de x será dado em centímetros, pois 6000, na expressão acima, se refere ao valor da envergadura do avião nessa unidade de medida, conforme vimos acima. Mas,

$$\frac{x}{6000} = \frac{3}{400} \quad \text{implica} \quad x = \frac{3\times 60\cancel{00}}{4\cancel{00}} = \frac{180}{4} = 45.$$

Logo, a alternativa correta e a da letra **(c)**. ■

Exercício 2.68 — ENEM. O veículo terrestre mais veloz já fabricado até hoje é o Sonic Wind LSRV, que está sendo preparado para atingir a velocidade de $3000\,\mathrm{km/h}$. Ele é mais veloz do que o Concorde, um dos aviões de passageiros mais rápidos já feitos, que alcança $2330\,\mathrm{km/h}$.

BASILIO, A. Galileu, mar. 2012 (adaptado).

Para percorrer uma distância de $1000\,\mathrm{km}$, o valor mais próximo da diferença, em minuto, entre os tempos gastos pelo Sonic Wind LSRV e pelo Concorde, em suas velocidades máximas, é

(a) 0,1. (b) 0,7. (c) 6,0. (d) 11,2. (e) 40,2.

Solução. O problema nos informa a velocidade máxima de dois veículos e nos pede para calcular a diferença de tempo que esses veículos levam, em suas velocidades máximas, para percorrer a distância de 1000 km. Assim, vamos calcular quanto tempo cada veículo leva para percorrer 1000 km e calcular, em minutos, a diferença entre esses tempos. Como uma hora tem 60 minutos, o LSRV percorre 3000 km em 60 minutos e o Concorde percorre 2330 km nos mesmos 60 minutos. Logo, o LSRV leva

$$\frac{1\cancel{000}\times 60}{3\cancel{000}} = \frac{60}{3} = 20\,\text{min}$$

para percorrer 1000 km, enquanto o Concorde leva

$$\frac{100\cancel{0}\times 60}{233\cancel{0}} = \frac{6000}{233} \cong 26\,\text{min}.$$

Portanto, a diferença entre o maior e o menor tempo é de aproximadamente $26 - 20 = 6\,\text{min}$, ou seja, a alternativa da letra **(c)** fornece a melhor aproximação para essa diferença. ■

Exercício 2.69 — ENEM. Uma caixa d'água em forma de um paralelepípedo retângulo reto, com 4 m de comprimento, 3 m de largura e 2 m de altura, necessita de higienização. Nessa operação, a caixa precisará ser esvaziada em 20 min, no máximo. A retirada da água será feita com o auxílio de uma bomba de vazão constante, em que vazão é o volume do líquido que passa pela bomba por unidade de tempo. A vazão mínima, em litro por segundo, que essa bomba deverá ter para que a caixa seja esvaziada no tempo estipulado é

(a) 2. (b) 3. (c) 5. (d) 12. (e) 20.

Solução. Como a caixa d'água tem o formato de paralelepípedo reto retângulo, o seu volume é dado pelo produto das suas dimensões, ou seja, é gual a $4\times3\times2 = 24\,\text{m}^3$. Como sabemos, $1\,\text{m} = 10\,\text{dm}$, logo $1\,\text{m}^3 = 1000\,\text{dm}^3 = 1000\,\text{L}$. Daí, $24\,\text{m}^3 = 24.000\,\text{L}$. Agora, note que o problema pede a vazão mínima para esvaziar o tanque no tempo estipulado. Essa vazão, que é dada por $\frac{\text{capacidade}}{\text{tempo}}$, é mínima quando é considerado o máximo intervalo de tempo tolerado para o escoamento, ou seja, $20\,\text{min} = 20\times60\,\text{s} = 1200\,\text{s}$. Assim, a vazão de escoamento mínima é igual a $\frac{24000}{1200} = 20\,\text{L/s}$ e, portanto, a alternativa correta é a da letra **(e)**. ■

Exercício 2.70 — ENEM. Um casal realiza sua mudança de domicílio e necessita colocar numa caixa de papelão um objeto cúbico, de 80 cm de aresta, que não pode ser desmontado. Eles têm à disposição cinco caixas, com diferentes dimensões, conforme descrito na relação abaixo:

Caixa 1: $86\,\text{cm}\times86\,\text{cm}\times86\,\text{cm}$.
Caixa 2: $75\,\text{cm}\times82\,\text{cm}\times90\,\text{cm}$.
Caixa 3: $85\,\text{cm}\times82\,\text{cm}\times90\,\text{cm}$.
Caixa 4: $82\,\text{cm}\times95\,\text{cm}\times82\,\text{cm}$.
Caixa 5: $80\,\text{cm}\times95\,\text{cm}\times85\,\text{cm}$.

O casal precisa escolher uma caixa na qual o objeto caiba, de modo que sobre o menor espaço livre em seu interior. A caixa escolhida pelo casal deve ser a de número

(a) 1. (b) 2. (c) 3. (d) 4. (e) 5.

Solução. Para resolver essa questão é preciso levar em conta que as dimensões da caixa não podem ser inferiores ao comprimento da aresta do objeto cúbico, logo, a caixa 2, que tem uma das arestas com comprimento igual a 75 cm, não pode ser a caixa escolhida pelo casal. Dentre as demais, queremos encontrar a de menor volume (para que sobre o menor espaço possível após inserido o cubo). A caixa 1 tem volume $86\,\text{cm}\times86\,\text{cm}\times86\,\text{cm} = 636.056\,\text{cm}^3$. Analogamente, obtemos que os volumes das caixas 3, 4 e 5 são, respetivamente, $627.300\,\text{cm}^3$, $638.780\,\text{cm}^3$ e $646.000\,\text{cm}^3$. Logo a alternativa correta é a da letra **(c)**, correspondente à caixa 3.

O procedimento que seguimos acima para resolver a questão é simples, mas envolve muitos cálculos, o que faz com que uma questão fácil como essa tenha solução demorada, sem falar na possibilidade de erro em meio a tantas contas de multiplicar. Passar muito tempo para resolver uma questão como essa geralmente contribui para piorar o desempenho no ENEM. A fim de contornar isso, a melhor alternativa é comparar diretamente o volume das caixas. Com isso em mente, começamos comparando as caixas 1 e 3. Observando primeiro suas duas últimas dimensões, temos que

$$82 \cdot 90 = (86 - 4) \cdot (86 + 4) = 86^2 - 4^2 < 86 \cdot 86.$$

Portanto,

$$85 \cdot 82 \cdot 90 < 85 \cdot 86 \cdot 86 < 86 \cdot 86 \cdot 86.$$

Logo, o volume da caixa 3 é menor que o volume da caixa 1. Comparando a caixa 3 com a caixa 4, veja que ambas possuem 82 como uma de suas dimensões e, para outras duas dimensões, temos $85 \cdot 90 = 7650$ e $82 \cdot 95 = 7790$. Logo, $85 \cdot 82 \cdot 90 < 82 \cdot 95 \cdot 82$ e, assim, a caixa 3 tem capacidade menor que a caixa 4. Enfim, para comparar a caixa 3 com a caixa 5, observe que $82 \cdot 90 < 80 \cdot 95$. Daí, $85 \cdot 82 \cdot 90 < 80 \cdot 95 \cdot 85$ e, deste modo, a caixa 3 tem menor capacidade que a caixa 5.

Um erro comum seria, simplesmente, subtrair 80 de cada uma das dimensões dos itens listados e comparar o que sobra. Nesse sentido, ao remover da caixa de dimensões $86\times86\times86$ um cubo de dimensões $80\times80\times80$, perceba que não sobra apenas o espaço $6\times6\times6$.

O que sobra é

$$86 \cdot 86 \cdot 86 - 80 \cdot 80 \cdot 80 = 636056 - 512000 = 124056 \neq 6 \cdot 6 \cdot 6.$$ ■

Exercício 2.71 — ENEM. Em uma de suas viagens, um turista comprou uma lembrança de um dos monumentos que visitou. Na base do objeto há informações dizendo que se trata de uma peça em escala 1 : 400, e que seu volume é de $25\,\text{cm}^3$. O volume do monumento original, em metro cúbico, é de

(a) 100. (b) 400. (c) 1600. (d) 6250. (e) 10000.

Solução. Como a escala 1 : 400 é relativa a comprimentos, devemos multiplicar o volume do objeto por 400^3 para obter o volume seu volume real em centímetro cúbico. Assim, o volume real do objeto é

$$25\times400^3 = 1.600.000.000\,\text{cm}^3.$$

Agora, uma vez que $1\,\text{m}^3 = 1.000.000\,\text{cm}^3$, obtemos que $1.600.000.000\,\text{cm}^3 = 1600\,\text{m}^3$. Logo, a alternativa correta é a da letra **(c)**.

■

Exercício 2.72 — ENEM. Para uma temporada das corridas de Fórmula 1, a capacidade do tanque de combustível de cada carro passou a ser de 100 kg de gasolina. Uma equipe optou por utilizar uma gasolina com densidade de 750 gramas por litro, iniciando a corrida com o tanque cheio. Na primeira parada de reabastecimento, um carro dessa equipe apresentou um registro, em seu computador de bordo, acusando o consumo de quatro décimos da gasolina originalmente existente no tanque. Para minimizar o peso desse carro e garantir o término da corrida, a equipe de apoio reabasteceu o carro com a terça parte do que restou no tanque na chegada ao reabastecimento.

Disponível em: www.superdanilof1page.com.br. Acesso em: 6 jul. 2015 (adaptado).

A quantidade de gasolina utilizada, em litro, no reabastecimento foi

(a) $\frac{20}{0{,}075}$. (b) $\frac{20}{0{,}75}$. (c) $\frac{20}{7{,}5}$. (d) $20\times0{,}075$. (e) $20\times0{,}75$.

Solução. A capacidade do tanque de combustível é 100 kg, ou seja, essa é a massa do combustível que ocupa o tanque quando ele está cheio. Como a densidade da gasolina utilizada é $750\,\text{g/L} = 0{,}75\,\text{kg/L}$, a quantidade de gasolina que havia no tanque no início da corrida era $\frac{100}{0{,}75}$ L. Na primeira parada, o carro havia consumido $\frac{4}{10}$ da gasolina que havia inicialmente, logo, a quantidade de gasolina que restava no tanque, em litro, era $\frac{6}{10}\times\frac{100}{0{,}75}$. Desse modo, a equipe pôs no carro um total de $\frac{1}{3}\times\frac{6}{10}\times\frac{100}{0{,}75}$ L. Mas observe que

$$\frac{1}{3\div 3}\times\frac{6\div 3}{1\cancel{0}}\times\frac{10\cancel{0}}{0{,}75}=2\times\frac{10}{0{,}75}=\frac{20}{0{,}75}.$$

Portanto, a alternativa correta é a da letra **(b)**.

■

2.8 – Adição e subtração de decimais

A adição e a subtração de decimais fazem uso das mesmas propriedades da adição e subtração de inteiros: comutatividade, associatividade, distributividade e elemento neutro.

Exercício 2.73 Beto percorreu 24,53 quilômetros no primeiro trecho de uma corrida de rua. Depois de uma rápida parada para hidratação, ele percorreu outros 13,44 quilômetros, até finalizar o trajeto previsto. Quantos quilômetros Beto percorreu ao todo?

Solução. Devemos somar os decimais 24,53 e 13,41 para saber o total de quilômetros percorridos por Beto. Como

$$24{,}53 = 2\times 10 + 4\times 1 + 5\times\frac{1}{10} + 3\times\frac{1}{100}$$

e

$$13{,}44 = 1\times 10 + 3\times 1 + 4\times\frac{1}{10} + 4\times\frac{1}{100},$$

obtemos

$$\begin{aligned}
24{,}53 + 13{,}44 \;=\;& \;2\times 10 + 4\times 1 + 5\times\frac{1}{10} + 3\times\frac{1}{100}\\
&+ 1\times 10 + 3\times 1 + 4\times\frac{1}{10} + 4\times\frac{1}{100}\\
&= (2+1)\times 10 + (4+3)\times 1 + (5+4)\times\frac{1}{10} + (3+4)\times\frac{1}{100}\\
&= 3\times 10 + 7\times 1 + 9\times\frac{1}{10} + 7\times\frac{1}{100}\\
&= 37{,}97.
\end{aligned}$$

A soma de números decimais que efetuamos acima também pode ser calculada pelo modo descrito no dispositivo abaixo:

$$\begin{array}{r}
2\;4{,}5\;3\\
+\;1\;3{,}4\;4\\
\hline
3\;7{,}9\;7
\end{array}$$

Portanto, Beto percorreu um total de 37,97 quilômetros. ■

O *dispositivo prático* utilizado acima é o mesmo da adição de inteiros. O principal cuidado, nesse novo procedimento, é o de posicionar as vírgulas dos dois números somados, uma sobre a outra, a fim de que as colunas fiquem corretamente alinhadas e, desse modo, possamos somar unidades com unidades, dezenas com dezenas, assim como décimos com décimos, centésimos com centésimos, etc. No caso acima isso não é um problema, pois ambos os números possuem 4 algarismos. Os próximos exercícios demonstram o que fazer quando os números possuem quantidades diferentes de algarismos e trata também do “vai um”, que pode ser necessário, tal qual na adição de inteiros.

Exercício 2.74 Um relógio custava R$ 125,63 no início de dezembro de 2018. Na última semana do ano, o preço do relógio teve um aumento de R\$ 4,95. Quanto passou a custar o relógio após o aumento?

Solução. Note que o preço do relógio após o aumento é dado pelo resultado da adição $125{,}63+4{,}95$. Uma vez que

$$\begin{aligned} 125{,}63 &= 1\times 100 + 2\times 10 + 5\times 1 + 6\times\frac{1}{10} + 3\times\frac{1}{100} \quad \text{e} \\ 4{,}95 &= 4\times 1 + 9\times\frac{1}{10} + 5\times\frac{1}{100}, \end{aligned}$$

obtemos

$$\begin{aligned} 125{,}63+4{,}95 &= 1\times 100 + 2\times 10 + 5\times 1 + 6\times\frac{1}{10} + 3\times\frac{1}{100} \\ &\quad + 4\times 1 + 9\times\frac{1}{10} + 5\times\frac{1}{100} \\ &= 1\times 100 + 2\times 10 + (5+4)\times 1 + (6+9)\times\frac{1}{10} + (3+5)\times\frac{1}{100} \\ &= 1\times 100 + 2\times 10 + 9\times 1 + 15\times\frac{1}{10} + 8\times\frac{1}{100} \\ &= 1\times 100 + 2\times 10 + 9\times 1 + (10+5)\times\frac{1}{10} + 8\times\frac{1}{100} \\ &= 1\times 100 + 2\times 10 + (9+1)\times 1 + 5\times\frac{1}{10} + 8\times\frac{1}{100} \\ &= 1\times 100 + 2\times 10 + (10)\times 1 + 5\times\frac{1}{10} + 8\times\frac{1}{100} \\ &= 1\times 100 + (2+1)\times 10 + 0\times 1 + 5\times\frac{1}{10} + 8\times\frac{1}{100} \\ &= 1\times 100 + 3\times 10 + 0\times 1 + 5\times\frac{1}{10} + 8\times\frac{1}{100} \\ &= 130{,}58. \end{aligned}$$

Observe que, posicionando vírgula sobre vírgula, essa soma também pode ser calculada de acordo com o dispositivo abaixo:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1\quad\ \ } \\ 1\ 2\ 5{,}6\ 3 \\ +\qquad 4{,}9\ 5 \\ \hline 1\ 3\ 0{,}5\ 8 \end{array}$$

Assim, após o aumento, o relógio passou a custar R\$ 130,58. ■

Exercício 2.75 Gabi foi ao açougue e comprou 2,5 quilogramas de lombo, além de 1,95 quilograma de carne moída e 3 quilogramas de filé. Quantos quilogramas de carne Gabi comprou ao todo?

Solução. Neste exercício, os números são exibidos com quantidades diferentes de casas decimais, ou seja, quantidades diferentes de algarismos à direta da vírgula. A fim de montar o dispositivo da soma, devemos tomar dois cuidados: igualar a quantidade de casas decimais e pôr todas as vírgulas alinhadas em uma mesma coluna. Observe que $3 = 3{,}00$ e $2{,}5 = 2{,}50$. Assim, somamos $2{,}5+1{,}95+3$ somando $2{,}50+1{,}95+3{,}00$, conforme o dispositivo apresentando abaixo:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\qquad} \\ 2,5\,0 \\ 1,9\,5 \\ +\,3,0\,0 \\ \hline 7,4\,5 \end{array}$$

Portanto, concluímos que Gabi comprou 7,45 quilogramas de carne ao todo. ■

De modo geral, temos o seguinte procedimento.

Adição de números decimais: para somar dois ou mais números decimais, devemos *igualar a quantidade de casas decimais*, acrescentando, quando necessário, algarismos zero à direita da vírgula imaginária ou à direita do último algarismo após a vírgula e, então, *somar os números respeitando as mesmas regras do algoritmo utilizado para somar números naturais.* Não esqueça de que *as vírgulas devem ficar alinhadas* em uma mesma coluna: vírgula embaixo de vírgula.

Vejamos mais um exemplo.

Exercício 2.76 Joaquim foi à feira e comprou algumas frutas e legumes. Ele pagou R$ 22,50 por três quilogramas de tomate, R$ 12,50 por dois quilogramas de cebola, R$ 5,80 por uma dúzia de bananas, R$ 6,79 por cinco maçãs e R$ 3,89 por um quilograma de manga espada. Quanto Joaquim gastou ao todo.

Solução. Para saber o total gasto por Joaquim, devemos somar os preços de todos os produtos que ele comprou na feira, ou seja, devemos encontrar o valor da soma $22{,}50 + 12{,}50 + 5{,}80 + 6{,}79 + 3{,}89$ segundo o dispositivo apresentado a seguir.

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & {\scriptstyle 2} & {\scriptstyle 3} & & {\scriptstyle 1}\\
 & 2 & 2, & 5 & 0\\
 & 1 & 2, & 5 & 0\\
 & & 5, & 8 & 0\\
 & & 6, & 7 & 9\\
+ & & 3 & 8 & 9\\
\hline
 & 5 & 1, & 4 & 8
\end{array}
$$

Portanto, Joaquim gastou R$ 51,48 ao todo. ■

Os próximos exemplos serão resolvidos através de subtrações de números decimais.

Exercício 2.77 O preço de uma geladeira é R$ 1499,99. João aproveitou um dia de promoção e comprou a geladeira com R$ 225,49 de desconto. Quanto ele pagou pelo eletrodoméstico?

Solução. Temos

$$1499{,}99 = 1\times1000 + 4\times100 + 9\times10 + 9\times1 + 9\times\frac{1}{10} + 9\times\frac{1}{100}.$$

e

$$225{,}49 = 2\times100 + 2\times10 + 5\times1 + 4\times\frac{1}{10} + 9\times + \frac{1}{100}.$$

Desse modo, o valor que João pagou pela geladeira é igual à diferença entre 1499,99 e 225,49. Para calcular essa diferença, devemos subtrair cada algarismo que ocupa uma determinada ordem no decimal 225,49 do algarismo que ocupa a ordem correspondente no decimal 1499,99. Assim, obtemos

$$
\begin{aligned}
1499{,}99 - 225{,}49 &= 1\times1000 + 4\times100 + 9\times10 + 9\times1 + 9\times\frac{1}{10} + 9\times\frac{1}{100}\\
&\qquad - 2\times100 - 2\times10 - 5\times1 - 4\times\frac{1}{10} - 9\times\frac{1}{100}\\
&= 1\times1000 + (4-2)\times100 + (9-2)\times10 + (9-5)\times1\\
&\quad + (9-4)\times\frac{1}{10} + (9-9)\times\frac{1}{100}\\
&= 1\times1000 + 2\times100 + 7\times10 + 4\times1 + 5\times\frac{1}{10} + 0\times\frac{1}{100}\\
&= 1274{,}50.
\end{aligned}
$$

A diferença entre números decimais encontrada acima também pode ser calculada através do seguinte dispositivo prático.

$$\begin{array}{r} 1499{,}99 \\ -\ \ 225{,}49 \\ \hline 1274{,}50 \end{array}$$

Portanto, aproveitando o desconto, João pagou R$ 1275,50 pela geladeira. ■

Exercício 2.78 A altura de uma casa era 4,52 metros. Foi construído um segundo andar e a altura da casa passou a ser 7,49 metros. Em quantos metros a altura inicial da casa foi aumentada?

Solução. O número decimal 4,52, que expressa a altura inicial da casa, em metros, pode ser decomposto como

$$4{,}52 = 4\times 1 + 5\times\frac{1}{10} + 2\times\frac{1}{100}.$$

Depois de construído o segundo andar, o número decimal que representa a altura da casa, em metros, passou a ser 7,49, que pode ser decomposto como

$$7{,}49 = 7\times 1 + 4\times\frac{1}{10} + 9\times\frac{1}{100}.$$

Desse modo, a diferença entre 7,45 e 4,58 é igual à quantidade de metros que a casa aumentou depois que foi construído o segundo andar. Uma vez que

$$\begin{aligned} 7{,}49 - 4{,}52 = {} & 7\times 1 + 4\times\frac{1}{10} + 9\times\frac{1}{100} \\ & - 4\times 1 - 5\times\frac{1}{10} - 2\times\frac{1}{100}, \end{aligned} \tag{2.1}$$

a ideia, agora, é subtrair cada algarismo que ocupa uma determinada ordem no decimal 4,52 do algarismo que ocupa a ordem correspondente no decimal 7,49. Entretanto, note que não podemos subtrair $5\times\frac{1}{10}$ de $4\times\frac{1}{10}$. A saída, então, é escrever

$$7\times 1 = (6+1)\times 1 = 6\times 1 + 10\times\frac{1}{10}.$$

Substituindo o 7×1 da equação 2.1, pela expressão acima, temos

$$\begin{aligned} 7{,}49 - 4{,}52 &= 6\times 1 + 10\times\frac{1}{10} + 4\times\frac{1}{10} + 9\times\frac{1}{100} \\ &\quad - 4\times 1 - 5\times\frac{1}{10} - 2\times\frac{1}{100} \\ &= 6\times 1 + 14\times\frac{1}{10} + 9\times\frac{1}{100} \\ &\quad - 4\times 1 - 5\times\frac{1}{10} - 2\times\frac{1}{100} \\ &= (6-4)\times 1 + (14-5)\times\frac{1}{10} + (9-2)\times\frac{1}{100} \\ &= 2\times 1 + 9\times\frac{1}{10} + 7\times\frac{1}{100} \\ &= 2{,}97. \end{aligned}$$

Na prática, calculamos a diferença acima do modo descrito no dispositivo que segue:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 6\ \ 14}\ \ \ \\ \cancel{7},\ \cancel{4}\ 9 \\ -\ 4,\ 5\ 2 \\ \hline 2,\ 9\ 7 \end{array}$$

Portanto, depois da construção do segundo andar, a altura da casa aumentou 2,97 metros. ■

De modo geral, temos o seguinte procedimento.

Subtração de números decimais: para calcular a diferença entre dois números decimais, devemos *igualar a quantidade de casas decimais*, acrescentando, quando necessário, algarismos zero à direita da vírgula imaginária ou à direita do último algarismo após a vírgula e, então, subtrair os números respeitando as mesmas regras do algoritmo utilizado para calcular a diferença entre números naturais. Não esqueça de que *as vírgulas devem ficar alinhadas em uma mesma coluna*: vírgula embaixo de vírgula.

2.9 – Exercícios propostos e resolvidos

Sequência 1

Exercício 2.79 Encontre os resultados das operações listadas abaixo.

(a) $4{,}36 + 2{,}51$.
(b) $13{,}31 + 22{,}23 + 3{,}42$.
(c) $7{,}312 + 2{,}502$.
(d) $6 + 3{,}45 + 0{,}432$.
(e) $10{,}94 - 10{,}02$.
(f) $0{,}856 - 0{,}046$.
(g) $12{,}345 - 10{,}12$.
(h) $0{,}03 + 0{,}96 + 5{,}001 + 1$.

Exercício 2.80 Cláudia preparou um bolo de fubá e canjica para a festa junina de sua filha. No bolo, ela gastou 1,5 litro de leite e, na canjica, 1,3 litro. Quantos litros de leite Cláudia gastou ao todo na preparação das comidas?

Exercício 2.81 A altura de uma casa era 3,25 metros. Foi construído um segundo andar, aumentando a altura da casa em 3,34 metros. Que altura passou a ter a casa depois da construção do segundo andar?

Solução. A altura da casa era 3,25 m antes da construção do segundo andar. Como a altura foi aumentada em 3,34 m, depois que o segundo andar foi construído, e $3{,}25 + 3{,}34 = 6{,}59$, conforme indica o dispositivo abaixo:

$$\begin{array}{r} 3{,}2\ 5 \\ +\ 3{,}3\ 4 \\ \hline 6{,}5\ 9 \end{array}$$

concluímos que, depois da construção do segundo andar, a altura da casa passou a ser de 6,59 m. ■

Exercício 2.82 Certo modelo de celular custava R\$ 549,99. A rede de lojas "Australianas" ofereceu um desconto de R\$ 138,00 durante o último fim de semana. Pedro aproveitou o desconto e comprou um celular novo, porque o que possuía estava bem ruim. Quanto Pedro pagou pelo aparelho?

Solução. O modelo de celular, que custava R\$ 549,99, teve um desconto de R\$ 138,00. Temos $549{,}99 + 138{,}00 = 411{,}99$, conforme o dispositivo abaixo:

$$\begin{array}{r} 5\ 4\ 9{,}9\ 9 \\ -\ 1\ 3\ 8{,}0\ 0 \\ \hline 4\ 1\ 1{,}9\ 9 \end{array}$$

Logo, Pedro pagou R\$ 411,99 pelo aparelho. ■

Exercício 2.83 Para visitar seus avós, Fernando percorre 6,37 quilômetros de metrô e 2,21 quilômetros de bicicleta. Qual é a distância total percorrida por Fernando para visitar os avós?

Exercício 2.84 No dia em que completou 11 anos, Fernando mediu a sua altura e constatou que tinha 1,52 m. Três anos depois, ao completar 14 anos, ele mediu novamente a sua altura e percebeu que sua altura havia aumentado para 1,75 m. Quanto a altura de Fernando aumentou nesses três anos?

Sequência 2

Exercício 2.85 Encontre os resultados das operações listadas abaixo:

(a) $6{,}52 + 4{,}58$.
(b) $13{,}8 + 22{,}234 + 0{,}567$.
(c) $7{,}318 + 3{,}002$.
(d) $7{,}988 + 3{,}45 + 0{,}787$.
(e) $10{,}94 - 6{,}328$.
(f) $0{,}856 - 0{,}076$.
(g) $12{,}345 - 9{,}76$.
(h) $0{,}09 + 4{,}97 + 5{,}1 + 0{,}5$.

Exercício 2.86 Rita fez uma viagem de carro de Juazeiro a Fortaleza. Ela percorreu 338,7 quilômetros e parou em um posto de combustíveis para abastecer. A atendente do posto informou que ainda faltavam 205,8 quilômetros para chegar a Fortaleza. Qual é a distância total que Rita terá percorrido ao final da viagem?

Solução. A distância total percorrida por Rita será igual à soma da distância percorrida de Juazeiro até o posto com a distância percorrida do Posto até Fortaleza. Somando essas duas diantâncias, obtemos $338{,}7 + 205{,}8 = 544{,}5$, conforme o dispositivo abaixo apresentado.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1} \\ 3\ 3\ 8{,}7 \\ +\ 2\ 0\ 5{,}8 \\ \hline 5\ 4\ 4{,}5 \end{array}$$

Portanto, Rita terá percorrido um total de 544,5 km ao final da viagem. ■

Exercício 2.87 Para chegar à escola todas as manhãs, Gabriel percorre 29,43 quilômetros a cavalo e 8,76 quilômetros de trem. Quantos quilômetros Gabriel percorre nesse trajeto?

Exercício 2.88 Uma fábrica produz parafusos de 2,4 cm de medida. Podem ser comercializados os parafusos que, por algum problema no processo de produção, tiverem, no mínimo, 2,28 cm, e, no máximo, 2,52 cm de medida. Em um determinado dia, verificou-se que uma máquina estava desregulada e foram produzidos apenas parafusos com 1,89 cm de comprimento. Os parafusos não serão comercializados por essa fábrica, por não estarem dentro das medidas estabelecidas. Qual a diferença entre tamanho mínimo necessário para que um parafuso seja comercializado e o tamanho dos parafusos produzidos naquele dia?

Solução. O tamanho dos parafusos produzidos naquele dia é de 1,89 cm. O tamanho mínimo que um parafuso produzido pela fábrica deve ter, para que esteja no padrão para ser comercializado, é de 2,28 cm. Veja que $2{,}28 - 1{,}89 = 0{,}39$, conforme o dispositivo que segue:

$$\begin{array}{r} 2{,}2\ 8 \\ -\ 1{,}8\ 9 \\ \hline 0{,}3\ 9 \end{array}$$

Assim, a diferença entre o tamanho mínimo necessário para que um parafuso seja comercializado e o tamanho dos parafusos produzidos naquele dia é 0,39 cm. ■

Exercício 2.89 A distância entre as cidades A e B é de 45,76 quilômetros e a distância entre as cidades B e C é de 74,48 quilômetros. Calcule a distância entre as cidades A e C, sabendo que, necessariamente, temos de passar por B para irmos de A e C?

CIENTISTA CHEFE EDUCAÇÃO
FUNCAP
MAISPAIC
PACTO PELA APRENDIZAGEM

Exercício 2.90 Laura foi a uma loja de roupas comprar um vestido para usar no casamento de uma amiga. Ela gostou de dois modelos: um vermelho longo, que custa R$ 189,92, e um preto, mais simples, que custava R$ 139,99. Quanto Laura economizará, caso escolha o modelo mais barato?

Exercício 2.91 — SARESP. João nasceu com 2,150 kg. Precisou ficar na maternidade, sob os cuidados do pediatra, até atingir 3 kg. Na maternidade, depois que nasceu, João engordou

(a) 0,850 kg. (b) 0,950 kg. (c) 1,150 kg. (d) 1,850 kg. (e) 2,100 kg.

Sequência 3

Exercício 2.92 André vai a um mercadinho que vende uma garrafa de suco de uva por R$ 4,80 e uma caixa lacrada com seis dessas garrafas por R$ 27,00. Se André comprar 8 garrafas desse suco de uva para o aniversário do seu filho, quanto ele vai gastar no mínimo?

Solução. Veja que o custo de 6 garrafas de suco, compradas a R$ 4,80 cada unidade, é de $6 \times 4{,}80 = 28{,}80$. Logo, é mais vantajoso comprar uma caixa lacrada com 6 garrafas. Desse modo, para comprar 8 carrafas com o menor custo possível, André deve gastar

$$27{,}00 + 4{,}80 + 4{,}80 = 36{,}60 \text{ reais.}$$

■

Exercício 2.93 Joaquim tinha dois pedaços de fio metálico. Um desses pedaços media 2,76 metros e outro media 3,49 metros. Ao unir os dois fios, Joaquim constatou que houve uma perda total de 0,18 metro de fio. Qual o comprimento do pedaço de fio resultante da junção dos dois pedaços que Joaquim tinha no início?

Solução. Se não houvesse perda, o comprimento do pedaço de fio resultante da união dos dois pedaços seria de $2{,}76 + 3{,}49 = 6{,}25$ metros, conforme o dispositivo que segue:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1} \\ 2{,}7\ 6 \\ +\ 3{,}4\ 9 \\ \hline 6{,}2\ 5 \end{array}$$

Como houve uma perda de 0,18 metro de fio, o comprimento do pedaço de fio, resultante da junção dos dois pedaços que Joaquim tinha no início, é de $6{,}25 - 0{,}18 = 6{,}07$ m, conforme o dispositivo que segue:

$$\begin{array}{r} 6{,}2\ 5 \\ -\ 0{,}1\ 8 \\ \hline 6{,}0\ 7 \end{array}$$

■

Exercício 2.94 Seu Joaquim fez compras para seu restaurante. Seu caminhão pode transportar, no máximo, 2500 quilos de carga. Se ele levar 283,5 quilos de batata, 1022,25 quilos de cebola, 258,75 quilos de alho e 850 quilos de tomate, vai ser possível transportar toda essa carga de uma única vez? Se houver excesso de carga, de quantos quilos será esse excesso?

Solução. Somando toda a carga que deve ser transportada por seu Joaquim, obtemos o peso total de 2414,50 kg, conforme o dispositivo que segue:

$$
\begin{array}{r}
{\scriptstyle 1\,2\,1\,1\;\;1\;\;} \\
283{,}50 \\
1022{,}25 \\
258{,}75 \\
+\;\;850{,}00 \\
\hline
2414{,}50
\end{array}
$$

Desse modo, não haverá excesso de carga, uma vez que $2414{,}50 < 2500$. ■

Exercício 2.95 O supermercado "Ofertão" está com as seguintes ofertas do dia.

Biscoito doce	de R\$ 3,45 por R\$ 2,65
Creme de leite	de R\$ 2,19 por R\$ 1,49
Leite em pó	de R\$ 3,80 por R\$ 2,99
Arroz branco	de R\$ 3,39 por R\$ 2,29

João levou uma nota de R\$ 20,00 e aproveitou a promoção, comprando uma unidade de cada produto que estava em oferta.

(a) Quanto João economizou, ao todo?
(b) Quanto ele recebeu de troco?

Solução. (a) Somando os preços comprados por João sem o desconto, obtemos o total de 9,42, como indica o seguinte dispositivo:

$$
\begin{array}{r}
{\scriptstyle 2\;\;3\;\;\;} \\
2,65 \\
1,49 \\
2,99 \\
+2,29 \\
\hline
9,42
\end{array}
$$

Por outro lado, o total gasto por João sem a promoção seria de 12,03, pelo dispositivo que segue:

$$
\begin{array}{r}
{\scriptstyle 1\,1\;\;2\;\;\;} \\
3,45 \\
2,19 \\
3,00 \\
+\;\;3,39 \\
\hline
12,03
\end{array}
$$

Agora, temos $20{,}00 - 9{,}42 = 2{,}61$, pelo dispositivo abaixo:

$$
\begin{array}{r}
1\,2{,}0\,3 \\
-\,0\,9{,}4\,2 \\
\hline
0\,2{,}6\,1
\end{array}
$$

Portanto, João economizou R\$ 2,61.

(b) João pagou com uma nota de R\$ 20,00 e o total das compras que ele fez foi R\$ 9,42.

$$
\begin{array}{r}
2\,0{,}0\,0 \\
-\,0\,9{,}4\,2 \\
\hline
1\,0{,}5\,8
\end{array}
$$

Assim, pelo dispositivo acima, o troco recebido foi de R\$ 10,58.

■

Exercício 2.96 Marcela foi a uma feira de roupas em liquidação com duas notas de R$ 100,00. Ela comprou uma calça por R$ 59,90, uma saia por R$ 35,00, duas blusas por R$ 15,95, cada uma, e uma bermuda por R$ 29,99. Quanto falta para que Marcela ainda possa comprar um vestido básico de R$ 44,90?

Sequência 4

Exercício 2.97 — CMM. A aluna Ivone recebe, por semana, R$ 50,00 para seus gastos, incluindo o lanche da escola. No fim de uma determinada semana, ela verificou os seus gastos com lanches e notou que havia comprado 3 salgados, a R$ 2,00 cada; 2 fatias de bolo, a R$ 1,50 cada; 4 sucos, a R$ 1,80 cada e um refrigerante, a R$ 2,50. A quantia que lhe restou nessa semana para os demais gastos foi de

(a) R$ 31,30. (b) R$ 18,70. (c) R$ 7,80. (d) R$ 42,20. (e) R$ 21,70.

Solução. Ivone gastou com lanches o total de 18,70, conforme a seguir:

$$\begin{aligned} 3\times 2{,}00 + 2\times 1{,}50 + 4\times 1{,}80 + 2{,}50 &= 6{,}00 + 3{,}00 + 7{,}20 + 2{,}50 \\ &= 18{,}70. \end{aligned}$$

Como Ivone pagou com uma nota de R$ 50,00, restaram R$ 31,20, conforme o dispositivo abaixo:

$$\begin{array}{r} 5\ 0{,}0 \\ -\ 1\ 8{,}7 \\ \hline 3\ 1{,}3 \end{array}$$

Logo, Ivone recebeu R$ 31,30 de troco. Assim, a alternativa correta é a da letra **(a)**. ■

Exercício 2.98 — CMM. André convidou alguns amigos para comemorarem o seu aniversário na cantina do colégio. Na confraternização, foram consumidos 4 pastéis a R$ 2,25 cada, 5 copos de suco a R$ 0,75 cada e 3 sorvetes a R$ 2,80 cada. André fez questão de pagar a conta. O valor total da conta que André pagou foi de

(a) R$ 18,90. (b) R$ 26,20. (c) R$ 22,00. (d) R$ 23,75. (e) R$ 21,15.

Exercício 2.99 — CMM. Ana e Maria somaram as quantias de seus cofrinhos e viram que possuíam, juntas, R$ 88,00. Durante a semana, as duas foram registrando quanto cada uma ganhou e gastou a cada dia. Na segunda-feira, Ana ganhou R$ 7,00 e Maria gastou R$ 5,00. Na terça-feira, as duas gastaram R$ 3,00 cada. Na quarta, Maria ganhou R$ 1,50 e Ana ganhou R$ 4,50. Na quinta, Ana gastou R$ 4,00. Na sexta, Maria deu R$ 5,00 para Ana. No sábado, elas resolveram fazer as contas para ver quanto cada uma possuía em seu cofrinho. Perceberam, então que possuíam, juntas

(a) R$ 91,00. (b) R$ 81,00. (c) R$ 93,00. (d) R$ 99,00. (e) R$ 86,00.

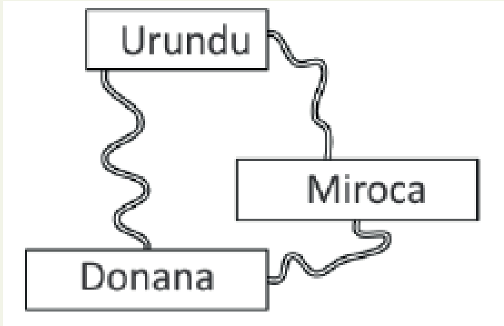
Solução. Ana e Maria tinham, juntas, R$ 88,00. Na segunda-feira, Ana ganhou R$ 7,00 e Maria gastou R$ 5,00. Assim, a quantia que as duas possuíam juntas aumentou $7-5=2$ reais. Na terça-feira, as duas gastaram R$ 3,00 cada. Logo, a quantia que possuíam reduziu $3+3=6$ reais. Na quarta, Maria ganhou R$ 1,50 e Ana ganhou R$ 4,50 e, assim, a quantia que as duas possuíam, juntas, aumentou $4{,}50+1{,}50=6$ reais. Na quinta, Ana gastou R$ 4,00. Portanto, a quantia que as duas possuíam reduziu R$ 4,00. Finalmente, na sexta, Maria deu R$ 5,00 para Ana, o que não alterou a quantia que as duas possuíam. Deste modo, no final da semana as duas possuíam

$$88{,}00 + 2{,}00 - 6{,}00 + 6{,}00 - 4{,}00 = 86{,}00.$$

Daí, a alternativa correta é a da letra **(e)**. ■

Exercício 2.100 — Canguru - adaptado. A figura mostra 3 cidades ligadas por estradas. De Donana para Urundu, o desvio por Miroca é 1,4 km mais longo do que a estrada direta. De Donana para Miroca, o desvio por Urundu é 4,6 km mais longo do que a estrada direta. De Urundu para Miroca, o desvio por Donana é 6,5 km mais longo do que a estrada direta. Qual é o comprimento do menor dos 3 percursos ligando diretamente 2 cidades?

(a) 2,3 km.
(b) 3,0 km.
(c) 3,7 km.
(d) 4,6 km.
(e) 6,5 km.



Solução. Suponha que um viajante faça uma viagem dando duas voltas completas pelas três cidades, dividindo o percurso em três trechos, do seguinte modo: inicialmente ele parte de Donana, passa por Urundu e faz uma parada em Miroca; depois parte de Miroca, passa por Donana e para novamente em Urundu; finalmente, parte de Urundu, passa por Miroca e finaliza as duas voltas em Donana. O primeiro trecho, de Donana a Miroca passando por Urundu, corresponde a uma viagem direta de Donana a Miroca adicionada a 4,6 km. O segundo trecho, de Miroca a Urundu passando por Donana, corresponde a uma viagem direta de Miroca a Urundu adicionada a 6,5 km. O terceiro trecho, de Urundu a Donana passando por Miroca, corresponde a uma viagem direta de Urundu a Donana adicionada a 1,4 km. Logo, duas voltas completas, pelas três cidades, correspondem a uma volta completa mais $4{,}6 + 1{,}4 + 6{,}5 = 12{,}5$ km. Desse modo, uma volta completa é um percurso total de 12,5 km. Por outro lado, como o percurso entre duas quaisquer das três cidades, passando pela terceira, corresponde ao percurso direto mais o acréscimo informado, o dobro do percurso direto mais o acréscimo é igual a 12,5km. Daí, o percurso direto entre duas cidades é igual à metade da diferença entre 12,5Km e o respectivo acréscimo. Logo, o menor percurso direto corresponde ao maior acréscimo e, portanto, o percurso direto de Miroca a Urundu, que é igual a $(12{,}5 - 6{,}5)/2 = 3$km, é o menor dos três percursos. ■

2.10 – Multiplicação e divisão de decimais

Exercício 2.101 Fernando comprou 6 chocolates ao preço de R$ 2,35 cada. Quanto ele gastou ao todo?

Solução. O total gasto por Fernando é igual ao produto de 6 por 2,35. Para efetuar esse produto, note que $2{,}35 = \frac{235}{100}$. Desse modo,

$$6 \times 2{,}35 = 6 \times \frac{235}{100} = \frac{6 \times 235}{100}.$$

Agora, efetuamos a multiplicação 6×235 do modo usual obtendo 1410 como produto, de acordo com o dispositivo que segue:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2\,3} \\ 2\,3\,5 \\ \times\quad 6 \\ \hline 1\,4\,1\,0 \end{array}$$

Logo, temos

$$6 \times 2{,}35 = \frac{1410}{100} = 14{,}10.$$

Veja, no dispositivo ao lado, que podemos fazer o produto diretamente, imaginando que estamos multiplicando números naturais e, depois, posicionar a vírgula no produto de tal forma que a quantidade de ordens depois da vírgula seja igual à soma das quantidades no multiplicando e no multiplicador.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2\;3} \\ 2{,}35 \\ \times \quad 6 \\ \hline 14{,}10 \end{array}$$

■

Exercício 2.102 No último sábado, o preço da carne no açougue que fica próximo da casa de Augusto era R\$ 22,30 por quilograma. Quanto Augusto pagou pelos 1,8 kg de carne que comprou naquele dia?

Solução. O valor pago por Augusto é o resultado da multiplicação 1,8×22,30. Veja que

$$1{,}8\times 22{,}30 = \frac{18}{10}\times\frac{2230}{100} = \frac{18\times 2230}{1000}. \tag{2.2}$$

Multiplicando 18 por 2230, obtemos 40140 como produto.

$$\begin{array}{r} 2230 \\ \times \quad 18 \\ \hline 17840 \\ +22300 \\ \hline 40140 \end{array}$$

Assim,

$$1{,}8\times 22{,}30 = \frac{18\times 2230}{1000} = \frac{40140}{1000} = 40{,}140.$$

Desse modo, concluímos que Augusto pagou R\$ 40,14 pela carne que comprou.

Mais uma vez podemos esquecer as vírgulas por um instante e pensar que estamos multiplicando números naturais. Depois de efetuada a multiplicação devemos posicionar a vírgula no produto. Observe atentamente o produto das frações decimais na equação (2.2). Note que a quantidade de zeros no denominador do produto resultante é igual à soma das quantidades de zeros nos denominadores das frações decimais que representam o multiplicando e o multiplicador: no exemplo, “10” possui um zero, “100” possui dois zeros e, portanto, “10×100 = 1000” possui 1 + 2 = 3 zeros. Agora, observando os números decimais que estão sendo multiplicados, 1,8 e 22,30, temos que o primeiro possui 1 cada decimal e o segundo possui 2 casas decimais. Por isso, o produto 1,8×22,30 terá 3 casas decimais.

$$\begin{array}{r} 22{,}30 \\ \times \quad 1{,}8 \\ \hline 17840 \\ +22300 \\ \hline 40{,}140 \end{array}$$

■

De modo geral, temos o seguinte procedimento.

Multiplicação de números decimais: para multiplicar dois ou mais números decimais, devemos *multiplicar esses números como se estivéssemos multiplicando números naturais*. Para *posicionar a vírgula no produto, basta lembrar que a quantidade de casas decimais (algarismos depois da vírgula) no produto deve ser igual à soma das quantidades de casas decimais nos dois ou mais fatores.*

Exercício 2.103 Sete amigos foram a uma pizzaria e pagaram, juntos, R\$ 90,65. Sabendo que essa conta foi dividida igualmente entre os sete, quanto cada um deles pagou?

Solução. O valor pago por cada um dos amigos é igual ao quociente na divisão de 90,65 por 7. Para fazer essa conta, mais uma vez recorremos à representação de números decimais por frações decimais. Temos que

$$90{,}65 \div 7 = 90{,}65 \div 7{,}00 = \frac{9065}{100} \div \frac{700}{100} = \frac{9065}{\cancel{100}}\times\frac{\cancel{100}}{700} = \frac{9065}{700}.$$

Logo, o valor pago por cada um dos amigos também é igual ao quociente da divisão de 9065 por 700. Abaixo, mostramos duas maneiras diferentes de representar o algoritmo da divisão. Uma mais completa e outra resumida. Escolha aquela que você achar mais conveniente.

$$
\begin{array}{r|l}
9\,0\,6\,5 & 7\,0\,0 \\ \cline{2-2}
-\,7\,0\,0 & 1\,2{,}9\,5 \\
2\,0\,6\,\color{red}{5} & \\
-\,1\,4\,0\,0 & \\
6\,6\,5\,\color{red}{0} & \\
-\,6\,3\,0\,0 & \\
3\,5\,0\,\color{red}{0} & \\
-\,3\,5\,0\,0 & \\
0 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l}
9\,0\,6\,5 & 7\,0\,0 \\ \cline{2-2}
2\,0\,6\,\color{red}{5} & 1\,2{,}9\,5 \\
6\,6\,5\,\color{red}{0} & \\
3\,5\,0\,\color{red}{0} & \\
0 &
\end{array}
$$

Dos dois dispositivos anteriores, concluímos que a cota que cada um dos amigos deve pagar é igual a R$ 12,95. ■

Exercício 2.104 Um terreno tem a forma de um retângulo com área igual a 409,75 metros quadrados. Se a largura é igual a 12,5 metros, qual é o comprimento do terreno?

Solução. Como a área de um retângulo é dada pelo produto das suas dimensões, cada dimensão é igual ao quociente entre a área e a outra dimensão. Neste caso, o comprimento será igual ao quociente entre a área e a largura do terreno, ou seja, $409{,}75 \div 12{,}5$. Mas,

$$
\begin{aligned}
409{,}75 \div 12{,}5 = 409{,}75 \div 12{,}5\color{blue}{0} &= \frac{40975}{100} \div \frac{125\color{blue}{0}}{10\color{blue}{0}} \\
&= \frac{40975}{\cancel{100}} \times \frac{\cancel{10\color{blue}{0}}}{125\color{blue}{0}} = \frac{40975}{1250}.
\end{aligned}
$$

Assim, basta encontrar o quociente na divisão de 40975 por 1250. Novamente, apresentamos dois dispositivos para calcular esta divisão.

$$
\begin{array}{r|l}
4\,0\,9\,7\,5 & 1\,2\,5\,0 \\ \cline{2-2}
-\,3\,7\,5\,0 & 3\,2{,}7\,8 \\
3\,4\,7\,\color{red}{5} & \\
-\,2\,5\,0\,0 & \\
9\,7\,5\,\color{red}{0} & \\
-\,8\,7\,5\,0 & \\
1\,0\,0\,0\,\color{red}{0} & \\
-\,1\,0\,0\,0\,0 & \\
0 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l}
4\,0\,9\,7\,5 & 1\,2\,5\,0 \\ \cline{2-2}
3\,4\,7\,\color{red}{5} & 3\,2{,}7\,8 \\
9\,7\,5\,\color{red}{0} & \\
1\,0\,0\,0\,\color{red}{0} & \\
0 &
\end{array}
$$

Portanto, pela conta efetuada nos dispositivos, o comprimento do terreno é igual a 32,78 metros. ■

De modo geral, temos os seguintes procedimentos.

Divisão de números decimais: para dividir um número decimal por outro, devemos *igualar a quantidade de casas decimais desses números*, retirar as vírgulas e efetuar a divisão dos números naturais obtidos. Lembre-se como se faz a divisão entre dois inteiros: se o resto dessa divisão for diferente de zero, devemos acrescentar um zero à direita, transformando unidades em décimos, e prosseguir com a divisão. No passo seguinte, se o resto ainda for diferente de zero, acrescentamos outro zero à direita, transformando décimos em centésimos, e prosseguimos com a divisão. Continuamos esse procedimento até que o resto seja igual a zero ou até que o resto se repita. Nesse último caso, a partir do primeiro algarismo repetido, todos os demais algarismos, que aparecem entre os dois algarismos repetidos, também se repetem na mesma sequência. O primeiro grupo de algarismos, que se repete, forma o período da *dízima periódica*, que é o resultado da divisão dos dois números. Voltaremos a falar sobre dízimas periódicas nos próximos materiais.

2.11 – Exercícios resolvidos e propostos

Sequência 1

Exercício 2.105 Efetue as multiplicações e divisões abaixo:

(a) $2{,}5 \times 1{,}4$.
(b) $4{,}3 \times 1{,}2$.
(c) $0{,}45 \times 3{,}5$.
(d) $3{,}25 \times 9{,}15$.
(e) $1{,}5 \div 0{,}5$.
(f) $77 \div 0{,}7$.
(g) $34{,}5 \div 10$.
(h) $10 \div 0{,}25$.

Exercício 2.106 Vinte e cinco quilogramas de café foram distribuídos em 100 pacotes iguais. Qual o peso (a massa) de café em cada pacote?

Exercício 2.107 Helena gastou 2,5 metros de tecido para fazer uma calça e uma blusa. Se Helena pagou R$ 12,00 por metro de tecido, quantos reais ela gastou com o tecido?

Solução. Helena gastou $2{,}5 \times 12{,}00 = 30{,}00$ reais, conforme o dispositivo abaixo:

$$\begin{array}{cccc} & & 2, & 5 \\ \times & & 1 & 2 \\ \hline & & 5 & 0 \\ & 2 & 5 & \\ \hline & 3 & 0, & 0 \end{array}$$

■

Exercício 2.108 Certa quantidade de livros, idênticos, foi colocada sobre uma balança para calcular o valor a ser pago para entregá-los. O ponteiro da balança marcou 4,5 quilogramas. Se havia 15 livros sobre a balança, qual o peso de cada livro?

Solução. O peso de cada livro, em quilogramas, é o quociente da divisão de 4,5 por 15 e $4{,}5 \div 15 = 0{,}3$, como calculado pelo seguinte dispositivo prático.

$$\begin{array}{cccc|l} & 4 & 5 & & 1\,5\,0 \\ \cline{5-5} - & & 0 & & 0{,}3 \\ \cline{2-4} & 4 & 5 & 0 & \\ - & 4 & 5 & 0 & \\ \cline{2-4} & & & 0 & \end{array}$$

Logo, o peso de cada livro é igual a 0,3 quilogramas. ■

Exercício 2.109 Neto comprou uma dezena de bilas coloridas por R$ 4,30. Sabendo que todas as bilas têm o mesmo preço, qual é o preço de cada uma?

Exercício 2.110 Em uma viagem de Quixadá à Fortaleza, o automóvel de Joaquim consumiu um total de 11,5 litros de gasolina. Se o preço do litro de gasolina no posto onde Joaquim abasteceu era R$ 4,60, quanto ele gastou com o combustível utilizado na viagem?

Exercício 2.111 — PISA. Mei-Ling, de Singapura, estava preparando-se para uma viagem de 3 meses à África do Sul como aluna de intercâmbio. Ela precisava trocar alguns dólares de Singapura (SGD) por rands sul-africanos (ZAR).

(a) Mei-Ling descobriu que a taxa de câmbio entre o dólar de Singapura e o rand sulafricano era

$$1 \text{ SGD} = 4{,}2 \text{ ZAR}.$$

Mei-Ling trocou 3000 dólares de Singapura por rands sul-africanos a esta taxa de câmbio. Quantos rands sul-africanos Mei-Ling recebeu?

(b) Ao retornar a Singapura após 3 meses, Mei-Ling ainda tinha 3900 ZAR. Ela trocou novamente por dólares de Singapura, observando que a taxa de câmbio tinha mudado para

$$1 \text{ SGD} = 4{,}0 \text{ ZAR}.$$

Quantos dólares de Singapura Mei-Ling recebeu?

(c) Durante estes 3 meses, a taxa de câmbio mudou de 4,2 para 4,0 ZAR por SGD. Foi vantajoso para Mei-Ling que a taxa de câmbio atual fosse de 4,0 ZAR em vez de 4,2 ZAR, quando ela trocou seus rands sul-africanos por dólares de Singapura? Dê uma explicação que justifique a sua resposta.

Solução. (a) Mei-Ling trocou 3000 dólares de Singapura com a taxa "1 SGD = 4,2 ZAR."

$$\begin{array}{r} 3\,0\,0\,0 \\ \times \quad 4{,}2 \\ \hline 6\,0\,0\,0 \\ 1\,2\,0\,0\,0 \\ \hline 1\,2\,6\,0\,0{,}0 \end{array}$$

Assim, Mei-Ling recebeu $3000 \times 4{,}2 = 12600$ rands.

(b) Agora, utilizando a taxa "1 SGD = 4,0 ZAR", Mei-ling recebeu $3900 \div 4 = 975$ dólares de Singapura, após trocar os 3900 rands que trouxe de volta, conforme dispositivo abaixo:

$$\begin{array}{r|l} 3\,9\,0\,0 & 4 \\ \cline{2-2} -3\,6 & 9\,7\,5 \\ \cline{1-1} 3\,0 & \\ -2\,8 & \\ \cline{1-1} 2\,0 & \\ -2\,0 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

(c) Veja que se Mei-Ling tivesse trocado os rands, que restaram na viagem por dólares, com a taxa "1 SGD = 4,2 ZAR", ela receberia $3900 \div 4{,}2 = 928{,}5$ dólares de Singapura, conforme dispositivo abaixo:

$$\begin{array}{r|l} 3\,9\,0\,0\,0 & 4\,2 \\ \cline{2-2} -3\,7\,8 & 9\,2\,8{,}5 \\ \cline{1-1} 1\,2\,0 & \\ -8\,4 & \\ \cline{1-1} 3\,6\,0 & \\ -3\,3\,6 & \\ \cline{1-1} 2\,4\,0 & \\ -2\,1\,0 & \\ \cline{1-1} 3\,0 & \end{array}$$

Desse modo, foi vantajoso para Mei-Ling que a taxa de câmbio atual fosse de 4,0 ZAR em vez de 4,2 ZAR.

■

No item (c) da questão anterior, um modo alternativo de justificar a vantagem, para Mei-Ling, que a taxa de câmbio atual fosse de 4,0 ZAR em vez de 4,2 ZAR, é observar que o quociente de $3900 \div 4$ é maior que o quociente de $3900 \div 4{,}2$, porque $4{,}2 > 4$ e, quando o dividendo é mantido, se o divisor aumenta, então o quociente diminui.

Sequência 2

Exercício 2.112 A polegada é uma unidade de comprimento que corresponde a 2,54 cm. Considerando uma TV como um retângulo, o comprimento da sua diagonal, em polegadas, serve como referência para identificarmos o seu tamanho. Por exemplo, uma TV de 32 polegadas possui uma diagonal que mede 32 polegadas. Qual o comprimento, em centímetros, da diagonal de uma TV de 40 polegadas?

Exercício 2.113 Uma barra de chocolate de 300 gramas é dividida em 16 partes iguais. Se Caio comeu 2 dessas partes, quantos gramas de chocolate ele consumiu?

Solução. Cada uma das 16 partes, da barra de chocolate, pesa $300 \div 16 = 18{,}75$ gramas, conforme dispositivo abaixo:

$$
\begin{array}{r|l}
300 & 16 \\ \cline{2-2}
-16 & 18{,}75 \\ \cline{1-1}
140 & \\
-128 & \\ \cline{1-1}
120 & \\
-112 & \\ \cline{1-1}
80 & \\
-80 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
18{,}75 \\
\times \quad 2 \\ \hline
3750 \\ \hline
37{,}50
\end{array}
$$

Como caio comeu duas partes, ele consumiu $2 \times 18{,}75 = 37{,}50$ gramas de chocolate. ■

Exercício 2.114 A milha é uma unidade usada para medir distâncias. Cada milha corresponde a aproximadamente 1,6 quilômetro. Sabendo que a distância entre Juazeiro do Norte e Fortaleza, passando por Quixeramobim, é aproximadamente 312,5 milhas e que a distância entre Fortaleza e Quixeramobim é aproximadamente 125 milhas, qual a distância aproximada entre Quixeramobim e Juazeiro do Norte?

Solução. Uma vez que a distância entre Juazeiro do Norte e Fortaleza é aproximadamente igual a 312,5 milhas e a distância entre Fortaleza e Quixeramobim é aproximadamente igual a 125 milhas, concluímos que a distância entre Juazeiro do Norte e Quixeramobim é aproximadamente igual a $312{,}5 - 125 = 187{,}5$ milhas, conforme dispositivo abaixo:

$$
\begin{array}{r}
312{,}50 \\
-\ 125{,}00 \\ \hline
187{,}50
\end{array}
$$

Transformando essa distância em km, obtemos $187{,}5 \times 1{,}6 = 300$km, de acordo com o dispositivo a seguir:

$$
\begin{array}{r}
187{,}5 \\
\times \quad 1{,}6 \\ \hline
11250 \\
1875 \\ \hline
300{,}00
\end{array}
$$

Portanto, a distância entre Juazeiro do Norte e Quixeramobim é aproximadamente igual a 300 km. ■

Exercício 2.115 Joana comprou 2,5 metros de tecido para fazer um vestido para a sua formatura. Se ela pagou R$ 12,50 por metro de tecido e R$ 90,00 à costureira que fez o vestido, quanto ela gastou ao todo?

Solução. Como cada metro custa 12,50 reais, 2,5 metros custam $2{,}5 \times 12{,}50 = 31{,}25$ reais, conforme dispositivo abaixo:

$$
\begin{array}{r}
1\,2{,}5\,0 \\
\times \quad 2{,}5 \\
\hline
6\,2\,5\,0 \\
2\,5\,0\,0 \\
\hline
3\,1{,}2\,5\,0
\end{array}
$$

Logo, Joana gastou R\$ 31,25 com o tecido. Além disso, ela pagou R\$ 90,00 pela confecção do vestido, conforme dispositivo abaixo:

$$
\begin{array}{r}
3\,1{,}2\,5 \\
+ \quad 9\,0{,}0\,0 \\
\hline
1\,2\,1{,}2\,5
\end{array}
$$

Assim, Joana gastou, ao todo, R\$ 31,25 + R\$ 90,00 = R\$ 121,25. ■

Exercício 2.116 Aquiles foi à feira e pagou R\$ 12,72 por uma dúzia de laranjas. Se o preço de cada unidade de laranja é o mesmo, quanto Aquiles teria pago se tivesse comprado 8 laranjas?

Solução. Observe que 12 laranjas custaram R\$ 12,72, como podemos ver no dispositivo abaixo:

$$
\begin{array}{r|l}
1\,2\,7\,2 & 1\,2\,0\,0 \\
\cline{2-2}
-\,1\,2\,0\,0 & 1{,}0\,6 \\
\cline{1-1}
7\,2\,0\,0 & \\
-\,7\,2\,0\,0 & \\
\cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Logo, cada laranja custou R\$ 12,72 ÷ 12 = R\$ 1,06. Assim, 8 laranjas custariam 8×R\$ 1,06 = R\$ 8,48, conforme dispositivo abaixo:

$$
\begin{array}{r}
1{,}0\,6 \\
\times \quad 8 \\
\hline
8\,4\,8 \\
\hline
8{,}4\,8
\end{array}
$$

Portanto, Aquiles teria pago R\$ 8,48 por 8 laranjas. ■

Exercício 2.117 Ana comprou uma geladeira que custou R\$ 1299,00. Ela pagou a metade desse valor no ato da compra e parcelou o restante em 10 parcelas iguais. Qual o valor de cada parcela?

Exercício 2.118 Monique pagou a compra de três camisetas com uma nota de R\$ 50,00. Cada camiseta custou R\$ 10,75. Quanto ela recebeu de troco?

(a) R\$ 17,75. (b) R\$ 18,75. (c) R\$ 33,25. (d) R\$ 32,23. (e) R\$ 39,25.

Solução. Observe que $3 \times 10{,}75 = 32{,}25$, de acordo com o dispositivo a seguir:

$$
\begin{array}{r}
1\,0{,}7\,5 \\
\times \quad 3 \\
\hline
3\,2{,}2\,5
\end{array}
$$

Logo, Monique pagou R\$ 32,25 pelas três camisetas. Como ela pagou com uma nota de R\$ 50,00 e $50{,}00 - 32{,}25 = 17{,}75$, concluímos que Monique recebeu R\$ 17,75 de troco, conforme o dispositivo a seguir:

$$\begin{array}{r} 5\,0{,}0\,0 \\ -\ 3\,2{,}2\,5 \\ \hline 1\,7{,}7\,5 \end{array}$$

Assim, a alternativa correta é a da letra **(a)**. ■

Exercício 2.119 Alguns amigos resolveram comprar, em sociedade, uma mesa de ping-pong. Cada um deles pagou, exatamente, R\$ 85,50. Se a mesa custou R\$ 427,50, então quantos amigos compraram a mesa?

Exercício 2.120 — ESA. Um estudante gastou $\frac{1}{7}$ de seu salário com alimentação e $\frac{5}{6}$ do que sobrou com educação e outras despesas. Restaram, ainda, R\$ 286,34. O seu salário é de

(a) R\$ 3006,20. (b) R\$ 4004,16. (c) R\$ 2004,38. (d) R\$ 1736,40. (e) R\$ 2134,29.

Solução. Depois que o estudante gastou $\frac{1}{7}$ do seu salário com alimentação, ainda restaram $\frac{7}{7}-\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$ do salário. Daí, ele gastou $\frac{5}{6}$ do que restou com educação e outras despesas, ou seja, gastou $\frac{5}{\cancel{6}}\cdot\frac{\cancel{6}}{7}=\frac{5}{7}$ do salário com educação e outras despesas. Desse modo, o total gasto com essas duas despesas é

$$\frac{1}{7}+\frac{5}{7}=\frac{6}{7}\quad \text{do seu salário.}$$

Assim, depois de descontadas essas duas despesas, ainda restou $\frac{7}{7}-\frac{6}{7}=\frac{1}{7}$ do salário, que corresponde a R\$ 286,34. Portanto, temos as seguintes correspondências:

$$\frac{1}{7}\longrightarrow \text{R\$ } 286{,}34$$

$$\frac{7}{7}\longrightarrow 7\times\text{R\$ } 286{,}34=\text{R\$ } 2004{,}38$$

Logo, o salário do estudante é de R\$ 2004,38. Assim, a alternativa correta é a letra **(c)**. ■

Sequência 3

Exercício 2.121 Em uma loja de informática, Fábio comprou um computador no valor de R\$ 2299,90, uma impressora por R\$ 780,90 e seis cartuchos de tinta, que custaram R\$ 89,20 cada um. Todos esses itens foram pagos em quatro parcelas de mesmo valor. Qual o valor de cada parcela?

(a) R\$ 574,00. (b) R\$ 770,20. (c) R\$ 792,50. (d) R\$ 904,00. (e) R\$ 814,80.

Solução. Observe que $89{,}20\times 6=535{,}20$, de acordo com o dispositivo a seguir:

$$\begin{array}{r} 8\,9{,}2\,0 \\ \times\quad\ 6 \\ \hline 5\,3\,5{,}2\,0 \end{array}$$

Logo, Fábio pagou R\$ 535,20 pelos seis cartuchos de tinta. Somando os preços do computador e da impressora ao valor pago pelos seis cartuchos, temos uma despesa total de

$$\text{R\$ } 535{,}20+\text{R\$ } 2299{,}90+\text{R\$ } 780{,}90=\text{R\$ } 3616{,}00.$$

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,2\,1\,2}\quad\ \ \\ 5\,3\,5{,}2\,0 \\ 2\,2\,9\,9{,}9\,0 \\ +\quad 7\,8\,0{,}9\,0 \\ \hline 3\,6\,1\,6{,}0\,0 \end{array}$$

Este valor total dividido por quatro é igual a R\$ 3616,00 ÷ 4 = R\$ 904,00.

$$
\begin{array}{rrr|l}
 & 3 & 616 & 4 \\
 \cline{4-4}
- & 36 & & 904 \\
\cline{2-2}
 & & 016 & \\
 & - & 16 & \\
\cline{3-3}
 & & 0 &
\end{array}
$$

Assim, concluímos que o valor de cada parcela é igual a R\$ 904,00. Desse modo, a alternativa correta é a da letra **(d)**. ■

Exercício 2.122 Um ciclista percorreu 5,5 quilometros pela manhã e à tarde ele percorreu duas vezes e meia essa distância. Quantos quilômetros ele percorreu ao todo ?

Exercício 2.123 José comprou um fogão que custou R\$ 999,81. Ele pagou a terça parte desse valor no ato da compra e parcelou o restante em 9 parcelas iguais. Qual o valor de cada parcela?

Exercício 2.124 Jorge comprou um computador parcelado em 12 vezes sem juros. Ficando desempregado, seu irmão comprometeu-se a ajudar e pagar metade do valor das parcelas do objeto. Sabendo que o valor do computador é R\$ 1445,90, quanto, aproximadamente, Jorge paga por mês?

Exercício 2.125 Na tabela a seguir, podemos observar o consumo mensal de água de uma família durante os cinco primeiros meses de 2019, em metros cúbicos.

janeiro	8,34
fevereiro	9,25
março	7,86
abril	6,14
maio	8,21

Qual a média de consumo mensal dessa família nos cinco primeiros meses de 2019?

Solução. A média do consumo mensal é dada pela divisão da soma dos consumos, nos cinco meses, por 5. Calculando a soma dos consumos nos cinco meses obtemos um total de 39,8 m^3, de acordo com o dispositivo a seguir:

$$
\begin{array}{rr}
 & {\scriptstyle 3\ 1\ 2} \\
 & 8,34 \\
 & 9,25 \\
 & 7,86 \\
 & 6,14 \\
+ & 8,21 \\
\hline
 & 39,80
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rr|l}
 & 398 & 50 \\
\cline{3-3}
- & 350 & 7,96 \\
\cline{2-2}
 & 480 & \\
- & 450 & \\
\cline{2-2}
 & 300 & \\
- & 300 & \\
\cline{2-2}
 & 0 &
\end{array}
$$

■

Agora, dividindo esse total por 5, concluímos que o consumo médio mensal nos cinco meses é de 7,96 m^3.

Exercício 2.126 Cláudia foi ao teatro com sua prima. Comprou dois ingressos com 20 reais e recebeu de troco 40 centavos. Qual era o preço de cada ingresso?

Exercício 2.127 Gabi possui, em seu cofrinho, 22 moedas de R\$ 1,00, 39 moedas de R\$ 0,50, 13 moedas de R\$ 0,10 e algumas moedas de R\$ 0,25, totalizando R\$ 51,05. Quantas moedas de R\$ 0,25 há no cofre?

Solução. Calculando o total de dinheiro que Gabi possui com cada tipo de moeda, exceto as de R\$ 0,25, obtemos 22×R\$ 1,00 = R\$ 22,00 em moedas de R\$ 1,00, 39×R\$ 0,50 = R\$ 19,50 em moedas de R\$ 0,50 e 13×R\$ 0,10 = R\$ 1,30 em moedas de R\$ 0,10, de acordo com o dispositivo a seguir:

$$\begin{array}{r} 1{,}0\,0 \\ \times \quad 2\,2 \\ \hline 2\,0\,0 \\ 2\,0\,0 \\ \hline 2\,2{,}0\,0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}5\,0 \\ \times \quad 3\,9 \\ \hline 4\,5\,0 \\ 1\,5\,0 \\ \hline 1\,9{,}5\,0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}1\,0 \\ \times \quad 1\,3 \\ \hline 0\,3\,0 \\ 1\,0 \\ \hline 1{,}3\,0 \end{array}$$

Somando esses valores, obtemos um valor total de

$$\text{R\$}\,22{,}00 + \text{R\$}\,19{,}50 + \text{R\$}\,1{,}30 = \text{R\$}\,42{,}80.$$

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 2\,2{,}0\,0 \\ 1\,9{,}5\,0 \\ +\quad 1{,}3\,0 \\ \hline 4\,2{,}8\,0 \end{array}$$

Agora, a diferença entre R\$ 51,05 e R\$ 42,80, que é igual a R\$ 8,25, corresponde às moedas de R\$ 0,25. Assim, o quociente de 8,25 por 0,25 é a quantidade de moedas de R\$ 0,25 no cofre, conforme o dispositivo a seguir:

$$\begin{array}{r} 5\,1{,}0\,5 \\ -\ 4\,2{,}8\,0 \\ \hline 0\,8{,}2\,5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 8\,2\,5 & 2\,5 \\ \cline{2-2} -\ 7\,5 & 3\,3 \\ \cline{1-1} 7\,5 & \\ -\ 7\,5 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Portanto, há 8,25 ÷ 0,25 = 33 moedas de R\$ 0,25 no cofre. ■

Sequência 4

Exercício 2.128 — CMBH. Dividir um número por 0,0125 é o mesmo que multiplicar esse mesmo número por

(a) $\frac{125}{10000}$. (b) 80. (c) 800. (d) 8. (e) $\frac{1}{8}$.

Solução. Dividir um número por 0,0125 é o mesmo que multiplicar pelo seu inverso multiplicativo. Mas veja que

$$0{,}0125 = \frac{125}{10000} = \frac{125 \div 125}{10000 \div 125} = \frac{1}{80}.$$

Logo, dividir um número por 0,0125 é o mesmo que multiplicr esse número por $\frac{80}{1} = 80$. Assim, a alternativa correta é a da letra **(b)**. ■

Exercício 2.129 Em seu cofrinho, João possui apenas moedas de R\$ 0,25 e R\$ 0,50. Sabendo que a quantidade de moedas de R\$ 0,25 é o triplo da quantidade de moedas de R\$ 0,50 e que o total de dinheiro no cofrinho é R\$ 46,25, quantas moedas há no cofre?

Solução. Veja que cada grupo com três moedas de R\$ 0,25 e uma moeda de R\$ 0,50 – quatro moedas ao todo – corresponde a um total de 3×R\$ 0,25 + R\$ 0,50 = R\$ 1,25. Como o total de dinheiro no cofrinho é R\$ 46,25 e 46,25 ÷ 1,25 = 37, concluímos que no cofre há 37 grupos, cada um deles com 4 moedas, sendo três delas de R\$ 0,25 e uma de R\$ 0,50. Portanto, o total de moedas no cofre é 37×4 = 148. ■

Exercício 2.130 — OBMEP. Um grupo de 20 amigos reuniu-se em uma pizzaria que oferece a promoção descrita na figura: qualquer pizza grande por 30 reais e, na compra de 5 pizzas grandes, você ganha mais uma grátis. Cada pizza grande foi cortada em 12 fatias e cada um dos amigos comeu 5 fatias de pizza. Quantos reais, no mínimo, o grupo pagou pelas pizzas?

(a) R$ 189,00.
(b) R$ 220,50.
(c) R$ 252,00.
(d) R$ 283,50.
(e) R$ 315,00.

Solução. Como cada um dos 20 amigos comeu 5 fatias de pizza, eles comeram ao todo $20 \times 5 = 100$ fatias. Por outro lado, uma vez que cada pizza foi dividida em 12 fatias e $100 = 8 \times 12 + 4$,

$$\begin{array}{r|l} 1\,0\,0 & 1\,2 \\ \cline{2-2} 4 & 8 \end{array}$$

concluímos que foram necessárias, no mínimo, $8 + 1 = 9$ pizzas para alimentar cada um dos 20 amigos com 5 fatias para cada um. Desse modo, os amigos gastaram, no mínimo, $9 \times$R$ 31,50 = R$ 283,50.

$$\begin{array}{r} 3\;1{,}5\;0 \\ \times \qquad 9 \\ \hline 2\;8\;3{,}5\;0 \end{array}$$

Logo, a alternativa correta é a da letra **(d)**. ■

Exercício 2.131 — ENEM. Uma torneira não foi fechada corretamente e ficou pingando, da meia-noite até as seis horas da manhã, com a frequência de uma gota a cada três segundos. Sabe-se que cada gota d'água tem volume de 0,2 mL. Qual foi o valor mais aproximado do total de água desperdiçada nesse período em litros?

(a) 0,2. (b) 1,2. (c) 1,4. (d) 12,9. (e) 64,8.

Solução. O desperdício de água com o gotejamento durou 6 horas, ou seja, $6 \times 60 \times 60 = 21.600$ s. Como a frequência do gotejamento é de 1 gota a cada 3 segundos, da meia-noite até as seis hotas da manhã pingaram $21600 \div 3 = 7200$ gotas. Agora, como o volume de cada gota é 0,2 mL, o total de água desperdiçada é $7200 \times 0{,}2 = 1440$ mL. Para saber o volume de água desperdiçada em litro, basta deslocar a vírgula três posições para a esquerda, ou seja, o volume de água desperdiçada corresponde a 1,44 L. Assim, a alternativa correta é a da letra **(c)**. ■

Exercício 2.132 — CESGRANRIO - adaptada. Um automóvel percorre 400 km, consumindo 44 litros de álcool. Se o preço do litro de álcool fosse R$ 4,50, o proprietário do automóvel gastaria em média por quilômetro percorrido, a quantia é de aproximadamente

(a) R$ 0,40. (b) R$ 0,43. (c) R$ 0,45. (d) R$ 0,50. (e) R$ 0,53.

Solução. Supondo que o preço do litro de álcool é R$ 0,50, o custo para percorrer 400 km é 44×R$ 4,50 = R$ 198,00, pois o automóvel consome 44 litros para percorrer essa distância, de acordo com o dispositivo a seguir:

$$\begin{array}{r} 4{,}5\ 0 \\ \times\quad 4\ 4 \\ \hline 1\ 8\ 0\ 0 \\ 1\ 8\ 0\ 0\ \ \ \\ \hline 1\ 9\ 8{,}0\ 0 \end{array}$$

Logo, o custo médio por quilômetro percorrido é

$$\text{R\$}\,198{,}00 \div 400 = \text{R\$}\,0{,}495,$$

ou seja, aproximadamente R$ 0,50.

$$\begin{array}{l|l} 1\ 9\ 8 & 4\ 0\ 0 \\ \cline{2-2} 1\ 9\ 8\ 0 & 0{,}4\ 9\ 5 \\ \quad 3\ 8\ 0\ 0 & \\ \qquad 2\ 0\ 0\ 0 & \\ \qquad\qquad 0 & \end{array}$$

Assim, a alternativa correta é a da letra **(d)**. ■

Exercício 2.133 — UNIRIO - adaptada. Suponha que um carro flex consegue percorrer 10 km por litro, quando abastecido com gasolina, e 8 km por litro, quando abastecido com álcool. Se o preço da gasolina é R$ 0,60 por litro, quanto deve custar o litro do álcool, para que o proprietário tenha o mesmo custo ao abastecer com qualquer combustível?

(a) 0,38. (b) 0,48. (c) 0,42. (d) 0,45. (e) 0,50.

Solução. Vamos considerar um múltiplo comum de 10 km e 8 km – 40 km, por exemplo – e calcular o custo para o automóvel percorrer essa distância com gasolina. Uma vez que o automóvel consegue percorrer 10 km com 1 L de gasolina, ele precisará de $40 \div 10 = 4$ L para percorrer 40 km. Como o preço do litro de gasolina é R$ 0,60, o custo para percorrer 40 km com gasolina é 4×R$ 0,60 = R$ 2,40. Por outro lado, como o automóvel consegue percorrer 8 km com cada litro de álcool, são necessários $40 \div 8 = 5$ L de álcool para o automóvel percorrer os 40 km. Para que o proprietário tenha o mesmo custo ao abastecer com qualquer combustível, 5 L de álcool devem custar o mesmo que 4 L de gasolina, ou seja, 5 L de álcool devem custar R$ 2,40. Portanto, cada litro de álcool deve custar R$ 2,40 ÷ 5 = R$ 0,48. Assim, a alternativa correta é a da letra **(d)**. ■

Exercício 2.134 — OBMEP. Geni é cliente de uma companhia telefônica que oferece o seguinte plano:

- tarifa mensal fixa de R$ 18,00;
- gratuidade em 10 horas de ligações por mês;
- R$ 0,03 por minuto que exceder as 10 horas gratuitas.

Em janeiro, Geni usou seu telefone por 15 horas e 17 minutos e, em fevereiro, por 9 horas e 55 minutos. Qual foi a despesa de Geni com telefone nesses dois meses, em reais?

(a) 45,51 (b) 131,10 (c) 455,10 (d) 13,11 (e) 4,55

Exercício 2.135 — ENEM. Três empresas de táxi W, K e L estão fazendo promoções: a empresa W, que cobra R$ 2,40 a cada quilômetro rodado e com um custo inicial de R$ 3,00; a empresa K, que cobra R$ 2,25 a cada quilômetro rodado e uma taxa inicial de R$ 3,80 e, por fim, a empresa L, que cobra R$ 2,50 a cada quilômetro rodado e com taxa inicial de R$ 2,80. Um executivo está saindo de casa e vai de táxi para uma reunião que é a 5 km do ponto de táxi, e sua esposa sairá do hotel e irá para o aeroporto, que fica a 15 km do ponto de táxi. Assim, os táxis que o executivo e sua esposa deverão pegar, respectivamente, para terem a maior economia são das empresas

(a) W e L. (b) W e K. (c) K e L. (d) K e W. (e) K e K.

3 Apêndice: O cineteatro vai à escola

O CINETEATRO VAI À ESCOLA

Atividade relacionada ao Vídeo: "Olhos de Arthur"
Tipo: Ficção
Duração: 15'
Link para acesso: https://www.youtube.com/watch?v=PG2Hg8KUKGs

Caro(a) aluno(a), neste volume, contaremos novamente com o projeto "O cineteatro vai à escola", uma parceria da Secretaria da Educação com o Cine São Luís que disponibilizou um acervo com vários filmes de longa, média e curta duração de autores brasileiros. As obras são classificadas em gêneros de ficção, animação e documentário, possibilitando a discussão de temas diversos relacionados a contextos transversais como: empatia, respeito, solidariedade, afetividade, responsabilidade, amizade, dentre tantos que são importantes para o convívio em sociedade.

Para esse mês, a dica audiovisual é do gênero ficção "Olhos de Arthur", lançado em 2016 e dirigido por Allan Deberton. O filme demonstra a percepção de Arthur, um jovem autista, sobre o lugar em que vive e às pessoas com as quais convive. Providencie a pipoca, convide sua família ou assista sozinho, mas curta bastante o filme!

AGORA, DEPOIS DE VER O CURTA-METRAGEM "OLHOS DE ARTHUR", VAMOS REFLETIR SOBRE ELE?!

QUESTÃO 1

O filme mostra a rotina das aulas de natação do adolescente Arthur, o convívio dele com seus colegas de turma e com a sua babá. Sobre a relação do jovem Arthur com as pessoas no filme, você acha que todos sabem lidar com uma pessoa autista? No caso de Arthur, você percebeu alguma situação em que ele poderia ter sido tratado com mais sensibilidade e compreensão?

QUESTÃO 2

No dia 02 de abril é comemorado o Dia Mundial do Autismo. Essa data busca conscientizar as pessoas de que o autismo não é uma doença, mas um transtorno relacionado ao neurodesenvolvimento. O filme "OLHOS DE ARTHUR" é um bom recurso de conscientização, pois traz a percepção dos autistas sobre situações pelas quais eles passam. De acordo com sua opinião, é possível perceber em uma determinada cena, que Arthur demonstra inquietação e insegurança ao saber que sua babá irá se casar. Se sim, por que isso aconteceu?

4 Orientações metodológicas

Na apresentação do material e ao longo do texto, apontamos várias sugestões de caráter metodológico para a implementação de roteiros curriculares e rotinas pedagógicas de uso do material, com ênfase na recuperação e fortalecimento das aprendizagens e, não menos importante, no gradual desenvolvimento de competências complexas, além das competências e habilidades da BNCC e DCRC direta ou indiretamente relacionadas aos temas deste caderno.

Nesta seção, apresentamos, ainda que superficialmente, alguma sugestões relacionada ao conceito e práticas do **ensino explícito**, conforme sistematizados pelo Professor Clermont Gauthier e seus colaboradores. Esta metodologia tem forte base empírica, não sendo apenas algo normativo e, sim, fundamentado em evidências da Psicologia Cognitiva e, ainda mais relevante, em avaliações de impacto realizadas com o necessário rigor analítico.

O desenho metodológico do ensino explícito é baseado na tríade

preparação-interação-consolidação,

referida pelo acrônimo PIC. Nesta nossa discussão inicial, enfatizamos alguns dos elementos da etapa P, a de preparação, uma vez que está fortemente associada ao contexto de recuperação de aprendizagens em que esses materiais são trabalhados, segundo o planejamento pedagógico no âmbito do Mais PAIC e do Pacto pela Aprendizagem. Esses elementos seriam

- definir os **objetivos de aprendizado**: em nosso caso, os saberes e habilidades da Matriz dos Saberes podem ser tomados como um conjunto inicial de metas de aprendizagem, aula a aula, semana a semana, quinzena a quinzena. Obviamente, esses objetivos estão vinculados às competências e habilidades da BNCC e DCRC e *concorrem* para o desenvolvimento das habilidades expressas nos descritores das avaliações como SAEB e SPAECE. As atividades didáticas devem ser estruturadas em torno desses objetivos, que devam ser **explícitos**, tanto para você mesmo. quanto para seus alunos. Além de explícitos, devem ser enunciados de modo que possa ser observado se foram atingidos ou não. Metas que sejam descritas de modo muito genérico e aberto serão dificilmente mensuráveis ou mesmo observáveis. Os objetivos não se resumem aos conteúdos que serão abordados, mas *também* ao que se espera dos alunos, a quais habilidades serão desenvolvidas, como os conhecimentos serão mobilizados em atividades e que resultados serão avaliados. Por exemplo, quando declaramos o objetivo de aprendizado formulado como o saber

  S03.H17: efetuar, segundo algoritmos corretos e justificados, a adição ou subtração de números racionais, em suas representações fracionárias ou decimais

  estamos, explicitando o objetivo de que os procedimentos de adição de números racionais, na forma de frações ou números decimais, sejam trabalhados pelos alunos e, com isto, eles e elas possam, como *resultado* da rotina pedagógica, utilizar, corretamente e com justificativas válidas, esses procedimentos, quer em aplicações diretas, quer em contextos que demandem alguma modelagem.
- Delimitar as **ideias mestras** e determinar os **conhecimentos prévios**: fixados os objetivos, é preciso identificar de que conhecimentos, habilidades, conceitos, técnicas, representações, em suma, que **repertório** é necessário, do ponto de vista lógico e cognitivo, como base para o trabalho com os objetivos fixados. Além disso, é igualmente relevante entender como os objetivos planejados vão sedimentar o que será estudado em seguida, imediatamente ou nos anos futuros. Para tanto, o(a) professor(a) deve ter, muito claramente, mapeamentos das ideias fundamentais que vão sendo estruturadas no eixo que passa pelos objetivos definidos. Em nosso caso, as grandes ideias da Aritmética, já mencionadas na apresentação. Além disso, é essencial que, por meio dos exercícios iniciais em cada aula, seja feita uma sondagem minuciosa do grau com que os alunos detêm os conhecimentos prévios fundamentais.

Nos próximos cadernos, desenvolveremos estes e outros pontos mais detalhadamente.

5 Referências

- Alguns portais e plataformas
  - Portal da Matemática: https://portaldaobmep.impa.br
  - Khan Academy: https://www.khanacademy.org/math/cc-fifth-grade-math
  - Roda de Matemática: https://www.rodadematematica.com.br/
  - OBMEP: http://www.obmep.org.br/provas.htm
  - Canguru: https://www.cangurudematematicabrasil.com.br
- Alguns canais e vídeos
  - Isto é Matemática: https://www.youtube.com/c/istoematematica
  - OBMEP: https://www.youtube.com/user/OBMEPOficial
  - Matemaníaca: https://www.youtube.com/channel/UCz4Zuqtj9fokXH68gZJmCdA
  - Números na BBC Brasil: https://www.youtube.com/watch?v=Kgt3UggJ70k
  - Marcus Du Sautoy, The Code, BBC.
- Referências para desenvolvimento profissional
  - Boaler, Jo. Mentalidades matemáticas. Porto Alegre, Penso, 2018.
  - Gauthier, Clermont et al. Ensino explícito e desempenho dos alunos: a gestão dos aprendizados. Petropólis, RJ: Vozes, 2014.
  - Dehaene, Stanislas. The number sense: how the mind creates mathematics - revised and updated edition. Oxford: Oxford University Press, 2011.
  - Oakley, Barbara et. al. A mind for numbers: how to excel at math and science. New York: TarcherPerigee, 2014.
  - Oakley, Barbara et al. Uncommon sense teaching. New York: TarcherPerigee, 2021.
- Referências sobre a temática do caderno
  - Bellos, Alex. Alex no pais dos números. São Paulo: Companhia das Letras, 2011.
  - Dorichenko, S. Um círculo matemático de Moscou. Rio de Janeiro: IMPA, 2011.
  - Holanda, Bruno; Chagas, Emiliano. Círculos de Matemática da OBMEP, volume 1: primeiros passos em combinatória, aritmética e álgebra. Rio de Janeiro: IMPA, 2018.
  - Wu, Hung-Hsi. Compreender os números na Matemática Escolar. Porto: Porto Editora & Sociedade Portuguesa de Matemática
  - Murcia, Joseángel. Y me llevo una. Zaragoza: Nordica Libros, 2019.
  - Stillwell, John. Elements of Mathematics. Princeton: Princeton University Press, 2016.

CEARÁ
GOVERNO DO ESTADO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

CIENTISTA CHEFE
EDUCAÇÃO

PACTO PELA
APRENDIZAGEM

MAISPAIC