SP FAZ ESCOLA

CADERNO DO PROFESSOR

MATEMÁTICA

Ensino Fundamental & Médio

3º BIMESTRE

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
Secretaria da Educação

SP FAZ ESCOLA
CADERNO DO PROFESSOR

MATEMÁTICA
Ensino Fundamental & Médio

3º BIMESTRE

SÃO PAULO, 2019

Professoras e professores,

A Secretaria da Educação do Estado de São Paulo considera fundamental as ações colaborativas na rede de ensino para a consolidação de políticas educacionais voltadas à qualidade da aprendizagem dos alunos. A colaboração dos professores na construção de materiais de apoio articula o Currículo proposto com a prática pedagógica, onde a aprendizagem ocorre nos espaços escolares. Esse é o desafio para 2019.

A Educação Paulista, nos últimos anos, passou da universalização da Educação Básica, etapa praticamente vencida, para a construção de uma escola de qualidade, em que os gestores, os professores e os alunos, sujeitos do processo educativo, e que levam o ensino à aprendizagem profícua, possam encontrar espaço efetivo para o desenvolvimento pessoal e coletivo, na perspectiva democrático-participativa. Nesse sentido, desde 2008, foi implementado o Currículo Oficial do Estado de São Paulo, com o apoio dos materiais didáticos do *Programa São Paulo Faz Escola.*

Após dez anos da implantação do Currículo os materiais de apoio foram importantes, no sentido de fornecer subsídios necessários para orientações e ações pedagógicas em sala de aula que, pelo histórico, sempre se resguardaram na convergência das políticas públicas educacionais em prol da aprendizagem à luz das diretrizes do Currículo Oficial do Estado de São Paulo.

Em 2019, um ano de transição, os materiais de apoio devem ser reconstruídos à luz da Base Nacional Comum Curricular - BNCC e do Currículo Paulista, que representa um novo período educacional, marcado pelo regime de colaboração entre o Estado e os Municípios.

Reafirmando os esforços desta Secretaria no sentido de apoiá-los e mobilizá-los em seu trabalho, atribuindo significado e assegurando a construção colaborativa, apresentamos o Guia de Transição do São Paulo faz Escola, que tem como objetivo orientar diversas práticas e metodologias em sala de aula, que sirvam como ponto de partida para a construção dos novos materiais em 2020, com a participação de todos.

Para isso, o trabalho realizado em parceria com os PCNP e com as equipes curriculares da Coordenadoria de Gestão da Educação Básica, apresentam sugestões que podem ser adequadas, redefinidas e reorientadas a partir da prática pedagógica, e, importante ressaltar, que para sua implementação na sala de aula, teremos como protagonistas os professores e os alunos.

Juntos podemos redefinir o papel da escola, fortalecendo-a como uma instituição pública acessível, inclusiva, democrática e participativa, com a responsabilidade de promover a permanência e o bom desempenho de toda a sua população estudantil.

Contamos com o engajamento e a participação de todas e todos!

Secretário de Estado da Educação de São Paulo

Caderno do Professor ou Guia de Transição

O Caderno do Professor ou Guia de Transição é um documento que transpassa o Currículo Oficial do Estado de São Paulo, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC e o Currículo Paulista, interconectando ações para subsidiar a implementação de novos materiais de apoio ao Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio em 2020, a partir das experiências vivenciadas e das necessidades da rede, construídas colaborativamente.

Ele apresenta um conjunto de cadernos por área de conhecimento, organizados em períodos bimestrais, que podem ser adaptados conforme o desenvolvimento das atividades realizadas pelo professor com seus alunos.

Para cada caderno, são apresentadas orientações pedagógicas, metodológicas e de recursos didáticos, conjunto de competências e habilidades a serem desenvolvidas no percurso escolar, incluindo em seus tópicos a avaliação e a recuperação.

Além de apoiar a prática pedagógica, oferece fundamentos importantes para as ações de acompanhamento pedagógico e de formação continuada a serem desenvolvidas pelos Professores Coordenadores, pelos Supervisores de Ensino, pelos Diretores do Núcleo Pedagógico e pelos Professores Coordenadores do Núcleo Pedagógico, alinhando-se ao planejamento escolar e a outros instrumentos de apoio pedagógicos.

Sua implementação apoia-se na experiência docente, contando com o apoio e com a avaliação desses, para sua melhoria e construção de novas orientações e materiais.

SUMÁRIO

MATEMÁTICA

MATEMÁTICA

ENSINO FUNDAMENTAL

MATEMÁTICA

6º Ano – Ensino Fundamental

1. Organização das Grades Curriculares

Apresentamos, a seguir, uma grade curricular para a transição do material de apoio do Currículo do Estado de São Paulo, contendo os temas, a descrição das habilidades do Currículo Oficial de Matemática, vigente e sua respectiva relação com o Currículo Paulista, além de algumas orientações pedagógicas, para os quatro anos finais do Ensino Fundamental.

A lista dos conteúdos curriculares e habilidades, em Matemática, não é rígida e inflexível. O que se pretende é a articulação entre os temas (álgebra, geometria, grandezas e medidas, números e probabilidade e estatística), tendo em vista os princípios que fundamentam o Currículo Oficial: a busca de uma formação voltada para as competências pessoais, a abordagem dos conteúdos que valorize a cultura e o mundo do trabalho, a caracterização da escola como uma organização viva, que busca o ensino, mas que também aprende com as circunstâncias.

Enfim, ao fixar os conteúdos disciplinares/objetos de conhecimento, é preciso ter em mente que a expectativa de todo o ensino é que a aprendizagem efetivamente ocorra. As disciplinas curriculares não são um fim em si mesmas, o que se espera dos conteúdos é que eles realmente possam ser mobilizados, tendo em vista o desenvolvimento de competências pessoais, tais como a capacidade de expressão, de compreensão, de argumentação etc.

Desta forma, os quadros apresentados destacam as habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes em cada unidade. Tais habilidades traduzem, de modo operacional, as ações que os alunos devem ser capazes de realizar, ao final de um determinado estágio de aprendizagem, após serem apresentados aos conteúdos curriculares listados.

1.1. Grade curricular do 6° ano do Ensino Fundamental – 3° Bimestre

ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS - CURRÍCULO DE MATEMÁTICA - 6° ANO (3° BIMESTRE)			
Currículo Oficial – SEE-SP		**Currículo Paulista**	
Tema / Conteúdo	**Habilidades**	**Tema/objeto de conhecimento**	**Habilidades**
• Geometria/Relações • Formas geométricas. • Formas planas. • Formas espaciais.	• Saber identificar e classificar formas planas e espaciais em contextos concretos e por meio de suas representações em desenhos e em malhas. • Saber planificar figuras espaciais e identificar figuras planas espaciais a partir de suas planificações.	• Geometria. Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados. Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas.	**(EF06MA16A)** Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1° quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono. **(EF06MA16B)** Representar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1° quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono. **(EF06MA21)** Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais. **(EF06MA23A)** Descrever algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

1.1.1 Formas Geométricas

No 6º ano do Ensino Fundamental, no estudo de Geometria, é necessário que os alunos reorganizem, aprofundem e ampliem os conhecimentos relativos ao espaço, anteriormente desenvolvidos, para resolver problemas mais complexos de localização ou de forma. Segundo os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais), o processo de ensino de Matemática deve visar o desenvolvimento do pensamento geométrico, por meio de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- Resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo as noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo, elementos fundamentais para a constituição de sistema de coordenadas cartesianas;
- Estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sobre diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações;
- Resolver situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução.

Considerações sobre a avaliação

Especificamente com relação aos temas geométricos explorados, espera-se que, ao final das atividades, os alunos estejam aptos a:

- Identificar visualmente, em figuras planas, paralelismo, perpendicularismo, semelhança, congruência e simetria;
- Saber utilizar de forma apropriada o vocabulário geométrico mais preciso;
- Saber agrupar figuras de acordo com determinado critério estabelecido;
- Identificar elementos de um sólido geométrico (arestas, vértices, faces);
- Representar um sólido por meio das vistas e planificações;
- Identificar a forma de um sólido pela sua planificação;
- Classificar sólidos de acordo com critérios estabelecidos.

Orientações para a recuperação

O estudo do espaço e das formas deve privilegiar a observação e a compreensão de relações e a utilização das noções geométricas para resolver problemas, em detrimento da simples memorização de fatos de um vocabulário específico, isso não significa, contudo, que não deva ter preocupação em levar os alunos a fazer uso de um vocabulário mais preciso.

O professor poderá diversificar a abordagem dos temas por meio de novos exercícios ou de novas situações-problema, ancorado na utilização de livros didáticos, ou materiais que já foram produzidos anteriormente. Além disso, poderá utilizar também materiais manipulativos referentes ao tratamento dos conceitos geométricos.

É possível também utilizar malhas como suporte para as representações das formas tridimensionais. O trabalho com a manipulação de sólidos ou formas tridimensionais já construídos, em que os alunos identificam os elementos e a relação entre estes, ou seja, as arestas, os vértices e as faces, também é uma estratégia possível para a recuperação das aprendizagens.

Ainda com relação às atividades de recuperação das aprendizagens, o professor poderá utilizar os objetos digitais de aprendizagem constantes na Plataforma Currículo + bem como as aventuras do currículo mais, relativos ao proposto nesta seção, seguem os links:

Plataforma Currículo +: http://curriculomais.educacao.sp.gov.br/ (Acesso em 06/12/2018)

Aventuras do Currículo +: http://curriculomais.educacao.sp.gov.br/aventuras-curriculo-mais/ (Acesso em 06/12/2018)

Atividades Currículo +: http://curriculomais.educacao.sp.gov.br/atividade/ (Acesso em 06/12/2018)

ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS - CURRÍCULO DE MATEMÁTICA - 6° ANO (3° BIMESTRE)			
Currículo Oficial – SEE-SP		**Currículo Paulista**	
Tema / Conteúdo	**Habilidades**	**Tema/objeto de conhecimento**	**Habilidades**
• Geometria. • Perímetro e área. • Unidades de medida. • Perímetro de uma figura plana. • Cálculo de área por composição e decomposição. • Problemas envolvendo área e perímetro de figuras planas.	• Compreender a noção de área e perímetro de uma figura, sabendo calculá-los por meio de recursos de contagem e de decomposição de figuras; • Compreender a ideia de simetria, sabendo reconhecê-la em construções geométricas e artísticas, bem como utilizá-la em construções geométricas.	• Geometria. • Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado. • Plantas baixas e vistas aéreas.	**(EF06MA29)** Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área. **(EF06MA28)** Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas.

1.1.2 Perímetro e área de uma figura plana

No 6° ano é importante o uso de malhas de pontos, quadriculada e/ou de triângulos na introdução do estudo da geometria métrica para aprofundar os conhecimentos referentes à noção de área e perímetro.

As malhas não nos permitem trabalhar com qualquer tipo de figura ou com qualquer medida, porém, constituem um recurso muito valioso para a compreensão da ideia de medida associada à de comparação. As malhas proporcionam aos alunos a oportunidade de familiarizar-se com as formas geométricas, as ampliações e reduções de figuras (proporcionalidade), a simetria, o conceito de área e volume e o ladrilhamento formado por motivos geométricos. Embora tenha suas limitações, é um recurso importante que auxilia o professor no desenvolvimento de habilidades essenciais ao aprendizado de Geometria, tornando-se uma atividade interessante e eficaz.

As malhas também favorecem a identificação de medidas de perímetro e área pela composição e pela decomposição de figuras, desenvolvendo de forma significativa a capacidade de observação, habilidade indispensável para a aprendizagem da Geometria.

Considerações sobre a avaliação

O objetivo principal no desenvolvimento das habilidades em referência remete à leitura e compreensão de enunciados, vocabulário geométrico, raciocínio lógico-dedutivo na identificação de construção de figuras em malhas geométricas, assim como a introdução à ideia de área (por composição e decomposição) e perímetro.

A competência de leitura de enunciado também pode e deve ser verificada, sendo necessário, que o professor faça um trabalho cuidadoso de orientação de estratégias, para a formação de um bom leitor, tais como grifar a palavra-chave, sublinhar a comanda da questão, separar os dados, identificar as condições limite do problema etc.

O geoplano é um dos recursos didáticos que pode auxiliar o trabalho desta área da Matemática.

Orientações para recuperação

Para a discussão sobre perímetro e área de figuras, bem como para o trabalho com frações, o uso de papel quadriculado pode ser um recurso didático importante. O professor poderá desenvolver sequências didáticas, nas quais os alunos deverão compor e decompor figuras em papel quadriculado para trabalhar área e perímetro. Poderá propor, também, o uso do papel quadriculado para divisão de figuras em partes iguais e assim trabalhar um dos conceitos de frações. As frações são imprescindíveis para o cálculo de áreas, portanto podemos usar as construções no quadriculado como recurso para o estudo de área e de frações simultaneamente. Neste sentido, é interessante construir o Tangram no quadriculado. Apresentar o Tangram como uma estratégia para desenvolver a noção de área usando unidades não padronizadas, neste caso, as próprias peças do quebra-cabeça.

Ainda em relação às atividades de recuperação das aprendizagens, o professor poderá utilizar os objetos digitais de aprendizagem constantes na Plataforma Currículo + bem como as aventuras do currículo mais, relativos ao conteúdo proposto nesta seção, seguem os links:

Plataforma Currículo +: http://curriculomais.educacao.sp.gov.br/ (Acesso em: 06/12/2018)

Aventuras do Currículo +: http://curriculomais.educacao.sp.gov.br/aventuras-curriculo-mais/. (Acesso em 06/12/2018)

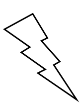
Atividades Currículo +: http://curriculomais.educacao.sp.gov.br/atividade/. (Acesso em: 06/12/2018)

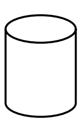
TEMA 1. FORMAS GEOMÉTRICAS – FIGURAS PLANAS E ESPACIAIS

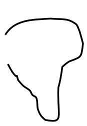
ATIVIDADE 1

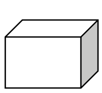
Página 113 no Caderno do Aluno

Classificar em forma plana e forma espacial as figuras abaixo. (Lembrando que formas planas quando representadas ficam totalmente inseridas em um único plano apresentando somente comprimento e largura e formas espaciais quando, representadas necessitam de mais de dois planos, sendo figuras tridimensionais apresentando comprimento, largura e altura)





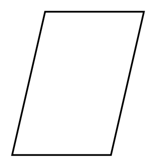


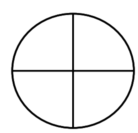


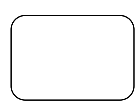
ATIVIDADE 2

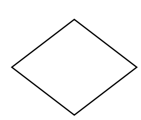
Página 113 no Caderno do Aluno

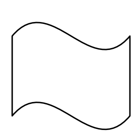
Escreva três características de cada figura a seguir:











ATIVIDADE 3 **Página 114 no Caderno do Aluno**

Sabendo que polígono é toda figura geométrica plana cujo contorno é fechado e formado por segmentos de reta, classifique os polígonos abaixo utilizando a nomenclatura matemática.

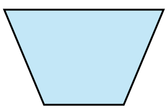
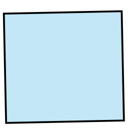
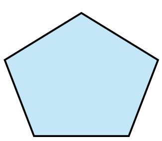
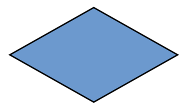
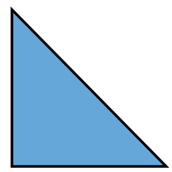
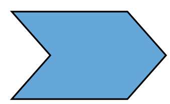
Figura	Nomenclatura
	
	
	
	

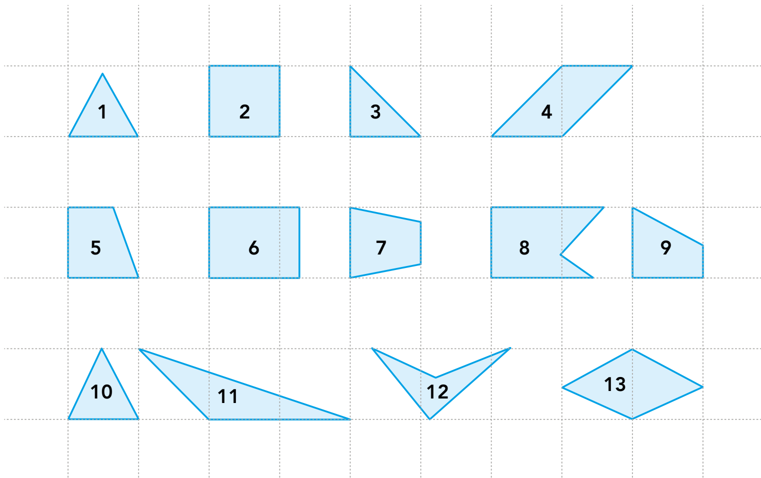
Figura	Nomenclatura
	
	
	

Anotações

Anotações

ATIVIDADE 4 **Página 115 no Caderno do Aluno**

Preencha a tabela a seguir com base nas figuras apresentadas:



Nomenclatura	Característica	Figura(s)
Triângulo	Polígono composto por três vértices.	
	Triângulo que possui os três lados com a mesma medida.	
	Triângulo que só tem dois lados iguais.[1]	
Triângulo Escaleno		11
Quadrado	Polígono que possui quatro lados congruentes e quatro ângulos retos.	
	Figura plana formada por quatro lados (quadriláteros). Dois deles são paralelos e chamados de bases.	
	Quadrilátero que possui os quatro ângulos retos.	
Losango		2 e 13
	Quadrilátero que possui lados paralelos dois a dois.	2, 4, 6 e 13
Polígonos convexos	São os polígonos que possuem todos os ângulos internos inferiores a 180°	
Polígonos não convexos		

[1] Os elementos/Euclides; tradução e Introdução de Irineu Bicudo. – São Paulo: Editora UNESP, 2009

ATIVIDADE 5

Página 116 no Caderno do Aluno

Na última página do caderno, você encontrará uma figura, com vários polígonos numerados de 1 a 15, destaque a folha e recorte os 15 polígonos e responda às seguintes questões:

a) no verso de cada figura, classifique-a segundo a nomenclatura da atividade anterior.

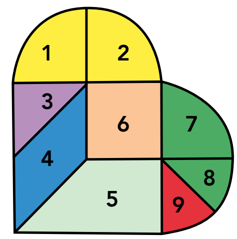
b) sabendo que dois triângulos são semelhantes quando sobrepomos os seus vértices ("bicos") e eles se encaixam perfeitamente, quais deles são semelhantes?

c) forme polígonos de 5 e 6 lados, desenhe no seu caderno utilizando régua e considere uma malha formada por quadrados de 1 por 1. Utilizaremos esses polígonos em atividades posteriores.

ATIVIDADE 6

Página 116 no Caderno do Aluno

(AAP – 13ª EDIÇÃO) Observe a figura a seguir



É verdade dizer que:

(A) as partes: 4, 5 e 6, possuem no mínimo um par de lados paralelos.

(B) as partes: 1, 2, 5, 6, 7, 8 e 9 possuem lados que formam ângulos retos.

(C) as partes: 1, 2, 6, 7, 8 e 9 possuem todos os lados de mesma medida.

(D) as partes: 3, 5 e 8 não possuem lados paralelos.

ATIVIDADE 7

Página 117 no Caderno do Aluno

Utilizando papel quadriculado desenhe quadrados (com uso da régua) e recorte-os. Junte os quadrados com fita adesiva e forme um cubo. Responda:

a) quantos quadrados você utilizou?

____

____

b) qual foi a medida que você utilizou para o lado do quadrado?

____

____

c) os quadrados foram unidos pelos seus ______________, essa união **no cubo** são chamadas de arestas.

d) Os quadrados que foram desenhados e depois foram unidos **no cubo** são chamados de ____________________ .

ATIVIDADE 8

Página 117 no Caderno do Aluno

Observe o cubo que você construiu e complete:

Cubo é um sólido geométrico formado por faces_______ quadradas e congruentes, apresentando assim _____ arestas, e 8 _____ .

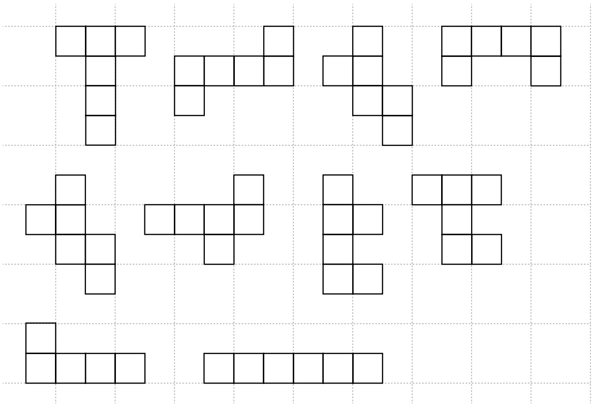
ATIVIDADE 9

Página 117 no Caderno do Aluno

Abra seu cubo pelas arestas não deixando nenhum quadrado solto. Você acabou de fazer uma planificação do cubo. Desenhe em seu caderno a sua planificação e compartilhe com seus colegas as que forem diferentes da sua. Anote também em seu caderno.

ATIVIDADE 10 **Página 118 no Caderno do Aluno**

Das planificações abaixo, quais não são planificações do cubo? Justifique.



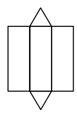
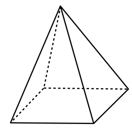
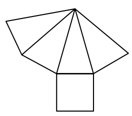
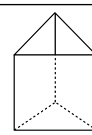
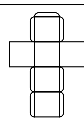
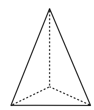
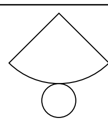
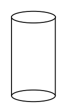
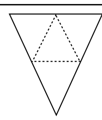
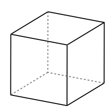
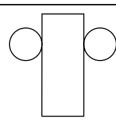
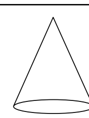
Justificativa

Confira suas respostas, copiando a planificação escolhida em uma folha de papel quadriculado e montando quando possível o cubo.

Observação: tente ampliar os lados de cada quadrado.

ATIVIDADE 11 **Página 119 no Caderno do Aluno**

Relacione as planificações com os sólidos geométricos e com sua nomenclatura (se houver dificuldade, amplie a planificação e monte o sólido). Indique na tabela da direita, os códigos referentes à Planificação, Sólido e Nomenclatura de modo que fiquem alinhados.

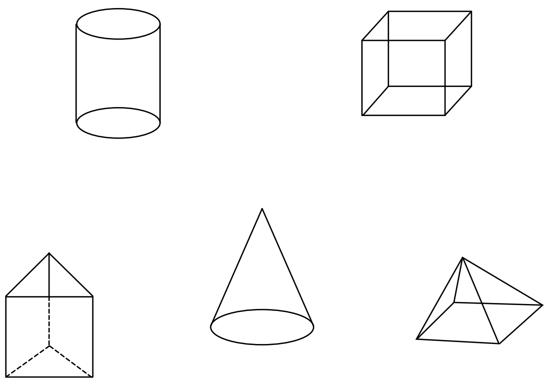
Planificação	Sólido	Nomenclatura
P1 	S1 	N1 Pirâmide de base quadrangular
P2 	S2 	N2 Cone
P3 	S3 	N3 Cilindro
P4 	S4 	N4 Cubo
P5 	S5 	N5 Prisma de base triangular.
P6 	S6 	N6 Pirâmide de base triangular.

Planificação	Sólido	Nomenclatura

ATIVIDADE 12

Página 120 no Caderno do Aluno

Quais dos sólidos abaixo não possuem todas as suas superfícies planas?

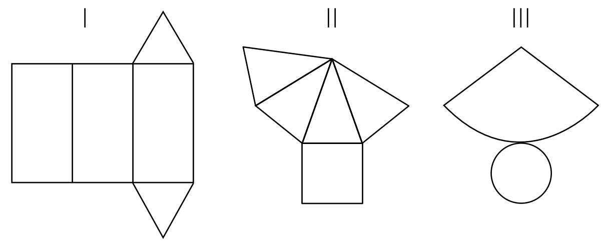


Justificativa:

ATIVIDADE 13

Página 120 no Caderno do Aluno

(UNIFOR Medicina 2015)



Planificar um sólido geométrico é "abri-lo", tornando-o uma figura plana. Sendo assim, as Figuras I, II e III mostradas acima correspondem respectivamente, às planificações de:

(A) Prisma, cilindro e cone.

(B) Pirâmide, cone e cilindro.

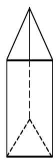
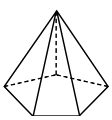
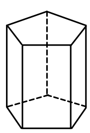
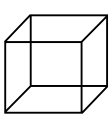
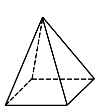
(C) Prisma, pirâmide e cone.

(D) Pirâmide, prisma e cone.

(E) Pirâmide, cone e prisma.

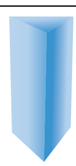
ATIVIDADE 14 **Página 121 no Caderno do Aluno**

Preencha a tabela abaixo: (Se necessário você pode construí-los com palitos e uni-los com massinha de modelar).

Sólido geométrico	Número de vértices	Forma geométrica e número de lados da base	Forma geométrica e quantidade de faces laterais	Nomenclatura do sólido geométrico
				
				
				
				
				

ATIVIDADE 15 **Página 122 no Caderno do Aluno**

Vamos desenhar vistas frontal, lateral e superior de alguns sólidos, utilizando para isso a incidência da luz sobre o objeto e a sombra que ele forma. Complete:

Sólido	Vista frontal	Vista lateral	Vista superior
			
			
			
			
			
			

Anotações

TEMA 2. ÁREA E PERÍMETRO DE UMA FIGURA COM AUXÍLIO DE MALHAS QUADRICULADAS

ATIVIDADE 1

Página 123 no Caderno do Aluno

Utilizando o geoplano ou uma folha de papel quadriculado construa, justificando suas construções:

- três triângulos escalenos.
- três triângulos isósceles.
- um triângulo equilátero.
- três trapézios.
- três paralelogramos.
- três losangos.
- três retângulos.
- doze quadriláteros.
- um polígono côncavo de 4 lados.
- um polígono côncavo de 5 lados.

ATIVIDADE 2

Página 123 no Caderno do Aluno

Se estiver usando o geoplano considere a distância entre os pinos como 1 unidade de comprimento, ou utilize o papel quadriculado.(Utilize a régua somente para riscar)

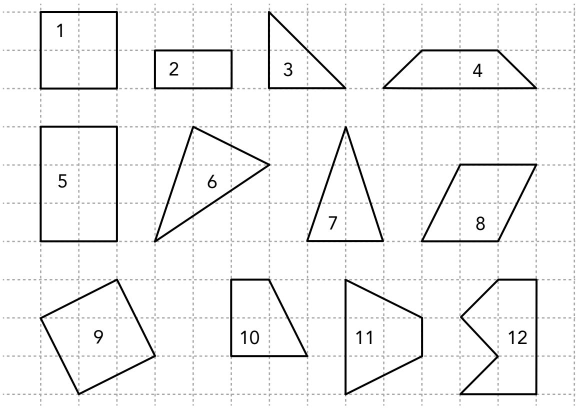
Construa

- um quadrado de lado 3 u;
- um trapézio de bases 5 u e 3 u;
- um quadrilátero com todos os lados de 3 u;
- um quadrilátero com dois lados de 3 u e dois lados com 5 u;
- um paralelogramo com um par de lados de 3 u e o outro par de lados de 5 u;
- um paralelogramo com um par de lados de 5 u.

ATIVIDADE 3

Página 124 no Caderno do Aluno

Considerando que a malha quadriculada abaixo é formada por quadrados de lado 1 u, como pode ter sido a comanda para construção de cada um dos 12 polígonos?



Comanda:

____

____

____

____

____

____

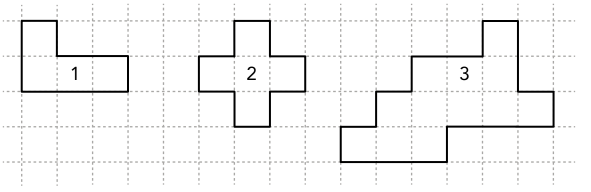
____

____

ATIVIDADE 4

Página 124 no Caderno do Aluno

Encontre o perímetro das figuras desenhadas na malha quadriculada. A malha é formada por quadrados de 1 unidade de comprimento, (1 u)



Perímetro da figura 1:

____

____

____

Perímetro da figura 2:

____

____

____

Perímetro da figura 3:

____

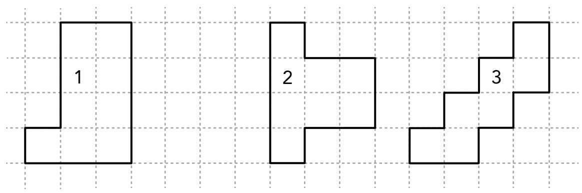
____

____

ATIVIDADE 5

Página 125 no Caderno do Aluno

Qual das figuras abaixo apresenta maior perímetro?



Resposta:

___

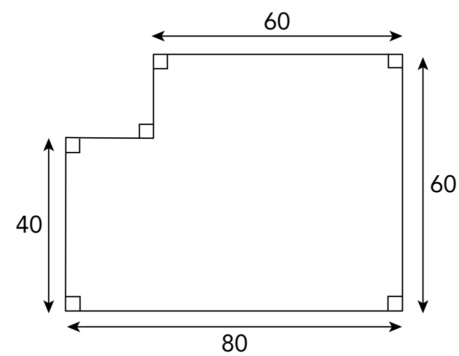
___

___

ATIVIDADE 6

Página 125 no Caderno do Aluno

(OBMEP 2005) Daniela quer cercar o terreno representado pela figura. Nessa figura, dois lados consecutivos são sempre perpendiculares e as medidas de alguns lados estão indicadas em metros. Quantos metros de cerca Daniela terá que comprar?



(A) 140

(B) 280

(C) 320

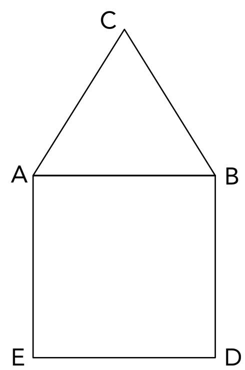
(D) 1800

(E) 4800

ATIVIDADE 7

Página 126 no Caderno do Aluno

O perímetro do triângulo equilátero ABC é 120 cm, qual o perímetro do quadrado ABDE?

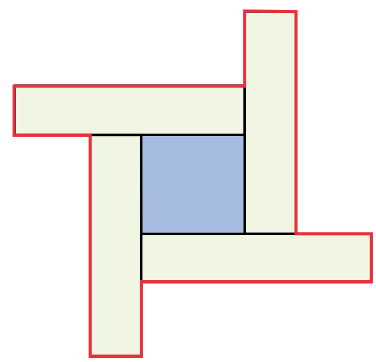


Anotações:

ATIVIDADE 8

Página 126 no Caderno do Aluno

(OBMEP 2014) Juntando, sem sobreposição, quatro ladrilhos retangulares de 10 cm por 45 cm e um ladrilho quadrado de lado 20 cm, Rodrigo montou a figura abaixo. Com uma caneta de ponta mais grossa ele traçou o contorno da figura. Qual é o comprimento deste contorno?

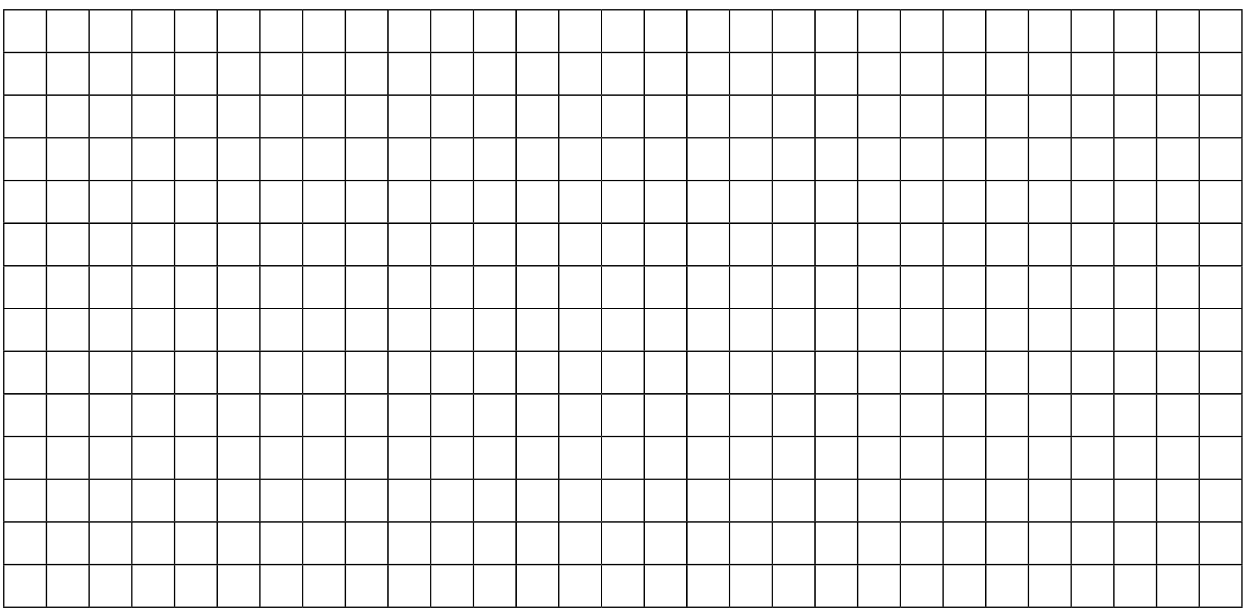


ATIVIDADE 9

Página 127 no Caderno do Aluno

Considerando que cada quadrado da malha abaixo equivale a uma unidade de área, isto é 1 u^2, desenhe:

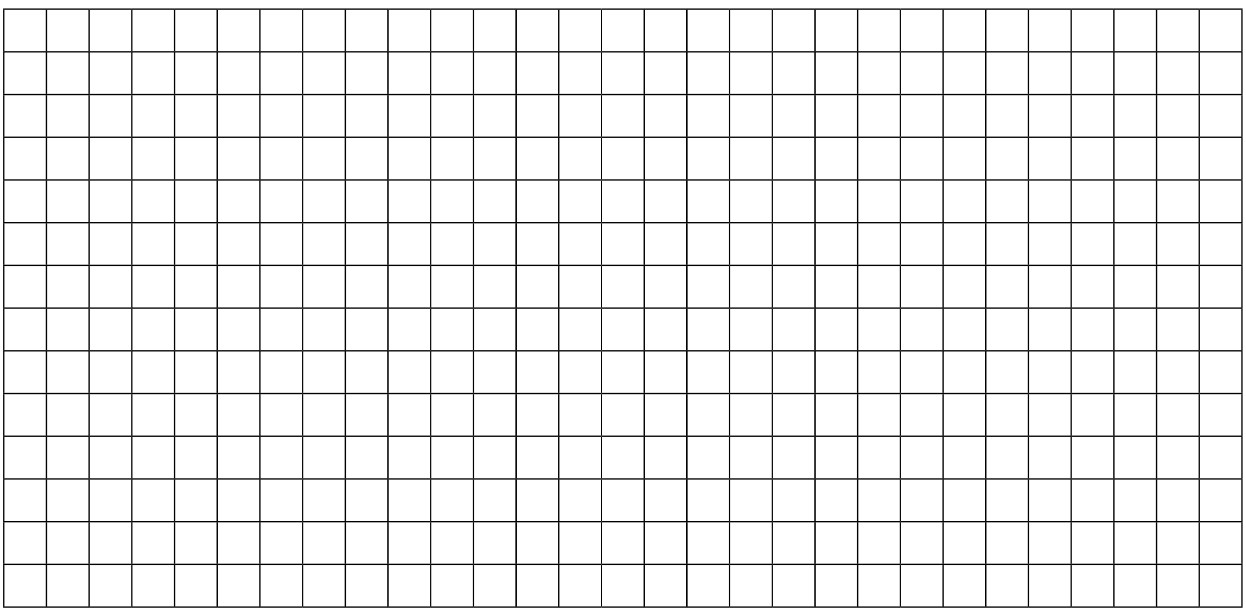
- dois polígonos diferentes com área 1u^2;
- três polígonos diferentes com área 2u^2;
- quatro polígonos de área 3u^2;
- cinco polígonos de área 4u^2;



ATIVIDADE 10 **Página 128 no Caderno do Aluno**

Desenhe na malha abaixo os seguintes polígonos:

- quadrado de área $9u^2$;
- quadrilátero de área $7u^2$;
- triângulo de área $5u^2$;
- paralelogramo de área $3u^2$;
- pentágono de área $3u^2$;
- um trapézio de área $4u^2$;
- um quadrado, um retângulo, um triângulo de áreas iguais.



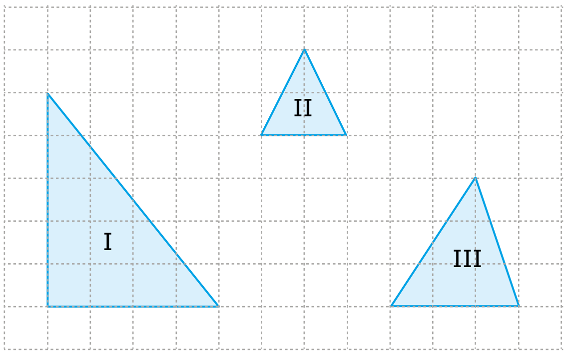
ATIVIDADE 11 **Página 129 no Caderno do Aluno**

A malha quadriculada é formada por quadrados de lado 1 u. Encontre o perímetro e a área da região em branco.

ATIVIDADE 12

Página 130 no Caderno do Aluno

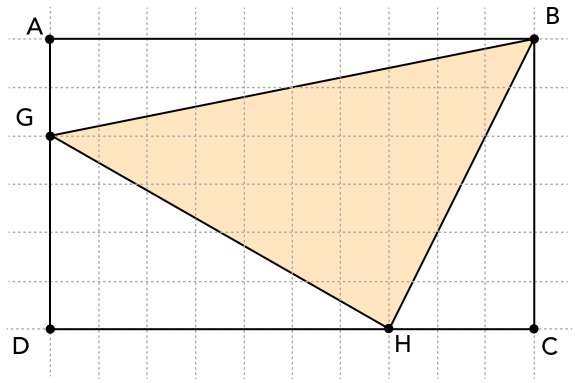
Encontre a área dos triângulos I , II e III



ATIVIDADE 13

Página 130 no Caderno do Aluno

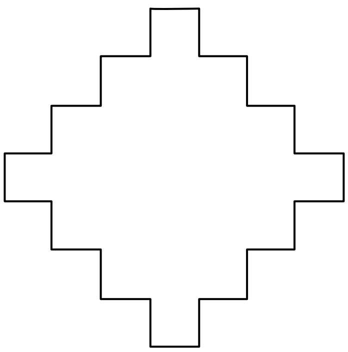
(OBMEP-Adaptada) Na figura a seguir, ABCD é um retângulo de base 10 cm e altura 6 cm. Determine a área do triângulo BGH.



ATIVIDADE 14

Página 131 no Caderno do Aluno

(OBMEP 2013) A figura representa um polígono em que todos os lados são horizontais ou verticais e têm o mesmo comprimento. O perímetro desse polígono é 56 cm. Qual é sua área?



(A) 25 cm^2

(B) 75 cm^2

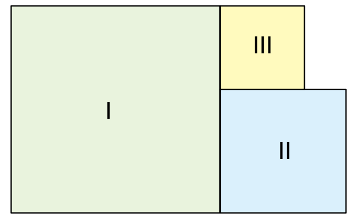
(C) 100 cm^2

(D) 125 cm^2

ATIVIDADE 15

Página 131 no Caderno do Aluno

(Adaptado – OBMEP 2006)



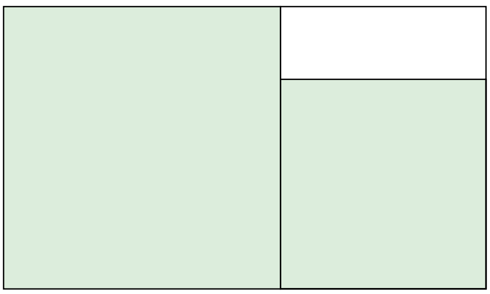
A figura acima é formada por três quadrados. A área do quadrado I é 25cm^2 , o perímetro do quadrado II é 12 cm. Encontre

- a área e o perímetro do quadrado III.
- perímetro do quadrado I.
- área do quadrado II.

ATIVIDADE 16

Página 132 no Caderno do Aluno

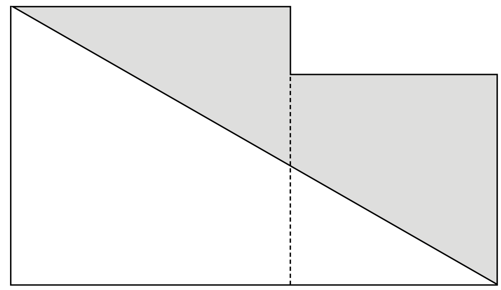
A figura é formada por dois quadrados, um de lado 5 cm e outro de lado 3 cm e um retângulo. Encontre a área do retângulo.



ATIVIDADE 17

Página 132 no Caderno do Aluno

(OBMEP 2014) A figura é formada por dois quadrados, um de lado 8 cm e outro de lado 6 cm. Qual é a área da região cinza?

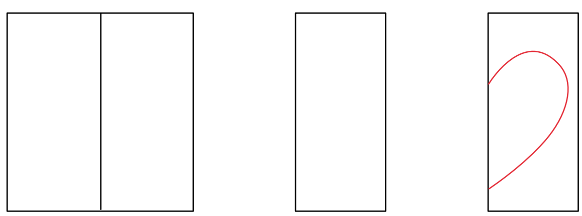


TEMA 3. PERÍMETRO E ÁREA DE FIGURAS POR COMPOSIÇÃO, DECOMPOSIÇÃO E SIMETRIA

ATIVIDADE 1

Página 133 no Caderno do Aluno

Dobre um pedaço de papel ao meio, desenhe metade de um coração e recorte o seu desenho. O que você obteve?

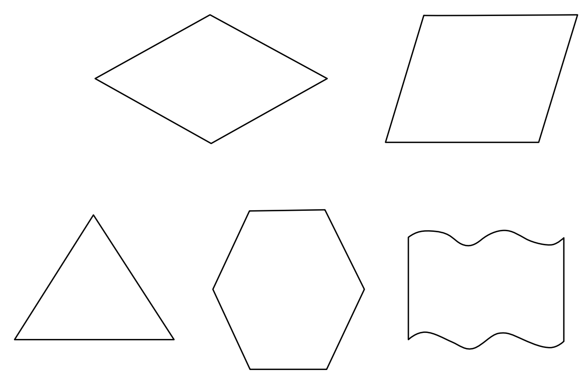


Se você dobrar a sua figura novamente na linha, o que você observa?

ATIVIDADE 2

Página 133 no Caderno do Aluno

Sabendo que a dobra que você fez na atividade anterior é o eixo de simetria do coração que você obteve, agora, com uma régua risque o eixo de simetria das figuras abaixo. Explique a sua resposta.

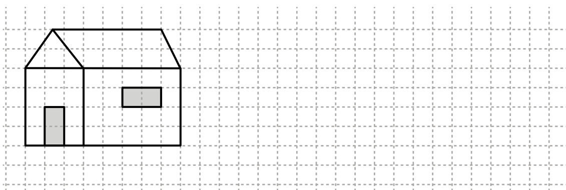


Justificativa

ATIVIDADE 3

Página 134 no Caderno do Aluno

a) Observe a figura.



Quais polígonos foram utilizados na figura? Qual a área da casinha?

b) Desenhe a casinha na malha abaixo utilizando o dobro de quadradinhos

Quais polígonos foram utilizados na figura? Qual a área da casinha?

c) Note que nesta malha a largura da malha é maior (vamos supor que é o dobro da largura da malha inicial, então a malha foi esticada horizontalmente) e desenhe a casinha.

Quais polígonos foram usados na figura e qual a nova área da casinha?

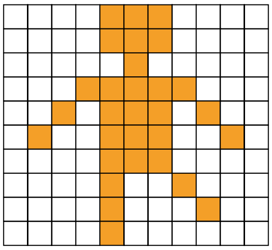
d) Note que nesta malha a altura da malha é maior (vamos supor que é o dobro da altura da malha inicial, então a malha foi esticada verticalmente) e desenhe a casinha.

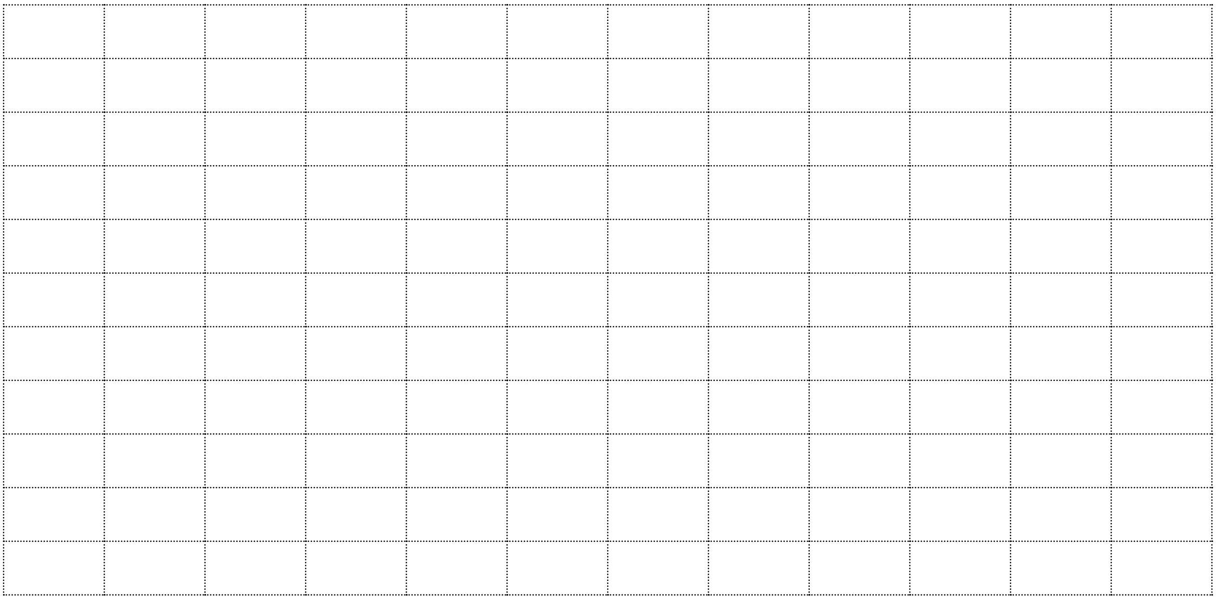
Quais polígonos foram utilizados na figura? Qual a área da casinha?

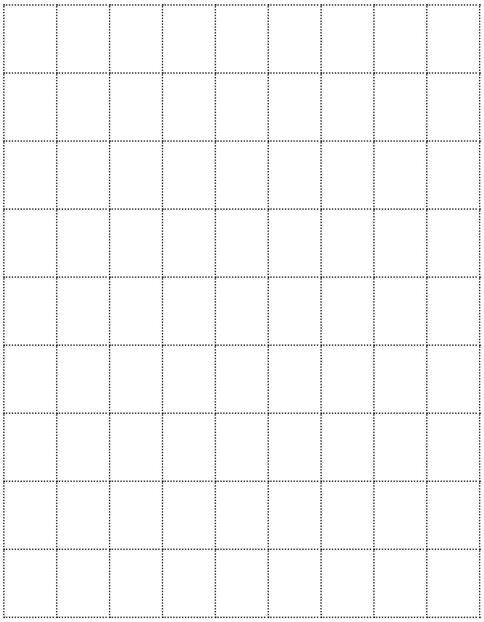
e) O que você nota em relação à inclinação do telhado?

ATIVIDADE 4 **Página 136 no Caderno do Aluno**

Desenhei um boneco, mas acho que ele ficou pequeno. Utilize uma das malhas para deixar meu boneco mais alto e também mais magro.

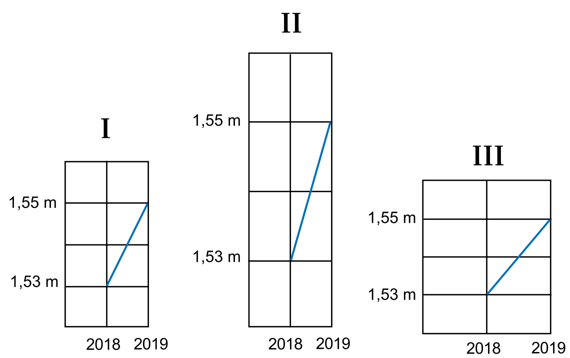






ATIVIDADE 5 **Página 137 no Caderno do Aluno**

A fim de mostrar que está crescendo, Roberval está fazendo um gráfico. Qual desses gráficos abaixo traz maior impacto, mostrando maior crescimento?



Justifique sua resposta.

____

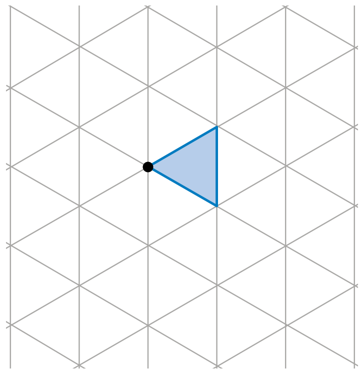
____

____

____

ATIVIDADE 6 **Página 138 no Caderno do Aluno**

Na malha a seguir está marcado um ponto e um triângulo. Vamos continuar pintando os demais triângulos em volta deste ponto.



a) Quantos triângulos ficaram em volta do ponto?

b) Qual a fração corresponde cada triângulo da figura formada?

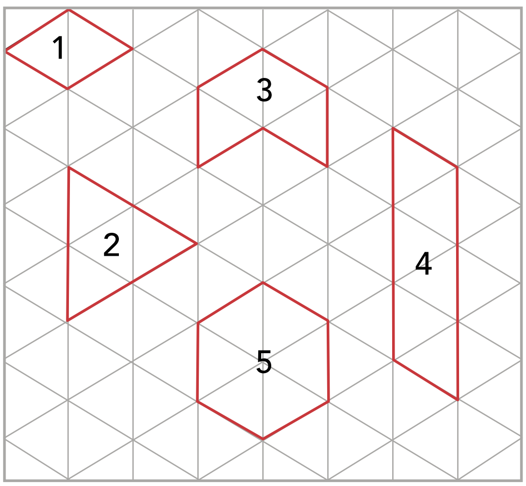
c) Enquanto você foi pintando os triângulos, foi dando uma volta completa em torno do ponto, quantos graus tem uma volta completa? (Se precisar utilize o transferidor).

Anotações:

ATIVIDADE 7

Página 139 no Caderno do Aluno

Adote o lado do triângulo da malha a seguir como unidade de comprimento (1 u) e a área do triângulo da malha como unidade de área (1 u^2). Determine o perímetro e a área das figuras a seguir



Perímetro da figura 1

Área da figura 1

Perímetro da figura 2

Área da figura 2

Perímetro da figura 3

Área da figura 3

Perímetro da figura 4

Área da figura 4

Perímetro da figura 5

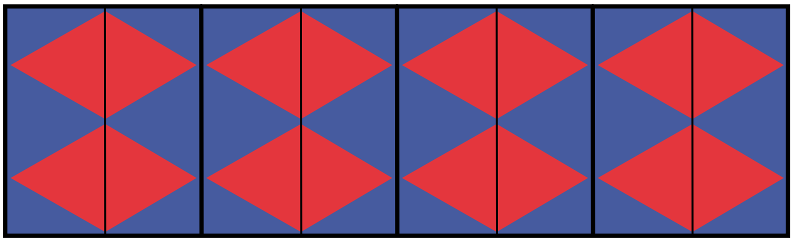
Área da figura 5

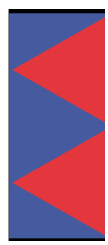
Anotações:

ATIVIDADE 8 **Página 140 no Ca-**

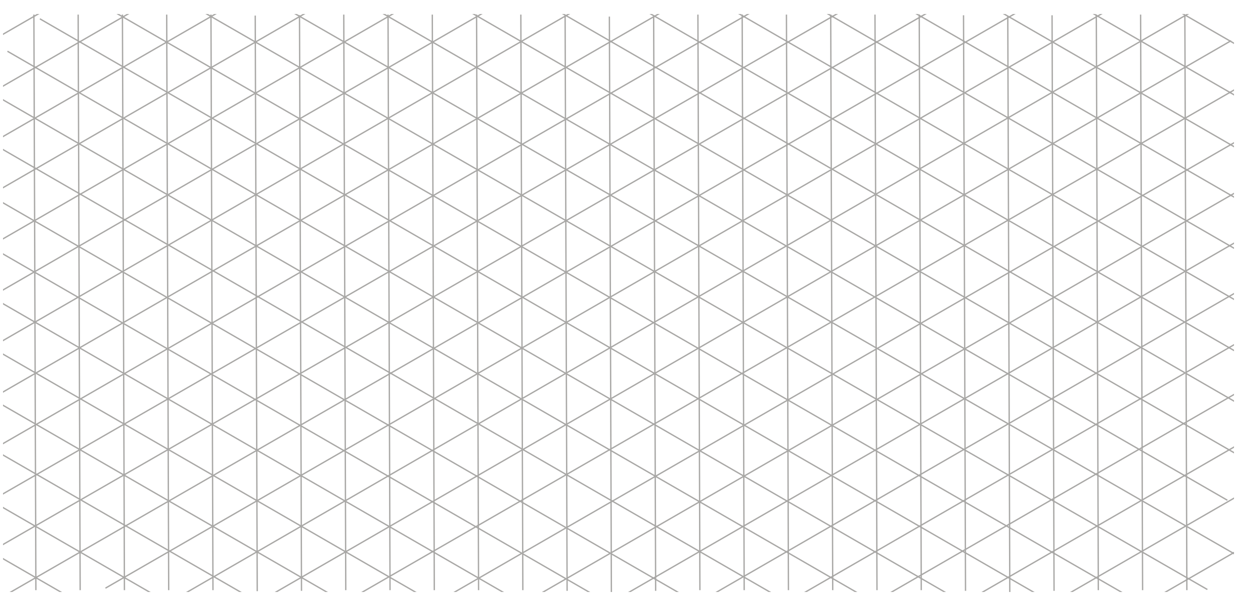
derno do Aluno

Observe que o mosaico a seguir foi construído a partir de uma "peça básica" pintada na malha.

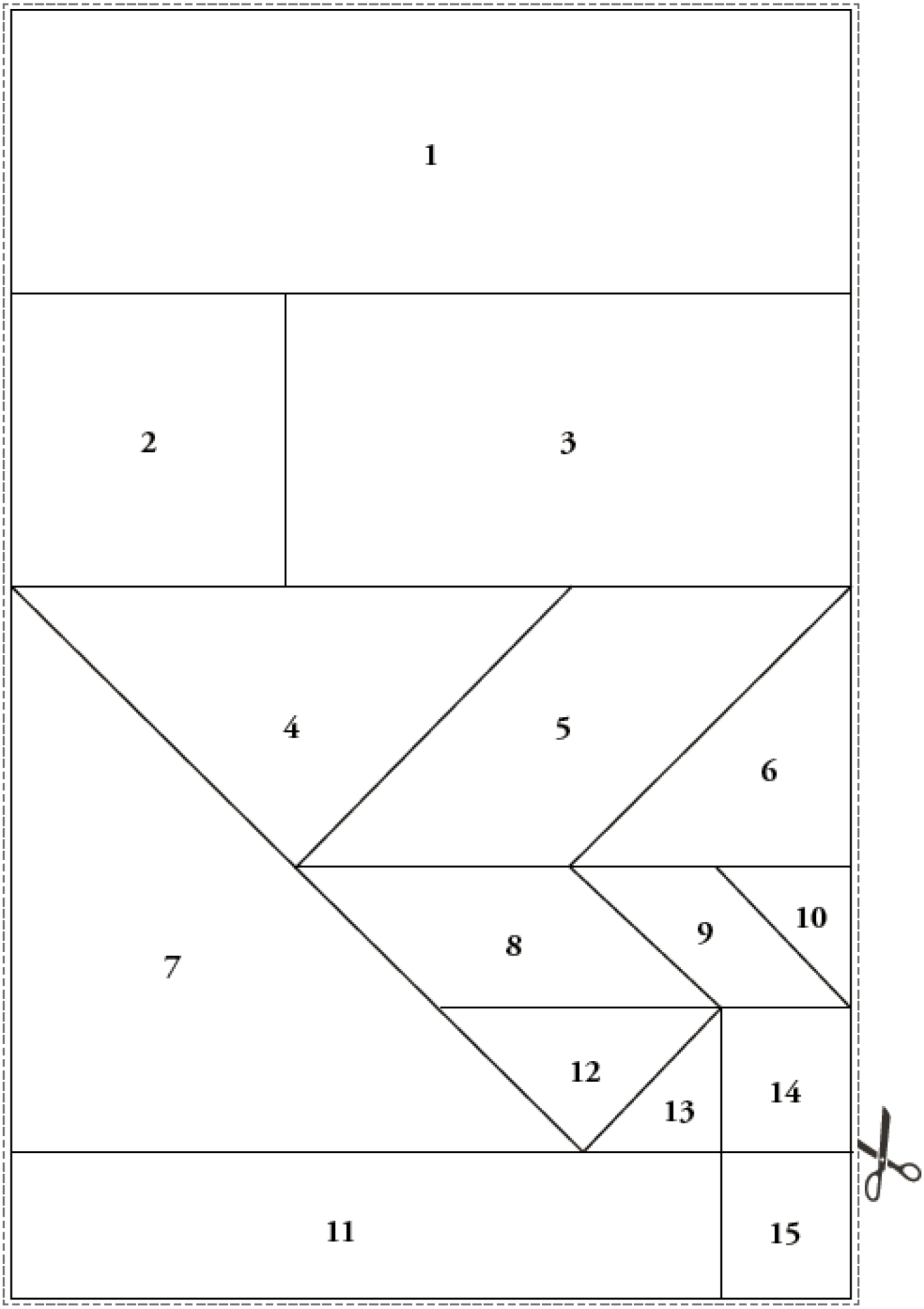




Construa uma "peça básica" e um mosaico a partir dela na malha a seguir. Inclua, se necessário, outras linhas na malha.



ANEXO 1



MATEMÁTICA

7º Ano – Ensino Fundamental

1. Organização das Grades Curriculares

Apresentamos, a seguir, uma grade curricular para a transição do material de apoio do Currículo do Estado de São Paulo, contendo os temas, a descrição das habilidades do Currículo Oficial de Matemática, vigente e sua respectiva relação com o Currículo Paulista, além de algumas orientações pedagógicas, para os quatro anos finais do Ensino Fundamental.

A lista dos conteúdos curriculares e habilidades, em Matemática, não é rígida e inflexível. O que se pretende é a articulação entre os temas (álgebra, geometria, grandezas e medidas, números e probabilidade e estatística), tendo em vista os princípios que fundamentam o Currículo Oficial: a busca de uma formação voltada para as competências pessoais, a abordagem dos conteúdos que valorize a cultura e o mundo do trabalho, a caracterização da escola como uma organização viva, que busca o ensino, mas que também aprende com as circunstâncias.

Enfim, ao fixar os conteúdos disciplinares/objetos de conhecimento, é preciso ter em mente que a expectativa de todo o ensino é que a aprendizagem efetivamente ocorra. As disciplinas curriculares não são um fim em si mesmas, o que se espera dos conteúdos é que eles realmente possam ser mobilizados, tendo em vista o desenvolvimento de competências pessoais, tais como a capacidade de expressão, de compreensão, de argumentação etc.

Desta forma, os quadros apresentados destacam as habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes em cada unidade. Tais habilidades traduzem, de modo operacional, as ações que os alunos devem ser capazes de realizar, ao final de um determinado estágio de aprendizagem, após serem apresentados aos conteúdos curriculares listados.

1.1. Grade curricular do 7° ano do Ensino Fundamental – 3° Bimestre

ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS - CURRÍCULO DE MATEMÁTICA - 7° ANO (3° BIMESTRE)			
Currículo Oficial – SEE-SP		**Currículo Paulista**	
Tema / Conteúdo	**Habilidades**	**Tema/objeto de conhecimento**	**Habilidades**
• Relações • Proporcionalidade. • Variações de grandezas direta ou inversamente proporcionais.	• Saber reconhecer situações que envolvem proporcionalidade em diferentes contextos, compreendendo a ideia de grandezas direta e inversamente proporcionais. • Saber resolver problemas variados, envolvendo grandeza direta e inversamente proporcionais.	• Álgebra Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.	**(EF07MA17)** Resolver e elaborar situações-problema que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

1.1.1 As grandezas direta e inversamente proporcionais

O objetivo principal no desenvolvimento das habilidades indicadas, é a ampliação das noções de variação direta e inversamente proporcionais entre grandezas, aprimorando a capacidade de resolver problemas e fazer previsões em situações que envolvam proporcionalidade.

Para tal desenvolvimento, torna-se necessário verificar se o aluno já reconhece a existência de uma proporcionalidade em certa situação-problema, cuja noção já vem sendo desenvolvida em etapas anteriores, como no estudo das frações equivalentes ou dos múltiplos de um número natural. Entendemos que a noção de proporcionalidade envolve também a capacidade de identificar as situações em que ela não está presente.

A ideia da existência de um fator constante que relaciona duas grandezas, chamada de **razão de proporcionalidade**, é dada como o número que expressa a relação de proporcionalidade entre duas grandezas.

Consideramos importante destacar as formas de representação de uma razão, desde a forma fracionária até a **porcentagem** e também os tipos comuns como a **escala**, usada em mapas, a **velocidade** de um objeto, a **densidade**, o PIB *per capita* etc. A **probabilidade** é apresentada como uma razão específica que expressa a relação entre o número de possibilidades de ocorrência de um evento particular e o número total de possibilidades de um espaço amostral determinado. Podemos utilizar ainda a escrita algébrica para a resolução de situações-problema que envolvam a proporcionalidade entre duas grandezas. Sabe-se que é comum o uso do recurso de "regra de três" para a resolução de problemas de proporcionalidade. Contudo, este recurso deve ser o último tópico a ser desenvolvido, por dois motivos: 1) Com o uso de tabelas, o encaminhamento para discussão dos significados fique bem estabelecido; 2) falta o recurso de equações para resolver problemas de proporcionalidade por regra de três.

Por fim, é importante que o professor considere não apenas a aquisição do conceito matemático estudado, no caso a proporcionalidade, mas todas as dimensões envolvidas na resolução dessas atividades como a **competência leitora**, que é fundamental para a interpretação dos enunciados das situações-problema. Ou ainda, a **capacidade de expressão**, seja na língua materna, ou na matemática usada para dar as respostas dos problemas. Além disso, deve-se valorizar também a **capacidade de argumentação**, envolvida na escolha de determinado caminho na resolução de um problema.

Considerações sobre a avaliação

Ao final do processo espera-se que os alunos saibam verificar as situações que envolvam algum tipo de proporcionalidade direta e inversa e também quantificar a variação das grandezas, verificando a existência ou não da proporcionalidade, sejam elas diretas ou inversamente proporcionais. Do mesmo modo, espera-se que eles consigam distinguir as situações em que as grandezas variam e, finalmente, saibam resolver problemas envolvendo duas ou mais grandezas, direta ou inversamente proporcionais. A avaliação da aprendizagem estará relacionada a análise dos registros dos alunos concernentes à organização da resolução e a capacidade de identificar as informações pertinentes, os processos operatórios, obedecendo principalmente os princípios de proporcionalidade.

Por fim, é importante, também que o professor considere não apenas a aquisição do conceito matemático estudado, no caso a proporcionalidade, mas todas as dimensões envolvidas na resolução dessas atividades, como a competência leitora, que é fundamental para a interpretação dos enunciados das situações-problema. Ou, ainda, a capacidade de expressão, seja na língua materna, ou na matemática usada para os registros das estratégias utilizadas para a resolução, e, finalmente, valorizar também a capacidade de argumentação, envolvida na escolha de determinado caminho na resolução de um problema.

Orientação para a recuperação

Para o processo de recuperação das aprendizagens, destaca-se a correta identificação da natureza da dificuldade apresentada pelos alunos: se está relacionada a alguma defasagem anterior, ou está ligada à especificidade de um determinado conceito ou procedimento operatório. A discussão de uma atividade exemplar, que articule os diferentes conceitos, pode ser proveitosa, consistindo em uma boa estratégia de recuperação.

Ainda com relação às atividades de recuperação das aprendizagens, o professor poderá utilizar os objetos digitais de aprendizagem constantes na Plataforma Currículo + bem como as aventuras do currículo mais, relativos ao conteúdo proposto nesta seção, seguem os links:

Plataforma Currículo +: **http://curriculomais.educacao.sp.gov.br/**
Aventuras do Currículo +: **http://curriculomais.educacao.sp.gov.br/aventuras-curriculo-mais/**
Atividades Currículo + : **http://curriculomais.educacao.sp.gov.br/atividade/**

ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS - CURRÍCULO DE MATEMÁTICA - 7° ANO (3° BIMESTRE)			
Currículo Oficial – SEE-SP		**Currículo Paulista**	
Tema / Conteúdo	**Habilidades**	**Tema/objeto de conhecimento**	**Habilidades**
• Números e operações • Frações. • Associação entre fração e razão. • Conceito de razão; • Porcentagem. • Construção de gráficos de setores.	• Reconhecer e saber utilizar o conceito de razão em diversos contextos (proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc.), bem como na construção de gráficos de setores.	• Números • Frações e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.	**(EF07MA08)** Ler, compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. **(EF07MA09)** Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração 2/3 para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza. **(EF07MA02)** Resolver e elaborar situações-problema que envolva porcentagem, trabalhando com acréscimo e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora no contexto de educação financeira, entre outros.

1.1.2 Associação entre fração e razão

Quando associamos o significado de uma fração à razão entre duas grandezas, nos referimos ao sentido de medida, pois, a ideia fundamental relativa às frações é a de comparação entre duas grandezas, que pode ser interpretada como a ideia de dividirmos uma unidade em partes iguais (unidades), e verificarmos quantas partes caberão naquilo que se quer medir. O significado de fração como medida pode favorecer o entendimento do conceito de razão, utilizados em vários contextos, como: probabilidade de um evento, porcentagens, escalas, etc.

Consequentemente, esta ideia vale para o conceito de porcentagem, pois, a partir do significado de fração como quociente, podemos iniciar o conceito de porcentagem, a relação existente entre uma dada quantidade ao denominador 100.

Outro, fator a ser considerado é a correspondência da porcentagem a um dado operador multiplicativo, por exemplo, 3% de 20.

Considerações sobre a avaliação

No final deste percurso de aprendizagem, a expectativa é de que os alunos compreendam o conceito de razão na Matemática e saibam reconhecê-lo, calculá-lo e problematizá-lo em diversas situações e problemas.

Desta forma, espera-se que ao final da exposição deste conteúdo, o aluno seja capaz de compreender o conceito de razão na Matemática, sabendo aplicá-lo e reconhecê-lo em diferentes situações. Sendo assim, as expectativas de aprendizagem para essa etapa são:

- Saber calcular a razão entre duas grandezas de mesma natureza ou de naturezas distintas;
- Saber calcular a razão entre duas grandezas de mesma natureza ou de naturezas distintas;

Orientação para a recuperação

- De maneira abrangente, a avaliação e recuperação das aprendizagens, são consideradas como um processo contínuo inclusas no decorrer das aulas, ou seja, o professor deve estar atento para eventuais dificuldades dos alunos.
- Desta forma, seria importantíssima, a disponibilização de momentos de sua aula para a análise/discussão dos erros mais frequentes no processo.
- Após esta reflexão, o professor poderá escolher uma determinada atividade, na qual poderá, em partes, minimizar os efeitos desta aprendizagem não estabelecida. Neste caso, sugerimos, a leitura do texto: "O Homem vitruviano e as razões no corpo humano", disponibilizado no Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo, Vol. 2, 7° ano, pg. 32 e 33, seguida de atividades, pg. 34 e 35. "A razão áurea", pg. 46 e também da atividade 8, pg. 47 e 48, contida no mesmo material referenciado anteriormente.

ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS - CURRÍCULO DE MATEMÁTICA - 7° ANO (3° BIMESTRE)			
Currículo Oficial – SEE-SP		**Currículo Paulista**	
Tema / Conteúdo	**Habilidades**	**Tema/objeto de conhecimento**	**Habilidades**
• Relações • Razões constantes:: π.	• Conhecer o significado do número π como uma razão constante, sabendo utilizá-lo para realizar cálculos simples envolvendo o comprimento da circunferência ou de suas partes.	• Grandezas e medidas • Medida do comprimento da circunferência.	**(EF07MA33)** Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.

1.1.3 Razões constantes

O principal objetivo da abordagem desta habilidade, consiste no fato da exploração da noção de proporcionalidade geométrica, aprofundando o estudo de razão de proporcionalidade.

Neste sentido, o valor associado ao símbolo π, consiste em uma medida que é a razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro.

A apresentação deste assunto constitui um exemplo bastante ilustrativo da existência de proporcionalidade em figuras geométricas simples, sem a preocupação de formalizar o conjunto dos números irracionais, contribuindo assim para a compreensão da proporcionalidade na Geometria.

Considerações sobre a avaliação

Essa é mais uma etapa do aprendizado de proporcionalidade, que vai acompanhar o aluno ao longo de sua trajetória estudantil. Particularmente, as razões constantes em figuras geométricas serão fundamentais para o posterior estudo da semelhança geométrica e da trigonometria.

A avaliação da aprendizagem dos alunos em relação ao conteúdo em questão, poderá ser desenvolvida a partir da aplicação de atividades encontradas em livros didáticos e também no Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo, vide Situação de Aprendizagem 3: Razões na Geometria, Vol. 2, 7° ano do Ensino Fundamental, pg. 36 a 49.

Há de se ter atenção especial em relação às construções geométricas e às medidas, principalmente no caso da representação de quadrados e circunferências.

Orientação para a recuperação

Ressalta-se, aqui, que a recuperação da aprendizagem, é um processo contínuo e que durante a realização de qualquer atividade o professor deve estar atento para eventuais dificuldades dos alunos. Essa observação é fundamental para a proposição de atividades de recuperação que ajudem o aluno a acompanhar melhor o curso e obter sucesso na realização das atividades.

Destaca-se também a correta identificação da natureza da dificuldade apresentada pelos alunos: se está relacionada a alguma defasagem anterior, ou está ligada à especificidade de um determinado conceito ou procedimento operatório. A discussão de uma atividade exemplar, que articule os diferentes conceitos, pode ser bastante proveitosa, consistindo em uma boa estratégia de recuperação.

ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS - CURRÍCULO DE MATEMÁTICA - 7° ANO (3° BIMESTRE)			
Currículo Oficial – SEE-SP		**Currículo Paulista**	
Tema / Conteúdo	**Habilidades**	**Tema/objeto de conhecimento**	**Habilidades**
• Números / Relações • Formas de representação de uma razão: probabilidade.	• Saber resolver problemas simples envolvendo a ideia de probabilidade (porcentagem que representa possibilidades de ocorrência).	• Probabilidade e estatística. • Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidades por meio de frequência de ocorrências.	**(EF07MA34)** Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidade ou estimativa por meio de frequência de ocorrências.

1.1.4 Probabilidade de um evento

Embora o estudo de análise combinatória tem início no Ensino Médio, entende-se que a proposta de estudo deste conceito, nos anos finais do Ensino Fundamental, deverá ser relacionada ao conceito de razão.

Como a própria definição diz: para determinar a probabilidade de ocorrência de determinado evento, devemos quantificar o número de casos em que esse evento ocorre e o número total de casos possíveis, chamado de espaço amostral. A razão entre esses valores é o que chamamos de probabilidade. O resultado dessa razão pode ser expresso como número decimal ou como porcentagem, que por sinal também é uma razão entre duas grandezas.

Considerações sobre a avaliação

As expectativas de aprendizagens relacionadas à habilidade em questão consistem no reconhecimento da probabilidade enquanto resultado de uma relação entre quantidade de resultados esperados e quantidade de resultados possíveis, isto é, em uma relação do tipo parte-todo, representada por um número racional escrito na forma de uma razão, de um decimal ou de uma porcentagem.

A aprendizagem dos alunos nesta etapa pode ser avaliada a partir de situações-problema que envolvam não apenas a escrita de uma razão, mas também a leitura e compreensão de condições expressas por intermédio de dados registrados em tabelas de dupla entrada. Busca-se, dessa maneira, avaliar competências relacionadas à leitura e à escrita, utilizando-se, para tanto, contextos relativos à realização de experimentos aleatórios.

Orientação para a recuperação

Caso os objetivos propostos não tenham sido plenamente atingidos, sugerimos que as atividades de recuperação contemplem:

- uma retomada da ideia de razão entre grandezas de mesma natureza, ou de naturezas diferentes, em contextos próximos do cotidiano dos alunos, como na questão das escalas dos mapas, ou na velocidade média de um automóvel, ou no preço pago por de terreno, ou da quantidade de pisos vitrificados necessários para cobrir determinada área etc.;
- a aplicação de um novo conjunto de situações-problema contextualizadas;
- a solicitação para que os alunos elaborem situações-problema envolvendo o cálculo de probabilidades com base em contextos livres ou determinados pelo professor. Essas situações poderão ser trocadas entre os alunos para que um resolva o problema proposto pelo colega e, ao final, as resoluções possam ser avaliadas pelo criador.

Salientamos que, de qualquer maneira, não há motivos para esgotar por completo o estudo dos casos de probabilidade, visto que o mesmo conteúdo será revisitado no Ensino Médio.

1. A NOÇÃO DE PROPORCIONALIDADE

ATIVIDADE 1

Página 113 no Caderno do Aluno

Verifique se as previsões feitas são confiáveis e se há proporcionalidade entre as grandezas envolvidas, justificando sua resposta.

a) Um pintor tem 1 hora para pintar uma parede. Para pintar duas paredes com a mesma medida da primeira, ele levará 2 horas.

b) Um time marcou 2 gols nos primeiros 15 minutos de jogo. Portanto, ao final do primeiro tempo (45 minutos), ele terá marcado 6 gols.

c) Uma banheira contendo 100 litros de água demorou, aproximadamente, 5 minutos para ser esvaziada. Para esvaziar uma banheira com 200 litros de água serão necessários, aproximadamente, 10 minutos.

d) Em 1 hora de viagem, um trem com velocidade constante percorreu 60 km. Mantendo a velocidade, após 3 horas ele terá percorrido 150 km.

e) Um estacionamento cobra R$ 3,00 por hora. Por um automóvel, que ficou estacionado 2 horas, foi cobrado do motorista o valor de R$ 6,00. Se ele ficasse estacionado 6 horas, o valor cobrado seria de R$ 18,00.

f) Em 20 minutos, uma pessoa gastou R$ 30,00 no supermercado. Se ela ficar 40 minutos, gastará R$ 60,00.

ATIVIDADE 2

Página 114 no Caderno do Aluno

Considere as afirmações a seguir.

I. Um pintor leva 1 hora para pintar uma parede. Para pintar duas paredes em condição idêntica, ele levará 2 horas.

II. Um time marcou 2 gols nos primeiros 15 minutos de jogo. Portanto, ao final do primeiro tempo (45 minutos), ele terá marcado 6 gols.

III. Em 1 hora de viagem, um trem com velocidade média constante, percorreu 60 km. Mantendo a velocidade média, após 3 horas ele terá percorrido 180 km.

IV. A massa de uma pessoa é diretamente proporcional a sua idade.

Há proporcionalidade entre as grandezas envolvidas, apenas nas afirmações.

(A) I e II.

(B) II e III.

(C) I e III.

(D) III e IV.

Anotações:

ATIVIDADE 3

Página 114 no Caderno do Aluno

Em cada um dos casos a seguir, verifique se há ou não proporcionalidade direta entre as medidas das grandezas correspondentes. Justifique sua resposta.

a) A altura de uma pessoa é diretamente proporcional a sua idade?

b) O valor pago para abastecer o tanque de gasolina de um carro é diretamente proporcional a quantidade de litros abastecidos?

c) O perímetro de um quadrado e diretamente proporcional a medida de seu lado?

d) A distância percorrida por um automóvel em 1 hora de viagem é diretamente proporcional a velocidade média desenvolvida?

____

____

____

____

____

ATIVIDADE 4

Página 115 no Caderno do Aluno

Nas alternativas abaixo, identifique aquela que exemplifica uma situação de proporcionalidade entre grandezas.

(A) em 20 minutos, uma pessoa gastou R$ 20,00 no supermercado. Se ela ficar 40 minutos, gastará R$ 40,00.

(B) um professor corrige 20 provas em uma hora de trabalho. Após 8 horas ele terá corrigido 160 provas.

(C) em uma viagem, um carro mantendo velocidade média, percorre 60 km em uma hora. Dobrando a sua velocidade média ele percorre os 60 km em 30 minutos.

(D) uma pessoa leu 3 livros na semana passada. Em um mês, ela lerá 12 livros.

____

____

____

____

ATIVIDADE 5

Página 115 no Caderno do Aluno

Analise as situações a seguir e verifique se as grandezas envolvidas são direta ou inversamente proporcionais. Justifique.

a) Um pintor demora, em média, 2 horas para pintar uma parede de 10 m^2. Observe a relação entre o tempo gasto, o número de paredes pintadas e o número de pintores representados na tabela a seguir e complete as sentenças.

SITUAÇÕES	A	B	C	D
Número de pintores	1	1	2	2
Número de paredes de 10m²	1	2	1	2
Tempo gasto (horas)	2	4	1	2

- o tempo gasto é ______________________ ao número de pintores.
- o tempo gasto é ______________________ proporcional ao número de paredes.

Justificativa:

____

____

____

____

____

____

____

b) Um automóvel gasta 2 horas para percorrer 200 km, viajando com velocidade média de 100 km/h. Observe a relação entre a velocidade média, a distância percorrida e o tempo gasto na viagem representada na tabela a seguir e complete as sentenças.

SITUAÇÕES	A	B	C	D
Velocidade média (km/h)	100	100	50	50
Distância percorrida (km)	200	400	400	100
Tempo gasto (horas)	2	4	8	2

- a distância percorrida é ________________ a velocidade.
- o tempo gasto é ________________ a velocidade.

Justificativas:

ATIVIDADE 6

Página 116 no Caderno do Aluno

Verifique se houve variação proporcional nos seguintes casos.

a) Uma empresa resolveu dar um aumento de R$ 200,00 para os funcionários. O salário de João passou de R$ 400,00 para R$ 600,00, enquanto o salário de Antônio passou de R$ 1 000,00 para R$ 1 200,00. Houve proporcionalidade no aumento salarial dado aos dois funcionários?

Justificativa:

b) Uma empresa de informática resolveu dar um desconto de 25% no preço de toda a sua linha de produtos. O preço de um computador passou de R$ 1 000,00 para R$ 750,00, e o de uma impressora passou de R$ 400,00 para R$ 300,00. Houve proporcionalidade no desconto dado nos dois produtos? Justifique sua resposta.

Justificativa:

ATIVIDADE 7

Página 117 no Caderno do Aluno

Duas grandezas x e y são diretamente proporcionais. Quando x = 6, o valor correspondente de y é igual a 9.

O valor de y quando x = 10 será:

(A) 13.

(B) 15.

(C) 16.

(D) 19.

ATIVIDADE 8

As tabelas a seguir representam variações de duas grandezas:

Complete as tabelas, analisando o comportamento das grandezas, e classificando-as em diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou em não proporcionais.

a)

A	1	2	3	4	5	6
B	2	4	6	8		

b)

C	1	2	3	4	5	6
D	12	6	4		2,4	

c)

E	1	2	3	4	5	6
F	3	5	7	9		

d)

G	1	2	3	4	5	6
H	30	27	24	21		

Anotações:

ATIVIDADE 9

Página 118 no Caderno do Aluno

A tabela a seguir ilustra uma situação de proporcionalidade entre as grandezas "tempo" e "número de pessoas", necessárias à realização de uma tarefa.

Tempo (em dias)	2	4	6	b	12
Número de pessoas	6	a	2	4	c

Considerando que as pessoas mantenham o ritmo de trabalho, os valores de "a", "b" e "c" são respectivamente.

(A) 3, 3 e 1.

(B) 12, 12 e 4.

(C) 3, 12 e 4.

(D) 8, 8 e 8.

ATIVIDADE 10

Página 118 no Caderno do Aluno

Um clube dispõe de uma quantia fixa de dinheiro para comprar bolas de futebol para os treinamentos. Com o dinheiro disponível, é possível comprar, de um fornecedor, 24 bolas a R$ 6,00 cada. O gerente pesquisou os preços de outros fabricantes e anotou as informações na tabela a seguir. Complete-a obedecendo ao princípio de proporcionalidade e descubra qual foi o menor preço pesquisado pelo gerente.

Preço de uma bola	Número de bolas
R$ 6,00	24
R$ 12,00	
R$ 4,00	
	72
R$ 24,00	
	144
R$ 72,00	

TEMA 2. RAZÃO E PROPORÇÃO

ATIVIDADE 1

Página 119 no Caderno do Aluno

O que você entende por razão?

ATIVIDADE 2

Página 119 no Caderno do Aluno

Qual o significado de "razão" em Matemática?

ATIVIDADE 3

Página 120 no Caderno do Aluno

Calcular os resultados das razões a seguir e expresse-os em termos de porcentagem:

a) Razão 3 : 150

b) Razão 24 : 40

c) Razão 4 : 50

d) Razão 9 : 125

e) Razão 165 : 300

ATIVIDADE 4

Página 121 no Caderno do Aluno

O mapa a seguir foi feito na escala 1 : 30 000 000 (lê-se "um para trinta milhões").Essa notação representa a razão de proporcionalidade entre o desenho e o real, ou seja, cada unidade no desenho e, na realidade, 30 milhões de vezes maior. Utilizando uma régua e a escala fornecida, determine:

a) a distância real entre Brasília e Rio de Janeiro;

b) A distância real entre Florianópolis e Brasília.

VELOCIDADE

Em Física, a velocidade é a medida da rapidez com que um objeto altera a sua posição. Em nosso cotidiano, a palavra "velocidade" geralmente significa velocidade média, que é a razão entre um deslocamento e o intervalo de tempo gasto para efetuar esse deslocamento. Dessa forma, quando nos referimos à velocidade de um carro (80 km/h), ou de um corredor (4 m/s), estamos nos referindo à sua velocidade média.

O conceito de velocidade pode ser estendido para outras situações análogas. Por exemplo: a pulsação ou frequência de batimentos cardíacos exprime a rapidez com que o coração bate, ou seja, o número de batimentos por minuto. O normal em uma pessoa é ter uma pulsação entre 60 e 100 batimentos por minuto.

ATIVIDADE 5

Página 122 no Caderno do Aluno

Com base no texto apresentado, resolva as seguintes questões:

a) Qual foi a velocidade média de um automóvel que percorreu 530 km em 6 horas?

b) Qual é a pulsação (batimentos por minuto) de uma pessoa cujo coração bate 12 vezes a cada 10 segundos?

c) Qual é a velocidade de transmissão de dados na internet, em kbps (quilobytes por segundo), de um computador que leva 30 segundos para baixar um arquivo de 12 megabytes?

Dica: 1 megabyte = 1000 quilobytes

VAMOS REFLETIR

Densidade de um material é a quantidade de massa existente em cada unidade de seu volume. Ou seja, é a razão entre a massa e o volume de um corpo. A unidade mais usada para expressar a densidade de um material é o grama por centímetro cúbico (g/cm^3). Por exemplo, a densidade da água é de 1 grama por centímetro cúbico (g/cm^3). Já a densidade demográfica é a razão entre o número de habitantes que vivem em uma região e sua área.

ATIVIDADE 6

Página 123 no Caderno do Aluno

Com base na reflexão anterior, resolva as questões a seguir.

a) Sabendo que 300g de uma substância ocupam um volume de 450 cm^3, determine a densidade dessa substância.

b) A população estimada do Estado de São Paulo, em 1° de julho do ano de 2013, era de, aproximadamente, 42 304 694 habitantes. Sabendo que a área do Estado é de, aproximadamente, 248 209 km^2, calcule sua densidade demográfica.

ATIVIDADE 7

Página 123 no Caderno do Aluno

Resolva as questões a seguir.

a) O PIB (Produto Interno Bruto) brasileiro em 2012, medido em dólares, foi de aproximadamente US$ 2,253 trilhões para uma população estimada em 198,7 milhões de pessoas. Determine o PIB per capita brasileiro nesse ano.

b) O PIB da Índia em 2006 foi de US$ 903 bilhões para uma população estimada em 1 bilhão e 150 milhões de habitantes. Determine o PIB per capita da Índia em 2006.

ATIVIDADE 8

Página 124 no Caderno do Aluno

Na sala de aula no 7° ano B de uma escola estudam 40 alunos. A razão entre o número de meninas e meninos é de 6 para 4. Pode-se afirmar que estudam no 7° ano B:

(A) 36 meninas e 4 meninos.

(B) 24 meninas e 16 meninos.

(C) 34 meninas e 6 meninos.

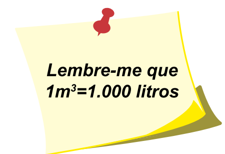
(D) 20 meninas e 20 meninos.

ATIVIDADE 9

Página 124 no Caderno do Aluno

A conta de serviço de água e esgoto apresentou os seguintes dados, referentes ao consumo de água em uma residência, no período de 30 dias.

Leitura anterior:	**5935 m^3**
Leitura atual:	**5995 m^3**



O consumo médio diário de água dessa residência foi

(A) 197,83 litros/dia.

(B) 199,83 litros/dia.

(C) 1800,00 litros/dia.

(D) 2000,00 litros/dia.

Probabilidade

A probabilidade é um tipo especial de razão, na qual se compara o número de possibilidades de ocorrência de um evento particular com o número total de possibilidades relacionadas a esse evento. Por exemplo, no lançamento de uma moeda, a probabilidade de obter a face "cara" é de uma em duas, ou seja, uma chance em duas, ou $\frac{1}{2}$, ou ainda, 50%. É a razão entre o número de possibilidades de obter "cara" (1) e o número total de possibilidades, cara ou coroa (2). No lançamento de um dado numerado de 1 a 6, a probabilidade de obter o número 5 é de uma em seis, ou $\frac{1}{6}$, ou 16,7%.

ATIVIDADE 1

Página 125 no Caderno do Aluno

Uma caixa contém 9 cubinhos coloridos, sendo 3 azuis e 6 verdes. Retirando-se um cubinho ao acaso, qual a probabilidade de ser azul? E de que seja verde?

ATIVIDADE 2

Página 125 no Caderno do Aluno

Em uma caixa de brinquedos, encontram-se 18 objetos de formatos e cores diferentes, conforme a tabela:

	Quadrado	Triângulo
Vermelho	5	4
Roxo	3	6

Retirando ao acaso um objeto da caixa, qual a probabilidade de que seja um triângulo vermelho?

ATIVIDADE 3

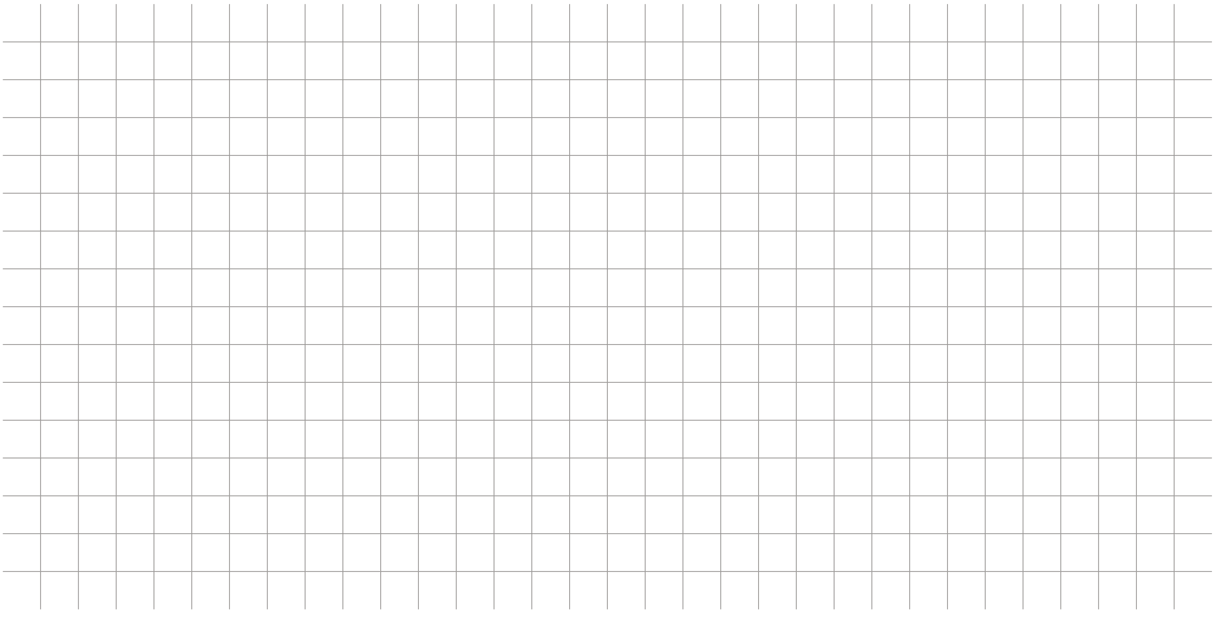
Página 126 no Caderno do Aluno

No lançamento de um dado numerado de 1 a 6, qual é a probabilidade de se obter um número par? E um número maior que 4?

TEMA 3. RAZÕES NA GEOMETRIA

ATIVIDADE 1[1] **Página 126 no Caderno do Aluno**

Na malha quadriculada a seguir, desenhe 3 quadrados, de lados iguais a 2, 3 e 6 unidades de medida (note que cada "quadradinho" representa uma unidade de medida). Em cada um deles, trace uma diagonal ligando dois vértices opostos. Meça com uma régua o comprimento das diagonais obtidas e registre os valores na tabela. Em seguida, calcule a razão entre as medidas da diagonal e do lado de cada quadrado.



[1] Esta atividade está inserida no Material de Apoio ao Currículo, Caderno do Professo, pg. 38 e 39, Situação de Aprendizagem 3 "Razões na Geometria"

Quadrado	Lado (ℓ) em cm	Diagonal (d) em cm.	Razão $\frac{d}{\ell}$
Q_1			
Q_2			
Q_2			

De acordo com a resolução da Atividade 1, responda às seguintes questões:

a) Duplicando a medida do lado, a medida da diagonal também duplica?

____

____

b) E triplicando a medida do lado, a medida da diagonal também triplica?

____

____

c) Há proporcionalidade entre a medida da diagonal e a medida do lado de um quadrado?

____

____

d) A razão obtida entre as medidas da diagonal e do lado desses quadrados se aproxima de qual dos números: $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$,$\sqrt{5}$?

Observação: você pode utilizar a calculadora para obter uma aproximação.

____

____

____

____

____

____

____

____

____

ATIVIDADE 2[2]

Página 128 no Caderno do Aluno

Tomando como base a Atividade 1, preencha a seguinte tabela e responda às questões:

Quadrado	Q_1	Q_2	Q_3
Lado l (cm)			
Perímetro P (cm)			
Área A (cm^2)			
Razão $\frac{d}{\ell}$			
Razão $\frac{d}{\ell}$			

a) Há proporcionalidade entre a medida do lado e o perímetro do quadrado?

b) E entre a medida do lado do quadrado e sua área?

c) O que acontece com a área do quadrado quando duplicamos seu lado?

[2] Esta atividade está inserida no Material de Apoio ao Currículo, Caderno do Professo, pg. 39 e 40, Situação de Aprendizagem 3 "Razões na Geometria"

ATIVIDADE 3[3]

Página 129 no Caderno do Aluno

Na malha quadriculada a seguir, desenhe três circunferências de raios iguais a 1, 2 e 3 unidades de medida, respectivamente, (note que cada "quadradinho" representa uma unidade de medida) e trace seus diâmetros. Com auxílio de uma fita métrica ou um barbante e uma régua, meça o comprimento C de cada circunferência e de seu diâmetro D. Registre os valores obtidos na tabela e calcule a razão entre C e D.

Circunferência	Comprimento C (u.m)	Diâmetro D (u.m)	Razão $\frac{C}{D}$

[3] Esta atividade está inserida no Material de Apoio ao Currículo, Caderno do Professo, pg. 43 e 44, Situação de Aprendizagem 3 "Razões na Geometria"

De acordo com a resolução da Atividade 3, responda às seguintes questões:

a) O que acontece quando duplicamos a medida do diâmetro da circunferência de 2 para 4 unidades de medida?

b) E quando triplicamos o diâmetro da circunferência de 2 para 6 unidades de medida.

c) Calcule a razão entre o comprimento e o diâmetro de cada circunferência.

d) Existe proporcionalidade entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro?

ATIVIDADE 4[4]

Página 130 no Caderno do Aluno

Se a razão entre o comprimento da circunferência (C) e seu diâmetro (D) é constante e vale, aproximadamente, 3,1, isso significa que podemos calcular C multiplicando D por esse valor. Ou seja, $C = 3{,}1 \cdot D$. Da mesma forma, conhecendo o comprimento C de uma circunferência, podemos obter seu diâmetro dividindo C por 3,1. Com base nessas ideias, resolva os seguintes problemas.

a) Uma pista de corrida foi construída da forma de um círculo. Sabendo-se que o diâmetro dessa pista mede 2 km, calcule o comprimento da pista inteira.

[4] Esta atividade está inserida no Material de Apoio ao Currículo, Caderno do Professo, pg. 45, Situação de Aprendizagem 3 "Razões na Geometria"

b) Para fazer uma circunferência, Marcos usou o compasso com abertura de 5 cm (raio). Quanto mede o comprimento dessa circunferência?

c) Usando um barbante, mediu-se o comprimento da circunferência de uma lata cilíndrica. O resultado dessa medida foi 62 cm. Qual é o diâmetro dessa lata?

d) O aro de uma bicicleta mede aproximadamente 40 cm. A espessura do pneu é de aproximadamente 3 cm. Qual é o comprimento da roda dessa bicicleta? Qual é a distância que essa bicicleta deve percorrer em 10 pedaladas?

e) O diâmetro de uma circunferência mede 10 cm. Qual é o comprimento aproximado dessa circunferência.

ATIVIDADE 5 Página 132 no Caderno do Aluno

1 – Experimento

Para o trabalho que será realizado serão necessários, objetos circulares (tampinhas, potes, CD, pulseira de plástico, tampa de lata, entre outros), régua, barbante, fita métrica, papel quadriculado e compasso.

1ª Etapa: Fazer as medições do comprimento das diferentes circunferências (comprimento e diâmetro), preenchendo a tabela abaixo indicando na última coluna sua razão.

Objeto	Medida do Comprimento (cm)	Medida do Diâmetro (cm)	Razão = $\frac{\text{Comprimento}}{\text{Diâmetro}}$
Média dos resultados			

2ª Etapa: Vamos refletir:

a) Houve variação da medida do comprimento e dos diâmetros dos objetos analisados?

____

____

b) O que acontece com o valor da razão desses objetos?

____

____

____

c) Para uma circunferência perfeita, o valor da razão entre seu comprimento e seu diâmetro se aproxima de um valor constante, que vale aproximadamente 3,14. A essa razão foi dado o nome de pi, representado pela letra do alfabeto grego π. O valor da média que você calculou ficou acima, igual ou abaixo do valor de π? Se não foi igual, a que você atribuiria essa diferença?

____

____

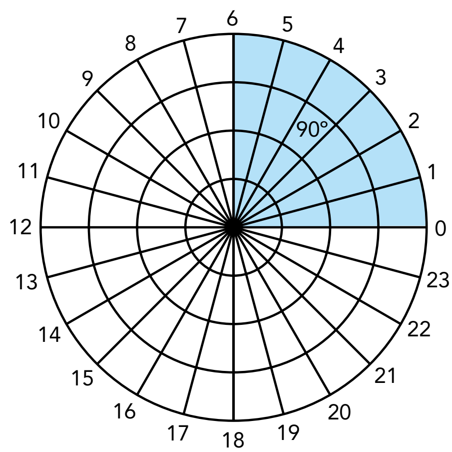
____

____

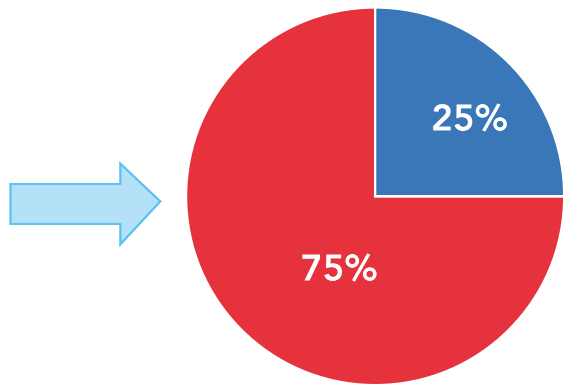
TEMA 4. GRÁFICOS DE SETORES E PROPORCIONALIDADE.

ATIVIDADE 1 Página 133 no Caderno do Aluno

A figura a seguir apresenta uma circunferência dividida em 24 arcos de 1 cm cada, e um gráfico de setores.



Circunferência

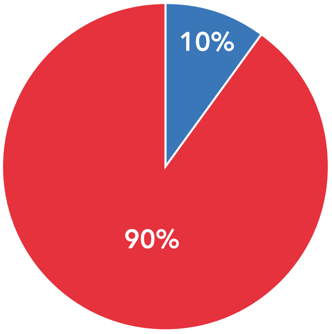


Gráfico

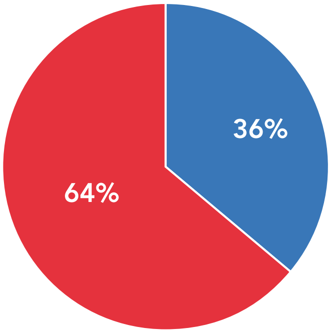
Na circunferência está destacado um ângulo central de 90° equivalente a 25% mencionada no gráfico, que é proporcional à razão entre os ângulos de 90° e 360°.

Considerando o mesmo raciocínio, o gráfico que representa a porcentagem equivalente à razão entre o ângulo de 36° e 360° é

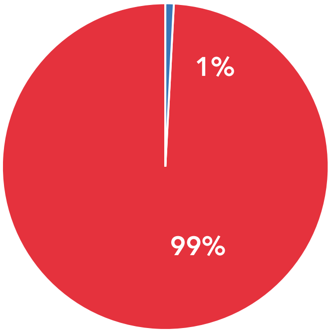
(A)



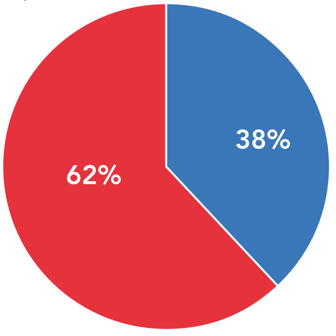
(B)



(C)



(D)

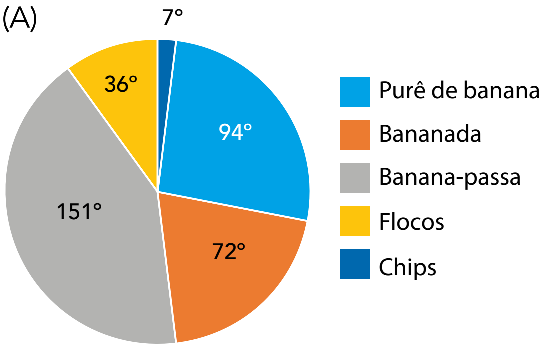


ATIVIDADE 2 **Página 135 no Caderno do Aluno**

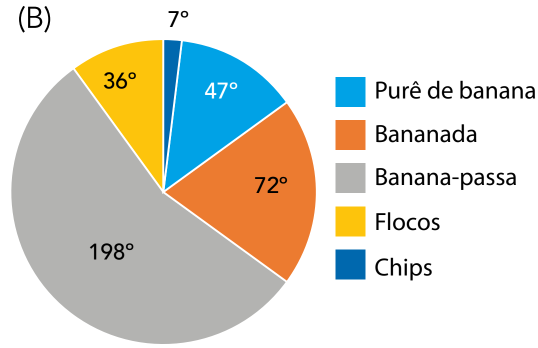
A banana é a segunda fruta mais cultivada no Brasil. Segundo o Sebrae Nacional de 06/01/2016, a distribuição dos produtos na industrialização da banana possibilita a obtenção de diferentes produtos, tais como: purê , bananada, banana-passa, flocos, chips e outros.

Qual é o gráfico que representa o setor, em graus, da industrialização da banana-passa, sabendo que ela corresponde aproximadamente a 13% da industrialização?

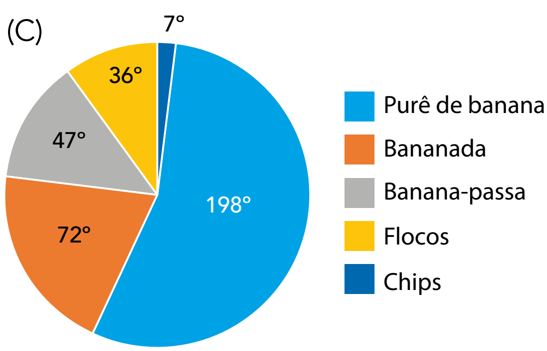
(A)



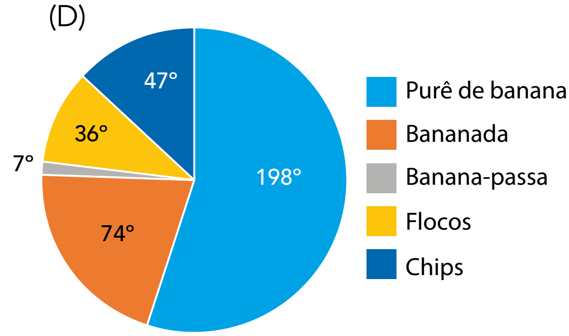
(B)



(C)

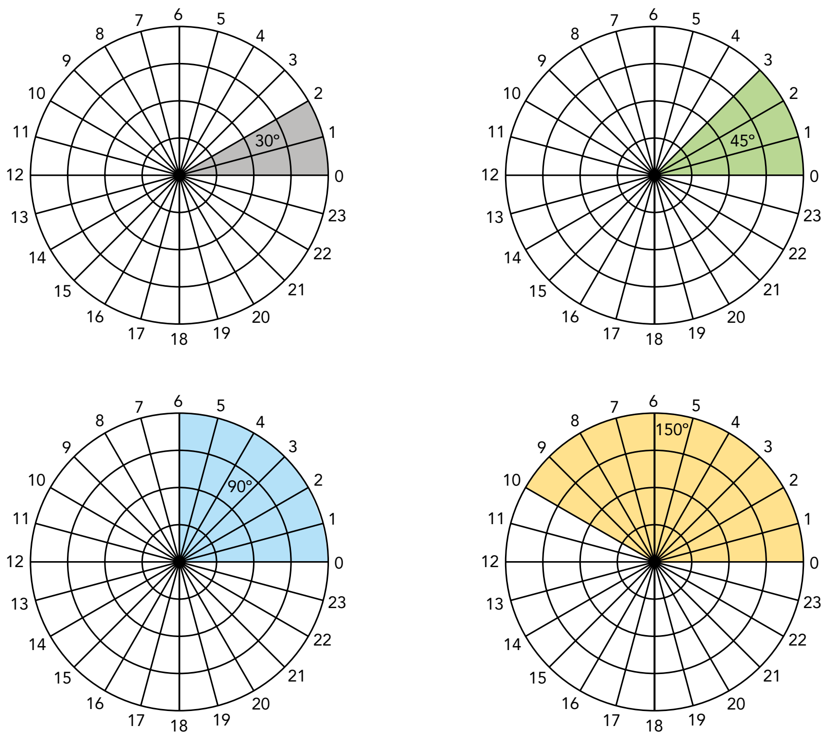


(D)



ATIVIDADE 3[5] Página 136 no Caderno do Aluno

As circunferências a seguir foram divididas em 24 arcos de 1 cm cada. Em cada uma delas, foi marcado um determinado ângulo central: 30°,45°,90°,150°.



a) Registre na tabela a medida dos ângulos centrais e as medidas dos arcos correspondentes.

Ângulo central	Medida dos arcos (cm)

b) Há proporcionalidade direta entre a medida dos arcos e os ângulos correspondentes?

____

____

____

____

____

[5] Esta atividade está inserida no Material de Apoio ao Currículo, Caderno do Professo, pg. 51, Situação de Aprendizagem 4 "Gráficos de setores e proporcionalidade"

c) Qual deve ser a medida do arco correspondente ao ângulo de 55°?

d) Calcule o ângulo central que corresponde ao arco de comprimento 7,5 cm.

ATIVIDADE 4[6]

Página 137 no Caderno do Aluno

Uma pesquisa foi feita com 420 pessoas para saber qual esporte elas mais praticavam. Os resultados encontram-se na tabela a seguir:

a) Preencha a tabela com os valores correspondentes ao total de entrevistados.

Esporte praticado	Número de pessoas	% em relação ao total
Futebol	210	
Vôlei		25
Basquete	63	
Corrida		10
Total	**420**	**100**

[6] Esta atividade está inserida no Material de Apoio ao Currículo, Caderno do Professo, pg. 54, Situação de Aprendizagem 4 "Gráficos de setores e proporcionalidade"

b) Qual dos gráficos de setores a seguir representa melhor os dados da tabela? Justifique sua resposta.

Gráfico 1

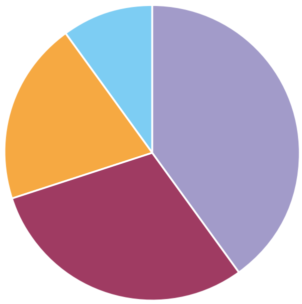


Gráfico 2

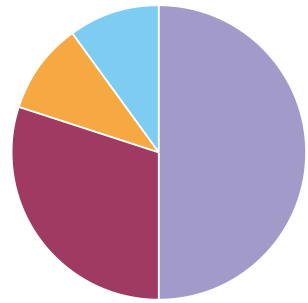


Gráfico 3

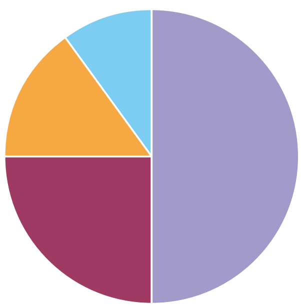
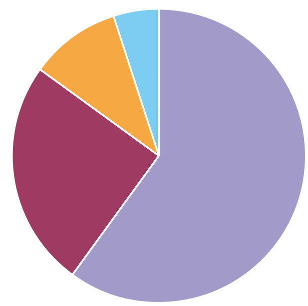


Gráfico 4



c) Que cor corresponde a cada um dos esportes?

____

____

____

____

____

____

ATIVIDADE 5[7]

Página 139 no Caderno do Aluno

O resultado de uma pesquisa feita com 80 pessoas sobre a preferência de um local de viagem gerou o seguinte gráfico:

a) Usando um transferidor, meça os ângulos centrais de cada setor circular representado no gráfico e anote-os na tabela.

b) Calcule as porcentagens que representam a razão entre cada ângulo e 360°. Anote-as na tabela.

c) Calcule o número de pessoas que escolheram cada tipo de viagem. Anote-o na tabela.

Local	Ângulo central	%	Número de pessoas
Praia			
Montanha			
Cidades históricas			
Outros			
Total		**100**	**80**

[7] Esta atividade está inserida no Material de Apoio ao Currículo, Caderno do Professo, pg. 54, Situação de Aprendizagem 4 "Gráficos de setores e proporcionalidade"

ATIVIDADE 6[8]

Página 140 no Caderno do Aluno

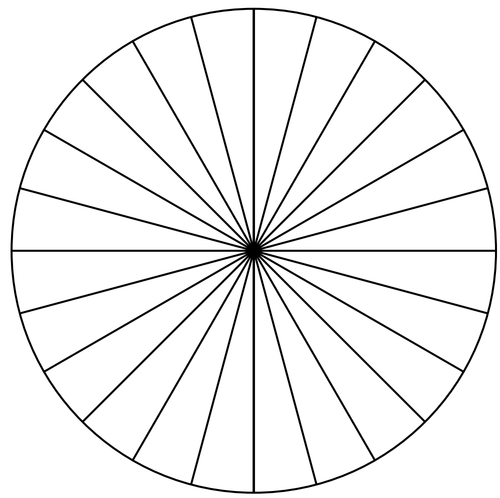
Para saber qual era o programa cultural mais apreciado pelos habitantes de uma cidade, foi feita uma pesquisa cujos resultados (em porcentagem) estão representados na tabela a seguir:

Programa preferido	%	Ângulo central
Cinema	37,5	
Música	25,0	
Teatro	16,7	
Dança	12,5	
Outros	8,3	
Total	**100**	
Observação: valores aproximados		

a) Usando proporcionalidade, determine os ângulos correspondentes às porcentagens expressas na tabela.

b) Usando a circunferência a seguir, que foi dividida em 24 setores de cada um, represente os resultados da pesquisa por meio de um gráfico de setores.

Dica: faça as aproximações dos ângulos centrais para valores inteiros.



Anotações:

[8] Esta atividade está inserida no Material de Apoio ao Currículo, Caderno do Professo, pg. 55, Situação de Aprendizagem 4 "Gráficos de setores e proporcionalidade"

ATIVIDADE 7[9]

Página 141 no Caderno do Aluno

Uma agência de viagem fez uma pesquisa sobre a nacionalidade das pessoas que viajaram pela América Latina. A tabela a seguir mostra as porcentagens de turistas classificados por nacionalidade.

a) Usando proporcionalidade, determine os ângulos correspondentes às porcentagens expressas na tabela.

Nacionalidade	%	Ângulo central
Brasileiros		
Argentinos		
Chilenos		
Outros		
Total	**100**	

b) Usando compasso e transferidor, represente as porcentagens da tabela em um gráfico de setores.

[9] Esta atividade está inserida no Material de Apoio ao Currículo, Caderno do Professo, pg. 5, Situação de Aprendizagem 4 "Gráficos de setores e proporcionalidade"

REVISANDO!!

ATIVIDADE 1[10]

Página 142 no Caderno do Aluno

Para cada situação, preencha a tabela e calcule a razão entre as grandezas envolvidas. Em seguida, verifique se há proporcionalidade entre elas.

a) Se 5 bolas de futebol custam R$ 100,00, então 7 bolas custarão R$ 140,00.

Quantidade de bolas	Valor pago em reais	Razão (preço por bola)

Resposta: ______________________________

____

b) Um automóvel percorreu 120 km em 1 hora e meia. Em duas horas, ele terá percorrido 160 km.

Distância percorrida em km	Tempo em horas	Razão (velocidade)

Resposta: ______________________________

____

c) Um supermercado vende 4 rolos de papel higiênico por R$ 3,00 e 12 rolos por R$ 8,00.

Quantidade de rolos	Valor pago em reais	Razão (preço por rolo)

Resposta: ______________________________

____

d) Em uma receita de milk-shake, recomenda-se colocar 3 bolas de sorvete de chocolate para 2 xícaras e meia de leite (1 xícara equivale a 250 ml). Para 1 litro de leite, devemos colocar 7 bolas de sorvete.

Bolas de sorvete	Número de xícaras de leite	Razão (bolas por xícara)

[10] Esta atividade está inserida no Material de Apoio ao Currículo, Caderno do Professo, pg. 55, Situação de Aprendizagem 2 "Razão e Proporção"

Para saber mais

OBJETOS DIGITAIS DE APRENDIZAGEM

Proporcionalidade direta e inversa

http://www.hypatiamat.com/propdireta/pdireta.php,
acesso em 27/03/2019

http://www.hypatiamat.com/propinversa/propinversa.html,
acesso em 27/03/2019

VÍDEOS

Matemática na vida, disponível em:

http://www.dominiopublico.gov.br/download/video/me001055.mp4,
acesso em 27/03/2019

Donald no país da matemágica.

https://www.youtube.com/watch?v=wbftu093Yqk&t=3s

A história de Mussaraf.

https://www.youtube.com/watch?v=EANe0OJlw8c,
acesso em 27/03/2019

MATEMÁTICA

8º Ano – Ensino Fundamental

1. Organização das Grades Curriculares

Apresentamos, a seguir, uma grade curricular para a transição do material de apoio do Currículo do Estado de São Paulo, contendo os temas, a descrição das habilidades do Currículo Oficial de Matemática, vigente e sua respectiva relação com o Currículo Paulista, além de algumas orientações pedagógicas, para os quatro anos finais do Ensino Fundamental.

A lista dos conteúdos curriculares e habilidades, em Matemática, não é rígida e inflexível. O que se pretende é a articulação entre os temas (álgebra, geometria, grandezas e medidas, números e probabilidade e estatística), tendo em vista os princípios que fundamentam o Currículo Oficial: a busca de uma formação voltada para as competências pessoais, a abordagem dos conteúdos que valorize a cultura e o mundo do trabalho, a caracterização da escola como uma organização viva, que busca o ensino, mas que também aprende com as circunstâncias.

Enfim, ao fixar os conteúdos disciplinares/objetos de conhecimento, é preciso ter em mente que a expectativa de todo o ensino é que a aprendizagem efetivamente ocorra. As disciplinas curriculares não são um fim em si mesmas, o que se espera dos conteúdos é que eles realmente possam ser mobilizados, tendo em vista o desenvolvimento de competências pessoais, tais como a capacidade de expressão, de compreensão, de argumentação etc.

Desta forma, os quadros apresentados destacam as habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes em cada unidade. Tais habilidades traduzem, de modo operacional, as ações que os alunos devem ser capazes de realizar, ao final de um determinado estágio de aprendizagem, após serem apresentados aos conteúdos curriculares listados.

1.1. Grade curricular do 8° ano do Ensino Fundamental – 3° Bimestre

ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS - CURRÍCULO DE MATEMÁTICA - 8° ANO (3° BIMESTRE)			
Currículo Oficial – SEE-SP		**Currículo Paulista**	
Tema / Conteúdo	**Habilidades**	**Tema/objeto de conhecimento**	**Habilidades**
• Números / Relações • Variação de grandezas direta ou inversamente proporcionais.	• Compreender situação-problema que envolvem proporcionalidade, sabendo representa-las por meio de equações ou inequações.	• Álgebra • Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.	**(EF08MA12)** Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. **(EF08MA13)** Resolver e elaborar situações-problema que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

1.1.1 Variação entre duas grandezas e suas representações algébricas

A introdução ao estudo das variações de grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, no Currículo Oficial é feita no 7º ano, nas Situações de Aprendizagens 1, 2, 3 e 4, Vol. 2. No 8º ano, na Situação de Aprendizagem 1, Vol. 2, alguns exemplos de problemas que envolvem proporcionalidade são sugeridos para que sejam representados por equações adequadas. No 9º ano, o desenvolvimento de novas habilidades deste assunto, com aprofundamento, trata especificamente da existência da constante de proporcionalidade, e não se restringindo à mera aplicação da chamada "regra de três".

Neste sentido, o foco dos estudos neste tópico, refere-se à apresentação de noções básicas sobre função, ou seja, pretende-se propor situações cuja finalidade é o desenvolvimento de ideias relativas às funções, envolvendo raciocínio proporcional.

Para resolver os problemas propostos, os alunos deverão identificar a natureza da variação entre duas grandezas, reconhecendo que duas grandezas, reconhecendo que duas grandezas x e y, são diretamente proporcionais, quando a razão entre seus valores correspondentes é constante: $\frac{x}{y}$ = constante = **k**, então temos que . A resolução de situações-problema referentes a este assunto, deve-se, primeiramente, a existência ou não de proporcionalidade, traduzindo-a por meio de uma relação algébrica – relação funcional – quando existir. Na caracterização dessa interdependência entre as duas grandezas, devemos identificar a que pode variar livremente, que será a **variável independente**, daquela que tem seu valor determinado pelo valor da outra, que será a variável dependente. Dessa forma, sendo x a **variável independente**, se a cada valor de x corresponder um único valor da variável dependente y, diremos então que y varia em função de x.

Existem situações nas quais duas grandezas x e y, variam de tal modo que a proporcionalidade direta ocorre não entre y e x, mas entre quanto y varia a partir de certo valor h e x. Nesses casos, temos , ou seja, $y = kx + h$ (k e h constantes), ou seja, $y – h$ é diretamente proporcional a x, uma vez que podemos escrever $\frac{y - h}{x} = k$

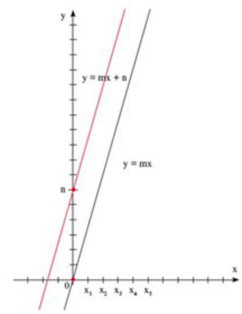
Esta concepção permite explorar a variação linear entre duas grandezas proporcionais.

A representação geométrica da proporcionalidade direta, isto é, de expressões na forma algébrica do tipo $y = kx$, constitui uma classe de retas que passam pela origem do sistema cartesiano (função afim). Quando a variação entre as grandezas é dada da forma $y = kx + n$, a proporcionalidade agora será entre os valores de $y – n$ e x. Nesse último caso, o gráfico também será uma reta, de mesma declividade k.

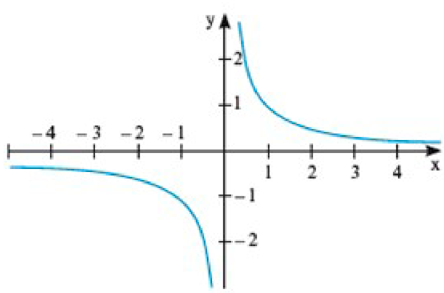
Sendo n 0, o valor de n será aquele a partir do qual a variação em y é diretamente proporcional a x.

Neste sentido, as atividades que tratam de representações gráficas de grandezas cuja variação é diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não proporcional, tem como finalidade discutir:

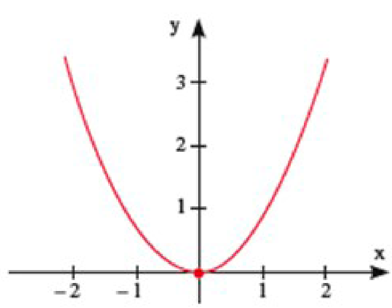
- os pontos do gráfico cartesiano que representam a variação de duas grandezas diretamente proporcionais (y = mx), pertencendo a uma reta que passa pelo ponto (0,0). Quando a função estiver expressa na forma y = mx + n, com n0, a proporcionalidade se dará entre y – n e x;



- os pontos do gráfico cartesiano que representam a variação de duas grandezas, inversamente proporcionais (x · y = k) pertencem a uma curva denominada hipérbole;



- os pontos do gráfico cartesiano que representam uma proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado da outra, pertencem a curva denominada parábola.



ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS - CURRÍCULO DE MATEMÁTICA - 8° ANO (3° BIMESTRE)			
Currículo Oficial – SEE-SP		**Currículo Paulista**	
Tema / Conteúdo	**Habilidades**	**Tema/objeto de conhecimento**	**Habilidades**
• Números/Relações • Equações de 1° grau.	• Saber expressar de modo significativo a solução de equações e inequações de 1° grau.	• Álgebra • Valor numérico de expressões algébricas.	**(EF08MA06)** Resolver e elaborar situações-problema que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

1.1.2 Expressões algébricas

A proposta do primeiro currículo é garantir o significado para o cálculo do valor numérico e a revisão das operações numéricas, por isso desenvolve-se essa habilidade usando algumas fórmulas como expressões algébricas, ainda no 7° ano, na Situação de Aprendizagem 6: Equações e Fórmulas, Vol.2, pg. 68 a 79. No 8° ano, após o estudo de produtos notáveis, na Situação de Aprendizagem 6: Produtos Notáveis: Significados Geométricos, Vol. 1, pg. 52 a 67, propõe-se a fatoração algébrica apoiada em valores numéricos de uma expressão algébrica. Veja na Situação de Aprendizagem 7: Álgebra: Fatoração e Equações, Vol. 1, pg. 67 a 75.

No currículo paulista, por sua vez, as expectativas são: revisão das operações numéricas e suas propriedades, a transposição da linguagem corrente para a linguagem matemática e a aplicação dos casos de fatoração na simplificação de expressões algébricas como facilitador na resolução.

Logo, para garantir a compreensão da transposição da linguagem corrente para a matemática, iniciada no 7° ano, é indispensável que, no 8° ano, na sequência deste estudo, o professor avalie, logo na retomada deste assunto, em que estágio encontra-se o conhecimento dos alunos, no que diz respeito à transposição de problemas da língua materna para a Álgebra (e vice-versa) e ao tipo de equação que o aluno consegue resolver por um método que não seja apenas o de **tentativa e erro**. Feita essa avaliação, a sequência de trabalho será a ampliação do repertório de situações de transposição entre linguagens, e a ampliação de estratégias de resolução de equações mais complexas (ainda com o foco voltado às equações de 1° grau). Veja na Situação de Aprendizagem 1: Expandindo a linguagem das equações, Vol. 2, pg. 11 a 24.

A apresentação da linguagem algébrica para os alunos, representa de fato uma ruptura no modo de pensar e agir em Matemática. Podemos supor que até mesmo os estudantes que executam as técnicas algébricas com êxito, podem não compreender as técnicas que utilizam, e pouco conseguem concluir a partir de ou se comunicar por meio das expressões, digamos, simbólicas. Por exemplo, ao ser solicitado a explicar quando somamos três números naturais consecutivos, tal soma será sempre um múltiplo de 3, podemos constatar, que em poucos casos, os alunos, tomam a iniciativa de representar algebricamente esses números, e em muitos casos, utilizam-se apenas da validação com valores numéricos. O ideal, nesse momento, seria a construção de uma expressão algébrica, que valesse para todos os valores de um determinado conjunto numérico. Tomando-se o exemplo citado, podemos chegar a seguinte expressão algébrica.

"Quando somamos três números naturais consecutivos, tal soma será sempre um múltiplo de 3"

Considerando **n** um número natural, então temos:
$n + (n + 1) + (n + 2) = 3 \cdot (n+1)$

Atribuindo alguns valores numéricos para n na expressão algébrica temos que:
Para $n = 1 \Rightarrow 1 + (1 + 1) + (1 + 2) =$
$= 3 \cdot (1 + 1) = 1 + 2 + 3 = 3 \cdot 2 = 6$
Para $n = 2 \Rightarrow 2 + (2 + 1) + (2 + 2) =$
$= 2 \cdot (2 + 1) = 2 + 3 + 4 = 3 .3 = 9$
Para $n = 3 \Rightarrow 3 + (3 + 1) + (3 + 2) =$
$= 3 \cdot (3 + 1) = 3 + 4 + 5 = 3 \cdot 4 = 12$

Desta forma, julgamos necessário que para a compreensão da real utilização das expressões simbólicas, neste caso algébricas, faz-se importante a análise e interpretação dos problemas e suas soluções, na qual se utilizam diversos tipos de símbolos.

O aluno deve reconhecer nesse estudo que as equações constituem uma ferramenta fundamental para a resolução de problemas cujo encaminhamento por meio de recursos aritméticos seria muito complicado. Nesse sentido, o professor deve incentivar o aluno a buscar, inicialmente, soluções para os problemas por meio da Aritmética e que, constatada a dificuldade, saibam utilizar de maneira apropriada o recurso algébrico.

Considerações sobre a avaliação

Entre os objetivos da exploração de situações-problema envolvendo fórmulas, destacamos os seguintes: interpretar uma fórmula; saber substituir as letras de uma fórmula pelos valores numéricos correspondentes; representar relações matemáticas simples por meio de letras; resolver equações usando o raciocínio aritmético básico.

Ao final desta etapa de aprendizagem, a expectativa é de que o aluno consiga resolver problemas que possam ser traduzidos por qualquer tipo de equação de 1º grau, inclusive as que envolvem frações. Espera-se que os alunos sejam capazes de resolvê-las seja por meio do raciocínio aritmético, envolvendo operações inversas, seja por meio de procedimentos de equivalência.

Uma vez que o aluno estará aprofundando seus conhecimentos sobre equações, é tarefa importante do professor prepará-los para uma boa leitura e para a transposição de linguagens (do texto para a álgebra, e vice-versa). Veja as considerações sobre a avaliação da Situação de Aprendizagem 2, Vol. 2, 8º ano, pg. 43.

Orientação para a recuperação

Novamente, ressaltamos aqui que o objetivo principal no trato com a determinação do valor numérico de uma equação, não é o de enaltecer o aspecto técnico operatório das equações, mas sim, a utilização do princípio de equivalência na resolução de equações.

É importante destacar que a diversificação dos instrumentos avaliativos contribuirá com a compreensão dos diferentes registros que os alunos apresentam, o que permite ao professor ter a noção exata da distância existente entre a aprendizagem realizada e a aprendizagem esperada.

ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS - CURRÍCULO DE MATEMÁTICA - 8° ANO (3° BIMESTRE)			
Currículo Oficial – SEE-SP		**Currículo Paulista**	
Tema / Conteúdo	**Habilidades**	**Tema/objeto de conhecimento**	**Habilidades**
• Números / Relações • Equação linear de 1° grau – Representação gráfica.	• Saber explorar problemas simples de matemática discreta, buscando soluções inteiras de equações lineares com duas incógnitas. • Compreender e usar o plano cartesiano para a representação de pares ordenados, bem como para a representação das soluções de um sistema de equações lineares.	• Álgebra • Associação de uma equação linear de 1° grau a uma reta no plano cartesiano.	**(EF08MA07)** Associar uma equação linear de 1° grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.

1.1.3 Equação linear de 1° grau e representação no plano cartesiano

A representação gráfica de uma equação linear com duas incógnitas é um recurso valioso na discussão e na análise das possíveis resoluções de um sistema. Além disso, ele prepara o aluno para o trabalho posterior com funções que se iniciará no 9° ano e se estenderá no Ensino Médio.

O conteúdo acima, poderá ser encontrado, no Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo, Caderno do Professor, Situação de Aprendizagem 3: Sistemas de Equações Lineares, Vol. 2, 8° ano, pg. 45 a 61; Situação de Aprendizagem 4: Equações com soluções inteiras, Vol. 2, 8° ano, pg. 61 a 70.

Considerações sobre a avaliação

Ao final desta etapa, espera-se que os alunos sejam capazes de resolver problemas envolvendo mais de uma incógnita e saibam representar a solução destes no plano cartesiano.

Orientação para a recuperação

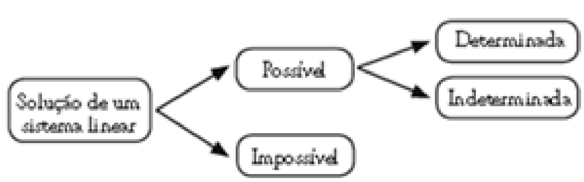
Caso os objetivos mínimos para o tema referido, não sejam alcançados, o professor deve procurar, neste caso, atividades que oportunizem a representação das equações (com duas incógnitas) no plano cartesiano. Uma equação do tipo $ax + by = c$ terá sempre como representação uma reta e, construindo o gráfico no papel milimetrado (ou quadriculado), pode-se definir as soluções inteiras como pontos da malha de coordenadas inteiras por onde passa a reta.

ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS - CURRÍCULO DE MATEMÁTICA - 8° ANO (3° BIMESTRE)			
Currículo Oficial – SEE-SP		**Currículo Paulista**	
Tema / Conteúdo	**Habilidades**	**Tema/objeto de conhecimento**	**Habilidades**
• Números / Relações • Sistemas de equações e resolução de problemas.	• Saber resolver sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas pelos métodos da adição, e da subtração sabendo escolher de forma criteriosa o caminho mais adequado em cada situação.	• Álgebra • Associação de uma equação linear de 1° grau a uma reta no plano cartesiano.	**(EF08MA08)** Resolver e elaborar situações-problema que possam ser representados por sistemas de equações de 1° grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.

1.1.3 Sistemas de equações lineares de 1° grau e representação no plano cartesiano

Cabe ressaltar que, inicialmente deve-se discutir o significado das equações com duas incógnitas e, posteriormente os métodos de resolução de sistemas por meio da análise de situações-problema. Deve-se evitar a simples memorização ou automatização dos procedimentos, pois isso acaba por gerar um aprendizado precário da Álgebra, potencializando erros e dificuldades posteriores. O aprofundamento de tais conteúdos pode ser visto na Situação de Aprendizagem 3: Sistemas de Equações Lineares, Vol. 2, 8° ano, pg. 45 a 61.

Assim, que os alunos se apropriarem dos procedimentos de resolução de um sistema linear, podemos problematizar a questão das possíveis soluções de um sistema. Sendo que até este estágio, as soluções eram compostas por valores determinados. Contudo, uma particularidade dos sistemas lineares de duas equações é que eles podem gerar outros tipos de resultados. Podemos obter uma solução possível, mas indeterminada, ou uma solução impossível, como mostra o esquema a seguir:



Considerações sobre a avaliação

Aqui a expectativa é de que os alunos sejam capazes de resolver problemas envolvendo mais de uma incógnita, saibam representar esses problemas na forma de um sistema, bem como consigam achar uma solução usando o método mais conveniente.

Além disso, eles devem analisar e compreender as possíveis soluções de um sistema linear: determinada, indeterminada e impossível. Eles também devem saber representar uma equação linear com duas variáveis no plano cartesiano, além de interpretar graficamente a solução de um sistema.

Orientação para a recuperação

Caso existirem dificuldades de aprendizagem relativas a este tópico, seria importante que o professor avaliasse se a causa está relacionada aos procedimentos de resolução ou problema na interpretação da atividade. No primeiro caso, a recuperação deve contemplar os procedimentos de resolução de equação de 1º grau: o significado da operação inversa, a ideia de equivalência, a linguagem algébrica etc.

TEMA 1. PROPORCIONALIDADE E EQUAÇÕES DE 1° GRAU

ATIVIDADE 1 Página 113 no Caderno do Aluno

Escreva uma sentença matemática que represente a seguinte frase:
"há seis vezes mais alunos que professores nesta escola".

ATIVIDADE 2 Página 113 no Caderno do Aluno

A tabela abaixo demonstra, em reais, as quantias que Carlos e Rodrigo depositaram mensalmente no banco. Observe que eles seguiram um padrão. Complete a tabela e escreva a equação que relaciona x e y.

	Março	Abril	Maio	Junho	Julho	Agosto
Carlos (x)	50	60		80		100
Rodrigo (y)	150	180	210			

ATIVIDADE 3

Página 114 no Caderno do Aluno

Escreva a equação que representa cada situação abaixo, utilizando as incógnitas **x** e **y**:

a) João tem o dobro da idade de Maria.

b) Davi percorreu de moto a metade do que Gustavo percorreu de carro.

ATIVIDADE 4

Página 114 no Caderno do Aluno

Escreva uma sentença matemática que representa a seguinte frase:

a) "se **x** operários constroem um muro em **y** horas, quantas horas serão necessárias para que o triplo do número de operários construa o mesmo muro?"

b) cada ganhador de uma loteria recebeu uma quantia em reais. Qual seria o prêmio individual para o quádruplo de ganhadores? (Escolha uma letra para representar o número de ganhadores e outra letra para representar a quantia em reais).

c) João tem o triplo da idade de Maria, que por sua vez, tem a metade da idade de Ana.

d) o galinheiro de Cláudio tem 20 galinhas a mais do que o de Paula.

ATIVIDADE 5

Página 115 no Caderno do Aluno

Escreva uma situação real que poderia ser descrita pelas expressões:, onde X e H são as incógnitas.

a) $Y = \dfrac{X}{H}$, onde X e H são as incógnitas.

b) $2 \cdot X + 3 \cdot Y = 50$

c) $X = \dfrac{2 \cdot Y}{3} + 4$

ATIVIDADE 6

Página 116 no Caderno do Aluno

Escreva a inequação que representa cada uma das seguintes situações:

a) Fred e Rose foram à lanchonete. Fred gastou um valor maior que o dobro do que a Rose gastou.

b) em uma caixa de madeira, que transporta legumes, observou-se que esta comporta um número de tomates menor do que a metade que comportaria uma caixa de papelão.

c) para ganhar um campeonato de futebol o time A precisaria de um número de pontos maior ou igual ao triplo de pontos do time B.

d) escreva por extenso uma situação-problema que forneça a mesma informação que a expressão: $V \leq 2S$, onde V e S são as incógnitas.

TEMA 2. EQUAÇÕES LINEARES COM DUAS INCÓGNITAS

ATIVIDADE 1 Página 117 no Caderno do Aluno

Para agrupar 13 ônibus em filas de 3 ou 5 em uma garagem, quantas filas de cada tipo serão formadas?

ATIVIDADE 2 Página 117 no Caderno do Aluno

Verifique se é possível organizar bancos de 4 e 3 lugares para que exatamente 50 pessoas possam se sentar. Siga as orientações do fluxograma abaixo para estudar algumas possibilidades:

Início

↓

Utilizar uma tabela com 3 colunas e 5 linhas ou mais, para organizar os dados.

↓

Anotar na primeira coluna os valores atribuídos ao número de bancos com 4 lugares e denomine-os de x.

↓

Anotar na segunda coluna os valores atribuídos ao número de bancos com 3 lugares e denomine-os de y.

↓

Escrever uma equação que represente a situação do problema, utilizando x e y. Substituir os valores arbitrários atribuídos à x e y das colunas anteriores, nesta equação, e anotar os resultados obtidos na terceira coluna.

↓

Continuar atribuindo valores arbitrários para x e y até encontrar os valores que tornam a equação verdadeira.

↓

Fim

ATIVIDADE 3

Página 118 no Caderno do Aluno

Resolva as seguintes situações-problema, buscando soluções inteiras.

a) Quantos carros e motos devemos juntar para obter 36 rodas?

b) De quantos modos podemos comprar adesivos de R$ 5,00 e R$ 3,00 de modo a gastar ao todo R$ 80,00?

ATIVIDADE 4

Página 118 no Caderno do Aluno

Numa lanchonete o "x-tudo" custa 9 reais, mas o comprador só tem notas de 2 reais e a lanchonete só de 5 reais. Nessas condições, será possível pagar a importância da compra de um "x-tudo"?

ATIVIDADE 5

Página 119 no Caderno do Aluno

"Determine dois números tais que, cada um somado com o quadrado do outro, forneça um quadrado perfeito." Como Diofanto tentava sempre escrever os problemas usando apenas uma incógnita, em vez de chamar os números de x e y, chamou-os de x e 2x + 1 e escolhe um quadrado perfeito particular $(2x – 2)^2$.

a) Experimente resolver o problema seguindo a sugestão de Diofanto e descubra os números procurados.

b) Resolva, também, um desafio semelhante chamando os números de x e 2x + 1, mas utilizando o quadrado perfeito particular $(2x - 3)^2$. Que conclusão podemos tirar?

Conclusão:

TEMA 3. SOLUÇÕES DE EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES DO 1° GRAU

ATIVIDADE 1

Página 120 no Caderno do Aluno

A professora propôs aos seus alunos que resolvessem o problema abaixo e relembrou que o valor encontrado ao final da resolução de uma equação é chamado de RAIZ DA EQUAÇÃO:

Pedro disse à sua mãe que gostaria de ter 21 anos. Após efetuar algumas contas, sua mãe respondeu que esse sonho estaria muito longe de se realizar, pois mesmo tendo o dobro da sua idade atual ainda faltariam 3 anos para dar 21. Qual será a idade de Pedro hoje?

Os alunos Guilherme e Juliana representaram a situação-problema pela equação: $2x+3=21$ e depois encontraram a sua raiz utilizando processos aparentemente diferentes, mas a diferença é que Juliana consegue fazer algumas passagens mentalmente. Comparem o trabalho dos dois alunos e expliquem em cada caso, o que foi feito.

Guilherme	
1° Passo	$2x + 3 = 21$ $2x + 3 - 3 = 21 - 3$
e obteve	$2x = 18$
2° Passo	$\frac{2x}{2} = \frac{18}{2}$
e obteve finalmente	$x = 9$

Juliana	
1° Passo	$2x + 3 = 21$ $2x = 21 - 3$
e obteve	$2x = 18$
2° Passo	$x = 18 \div 2$
e obteve finalmente	$x = 9$

Após analisar como Guilherme e Juliana resolveram o problema proposto, responda:

a) Você concorda com a equação que eles montaram? O que eles chamaram de x?

____

____

____

____

____

____

____

____

b) Você compreendeu as duas resoluções? Qual delas você é capaz de fazer?

____

____

____

____

____

____

____

____

____

ATIVIDADE 2

Página 121 no Caderno do Aluno

A professora Márcia, do 8° ano EF, relembrou com seus alunos como se traduz algebricamente uma situação-problema, explicando todos os passos numa tabela. Relembre com ela estes procedimentos, analise as situações nela apresentadas e as traduza por meio de uma equação.

Marina gastou seu salário da seguinte maneira:

- ✔ $\frac{1}{5}$ do sálario ela comprou roupa;
- ✔ $\frac{1}{10}$ ela gastou com material escolar;
- ✔ R$ 800,00 ela reservou para as despesas do mês;
- ✔ Com o restante ela comprou um presente de R$ 40,00 para seu irmãozinho.

TRADUÇÕES ALGÉBRICAS	
$\frac{1}{5}$ ela gastou comprando roupas;	$\frac{1}{5}$ x ou $\frac{x}{5}$ ou 0,2x
$\frac{1}{10}$ gastou com material escolar	$\frac{1}{10}$ x ou $\frac{x}{10}$ ou 0,1x
R$ 800,00 reservou para despesas	800,00
R$ 40,00 comprou presente.	40,00

a) qual a equação que representa esta situação-problema acima?

b) encontre a raiz da equação utilizando o mesmo procedimento que o Guilherme usou no problema anterior.

As equações que representam os dois problemas abaixo são equações equivalentes. Resolva as duas equações usando o mesmo processo da Juliana e, ao final, escreva sua conclusão respondendo o que você acha que são EQUAÇÕES EQUIVALENTES.

a) Na segunda-feira a cantina de uma escola vendeu 15 combinações (combos) de lanche e suco. Juntando este dinheiro arrecadado com os R$ 30,00 que já haviam na gaveta, totalizaram R$ 150,00. Qual o preço de cada combo de lanche e suco?

b) Paulinho acrescentou mais 4 lâmpadas de mesma potência na sua casa, mas sabia que o consumo de energia elétrica aumentaria aproximadamente 60 kWh em um mês. Então, qual é o consumo aproximado de kWh, em um mês, desse tipo lâmpada?

ATIVIDADE 4

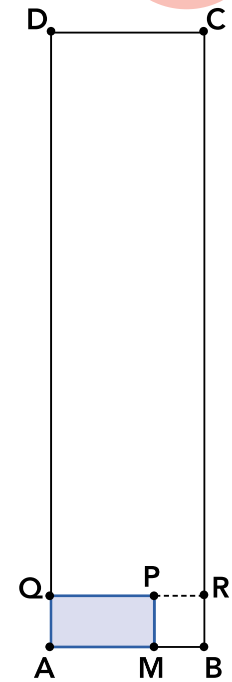
Página 122 no Caderno do Aluno

Resolva os problemas a seguir, encontrando suas raízes e utilizando o procedimento que achar mais conveniente, do Guilherme ou da Juliana.

a) Em média uma família gasta 152 kWh de energia elétrica por mês. A família de Luiza gastou nos meses de maio e junho, a média de 160 kWh. Sabendo que no mês de maio eles haviam gasto apenas 143 kWh, quanto gastaram em junho?

E sua família, quanto gasta de energia elétrica por mês, em kWh? Pesquise quais são os eletrodomésticos que mais gastam energia e o porquê.

b) ABCD e AMPQ são retângulos.



Sabe-se que:

$\overline{CB} = 15$ cm

$\overline{AM} = 2 \cdot \overline{MB}$

PMBR é um quadrado

O perímetro de AMPQ é a quinta parte do perímetro de ABCD

Determine a medida de cada lado do retângulo AMPQ.

ATIVIDADE 5

Página 123 no Caderno do Aluno

João tinha 3 anos de idade quando nasceu Pedro. Hoje João tem mais que 15 anos. O que podemos afirmar a respeito da idade de Pedro hoje?

Quais das sentenças a seguir poderia traduzir a idade de Pedro hoje, representando a idade de Pedro por x?

(A) $x > 18$.

(B) $x < 12$.

(C) $x > 12$.

ATIVIDADE 6

Página 123 no Caderno do Aluno

Somando-se R$ 100,00 ao meu salário eu passo a ganhar mais do que um motorista de ônibus.

O que você pode dizer a respeito do meu salário, sabendo que neste mês, um motorista de ônibus ganhou dois salários mínimos?

Utilize uma sentença matemática para traduzir a situação do meu salário em relação ao salário de um motorista de ônibus.

ATIVIDADE 7

Página 123 no Caderno do Aluno

Jane convidou mais rapazes do que moças para uma reuniãozinha em sua casa. Mesmo faltando três dos rapazes convidados, o número de rapazes ainda era maior que o de moças que era 5.

a) o que você pode dizer a respeito do número de rapazes convidados?

b) com base nas informações acima, você acha que Jane poderia ter convidado 6 rapazes? E 7? Por quê?

c) quais das inequações a seguir, poderiam traduzir a situação considerando x o número de rapazes convidados:

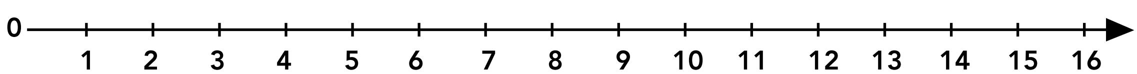
I. $x > 8$

II. $x \ > 5 + 3$

III. $x - 3 > 5$

Os rapazes e as moças que Jane convidou são alguns dos seus colegas de classe do curso de inglês cujo número de alunos não ultrapassa 17.

d) Faça uma marca azul nos números apresentados na reta abaixo que poderia representar a quantidade de rapazes convidados.



Os valores, que você marcou, são elementos do chamado conjunto solução e representamos da seguinte maneira:

S = {9,10,11,12}

ATIVIDADE 8

Página 124 no Caderno do Aluno

Uma companhia de aviação está selecionando moças para serem comissárias de bordo. Entre os quesitos exigidos, as candidatas devem ter altura mínima de 1,62 m e máxima de 1,75 m.

Débora conseguiu se inscrever porque atendia a todos os quesitos.

a) nas sentenças abaixo foi utilizada a letra x para representar a altura de Débora. Em qual delas estão representados os valores possíveis para x?

(A) x é um número racional menor que 1,75.

(B) x é um número natural maior que 1,62.

(C) x é um número racional maior ou igual a 1,62 e menor ou igual a 1,75.

(D) x é um número racional entre 1,62 e 1,75.

b) Compare o problema da atividade (7) com o problema da atividade (8) e responda:

i. quais são as semelhanças entre eles? E quais são as diferenças?

ii. na atividade 7, apresentamos o conjunto solução enumerando seus elementos: S = { 9, 10, 11, 12 }. Seria possível usarmos esse mesmo procedimento no caso da atividade (8)? Por quê?

iii. você acha que poderia ter uma candidata selecionada com 1,66 m de altura? E com 1,689 m?

c) por que na atividade (7) o conjunto universo trabalhado é o Conjunto dos números naturais e na atividade (8) não?

d) qual é o conjunto universo da atividade (8) ?

ATIVIDADE 9

Página 126 no Caderno do Aluno

Realize o que se pede no roteiro abaixo:

1. Localize na reta numérica os seguintes números: **5**, **–3**, **2**, **0**, **–1**.
2. Organize esses números em ordem crescente.
3. Multiplique cada um desses números por **–1**.
4. Localize os resultados obtidos no **item 3**, na reta numérica.
5. Organize esses resultados na ordem crescente.
6. Compare as respostas que você deu nos **itens 2** e **5**.

Conclusão:

ATIVIDADE 10

Página 126 no Caderno do Aluno

Responda às seguintes questões:

a) descubra um valor de x que torna a sentença abaixo verdadeira:

$$4x > 3x$$

b) descubra um valor de y na sentença abaixo para torná-la verdadeira:

$$4y < 3y$$

c) escreva suas conclusões.

ATIVIDADE 11 **Página 127 no Caderno do Aluno**

Complete o quadro abaixo, aplicando as propriedades das desigualdades.

$\frac{x}{2} < 3$	$\frac{x}{2} \cdot 2 < 3 \cdot 2$	$x < 6$
$3x > 12$	$3x \cdot \frac{1}{3}$ $\boxed{}$ $12 \cdot \frac{1}{3}$	$x > 4$
$y - 5 < 10$	$y - 5 + 5$ $\boxed{}$ $10 + 5$	y $\boxed{}$
$y + 3 > 1$	$y + 3 - \boxed{} > 1 - \boxed{}$	$y > \boxed{}$
$-2x > 4$	$-2x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$ $\boxed{}$ $4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$	x $\boxed{}$ -2
$-x > 3$	$-x \cdot (-1)$ $\boxed{}$ $3 \cdot (-1)$	x $\boxed{}$
$7y < 3$	$\boxed{}$	$\boxed{}$
$\frac{2x}{3} < \frac{1}{2}$	$\frac{2x}{3} \cdot \frac{3}{2}$ $\boxed{}$ $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}$	$\boxed{}$
$4 - 3x < 7$	$\boxed{}$	$\boxed{}$

4. SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES

ATIVIDADE 1

Página 128 no Caderno do Aluno

O 8º ano A é uma classe com 33 estudantes. Qual poderia ser o número de rapazes?

Organizem as possíveis respostas numa tabela como a que segue, colocando na coluna rapazes, o número de rapazes, na coluna moça, o número de moças e na coluna moça + rapazes, a soma de número de rapazes e o número de moças.

Rapazes	Moças	Moças + Rapazes

Sabendo que o número de rapazes é o dobro do número de moças, é possível agora descobrir qual é exatamente o número de rapazes? Por quê?

____

____

____

____

____

____

ATIVIDADE 2

Página 128 no Caderno do Aluno

Numa garagem estão estacionados carros e motos. Há 42 veículos e 132 rodas. Quantos são os carros e quantas são as motos?

Organizem as várias tentativas na tabela abaixo:

Carros	Motos	Carros + Motos	4 Carros + 2 Motos

a) destaque na tabela os valores de motos e carros que satisfazem as condições do problema:

$$\text{carros} + \text{motos} = 42$$

$$4.\text{carros} + 2.\text{motos} = 132$$

b) duas equações com soluções simultâneas formam um SISTEMA DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM 2 INCÓGNITAS e para resolver o problema precisamos encontrar números, que substituído no lugar das incógnitas, nas duas equações, tornam-nas verdadeiras. Neste problema, quais são os valores de carros e motos que satisfazem as duas equações do sistema?

____

____

c) é comum indicar as incógnitas por letras e escrever as equações. Escolha duas letras e escreva as equações correspondentes.

ATIVIDADE 3

Página 129 no Caderno do Aluno

Diante da dificuldade de encontrar soluções de sistemas de equações com o auxílio de tabelas, existem métodos algébricos disponíveis para isso: MÉTODO DA ADIÇÃO E MÉTODO DA SUBSTITUIÇÃO. Conhecendo os dois métodos, você poderá escolher qual o mais adequado em cada situação. Para o problema da atividade 2, o método mais adequado é o MÉTODO DA ADIÇÃO. Este método consiste em eliminar uma das incógnitas, aplicando as seguintes propriedades:

Propriedade 1

Somando-se (ou subtraindo-se) membro a membro duas igualdades, o resultado é ainda uma igualdade.

Exemplo: $\begin{cases} 3 \cdot 4 = 12 \\ 6 + 2 = 8 \end{cases}$

Adicionando membro a membro se obtém:

$$(3 \cdot 4) + (6 + 2) = 12 + 8$$
$$20 = 12 + 8$$
$$20 = 20$$

Propriedade 2

Multiplicando ambos os membros de uma igualdade por um mesmo número, o resultado é ainda uma igualdade.

Exemplo: $6 + 2 = 8$

Multiplicando ambos os membros por (-1) se obtém

$$6 \cdot (-1) + 2 \cdot (-1) = 8 \cdot (-1)$$
$$(-6) + (-2) = (-8)$$
$$-8 = -8$$

- Resolva o problema da atividade 2 usando o método da Adição, preenchendo as lacunas a seguir:

Chamando de x o número de carros e **y** o número de motos, as equações correspondentes serão:

$$\begin{cases} \boxed{} \cdot \boxed{} = 42 \\ 4x + 2y = 132 \end{cases}$$

Para eliminar a incógnita y, por exemplo, podemos aplicar na equação x + **y** = 42, a propriedade 2, multiplicando ambos os membros por (-2). Assim, se obtém a equação equivalente .

$$\boxed{}\ x - 2y = -\ \boxed{}$$

$$\begin{cases} \boxed{} - 2y = \boxed{} \\ 4x + \boxed{} = 132 \end{cases}$$

Aplicando, agora, a propriedade 1, isto é, adicionando membro a membro, obtém-se:

$$(-2x - 2y) + (4x + 2y) = -84 + 132$$

$$-2x + 4x - 2y + 2y = \boxed{}$$

$$\boxed{} = \boxed{}$$

$$x = \frac{48}{2}$$

$$x = 24$$

Logo, 24 é o número de carros. Substituindo o valor de x por 24 em qualquer uma das equações do sistema, obtém-se o número de motos y. Escolha adequadamente a equação mais simples e encontre o valor de y.

E para finalizar, verifique se os valores que encontrou para o número de carros e motos satisfazem as duas equações do sistema.

ATIVIDADE 4

Página 130 no Caderno do Aluno

A resolução do sistema pelo MÉTODO DA SUBSTITUIÇÃO consiste "isolar" uma das incógnitas em uma das equações e substituí-la na outra equação. Para resolver o problema da atividade 1, esse é o método mais adequado, uma vez que uma das incógnitas já está isolada em um dos membros. Observe as equações que representam as duas condições do problema, quando chamamos de x o número de rapazes e de y o número de moças:

$$\begin{cases} x + y = 33 \\ x = 2y \end{cases}$$

- Preencha os espaços pontilhados para resolver o sistema de equação :

1° passo: Observe que na equação inferior ao valor de **x** já está isolado no 1° membro, indicando que seu valor é equivalente à 2**y**, então, basta substituir, na equação superior, o x por 2**y**.

$$\boxed{}\ y = 33$$

2° passo: Obteve-se agora uma equação com apenas uma incógnita, o y, isto é, o x foi substituído. Agora, basta juntar os termos semelhantes e calcular o valor de y.

$$y = \frac{33}{\boxed{}}$$

$$y = \boxed{}$$

3° passo: Substitua o valor que encontrado em uma das duas equações para achar o valor da outra incógnita x. Escolha a equação que achar mais fácil.

4° passo: Verifique se os valores que encontrou para o número de rapazes e moças satisfazem as duas equações do sistema.

ATIVIDADE 5

Página 131 no Caderno do Aluno

Numa loja, há caixas e caixotes. Sabendo-se que 4 caixotes e 1 caixa pesam 29 quilogramas e que 5 caixotes e 3 caixas pesam 45 quilogramas, qual é o peso de cada caixote e de cada caixa?

ATIVIDADE 6

Página 131 no Caderno do Aluno

Um eletricista quer dividir um rolo de fio de 150 metros em 2 partes, de modo que uma parte seja o dobro da outra. Quantos metros deverá medir cada parte?

ATIVIDADE 7

Página 131 no Caderno do Aluno

A soma de 2 números é 50 e um deles é 2/3 do outro. Quais são os números?

ATIVIDADE 8

Página 131 no Caderno do Aluno

As idades de Francisco e Carlos somam 45 anos e, 10 anos atrás, a idade de Francisco era 4 vezes a idade de Carlos. Quais são as idades atuais de Francisco e Carlos?

ATIVIDADE 9

Página 132 no Caderno do Aluno

Resolva os sistemas a seguir usando o método que julgar mais apropriado.

a) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 5y = -6 \\ x - 2y = -2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ 4x - 3y = 23 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + 3y = -7 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x = 3y - 1 \\ 2x + y = 12 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x + 5y = 1 \\ 3x - y = -13 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 6x - 4y = 13 \end{cases}$

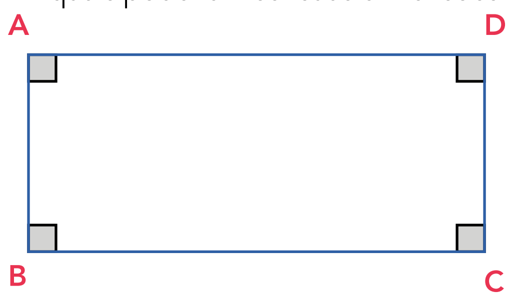
h) $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x - y = -24 \\ 2x - \dfrac{y}{3} = 14 \end{cases}$

TEMA 5. EQUAÇÕES, TABELAS E GRÁFICOS

ATIVIDADE 1

Página 134 no Caderno do Aluno

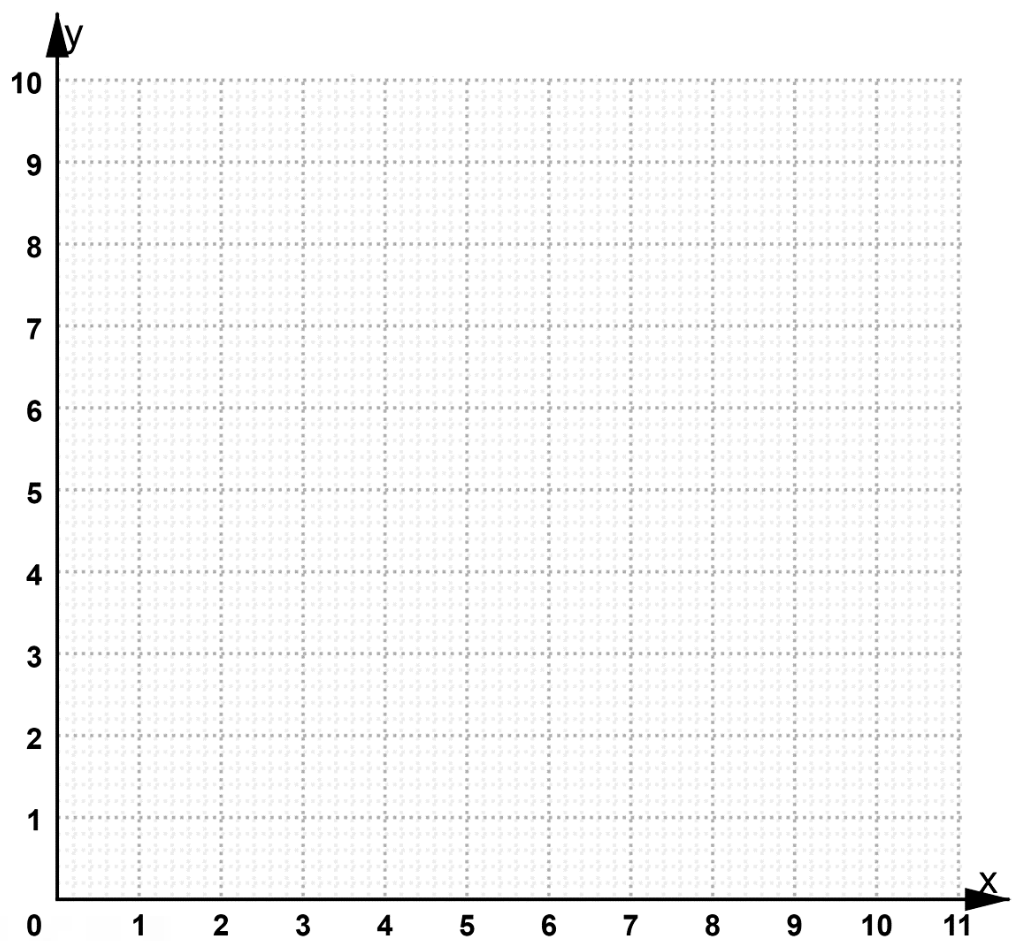
1 Se o perímetro do retângulo abaixo é 20, quais poderiam ser suas dimensões x e y?



a) Use a tabela a seguir para verificar algumas possibilidades.

x	0,1	2,5		5	6
y	9,9		6		
2x + 2y		20	20	20	20

b) Represente no Plano Cartesiano abaixo os pares ordenados (x, y) encontrados na tabela.



c) As condições do problema permitem que liguemos esses pontos? Justifique sua resposta.

d) Se ligarmos os pontos do gráfico, que figura obtemos?

2 Considerando a mesma figura do exercício anterior, quais poderiam ser suas dimensões se a diferença entre o lado maior e o lado menor for 2?

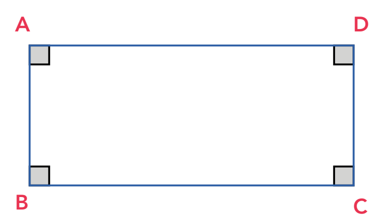
a) Use a tabela para verificar algumas possibilidades.

x	**2,5**	**4**		**5**	
y	**0,5**		**2,5**		**4**
x – y		**2**	**2**	**2**	**2**

b) Represente no mesmo Plano Cartesiano anteriormente dado, os pares ordenados (x, y) encontrado nessa tabela.

Considere agora o seguinte problema:

3 O perímetro do retângulo ABCD é 20. Sabendo que a diferença entre o maior e o menor lado é 2, quais são as dimensões desse retângulo?



a) Qual sistema de equações você deveria escrever para resolver esse problema?

b) Observando o ponto de intersecção das retas no Plano Cartesiano, o que se pode concluir?

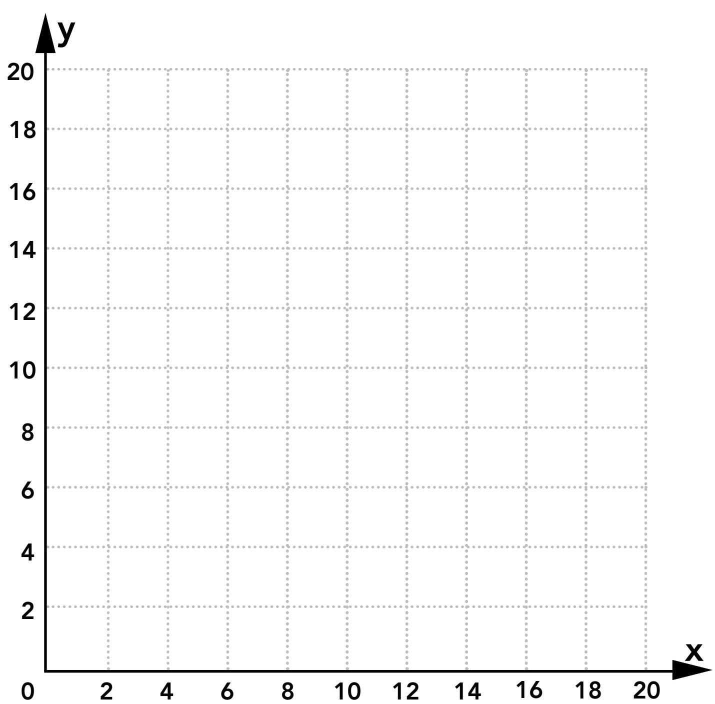
ATIVIDADE 2

Página 136 no Caderno do Aluno

Num concurso com 20 questões, os candidatos ganham 5 pontos por questões que acertam e perdem 3 pontos por questões que erram e não podem deixar nenhuma questão "em branco". Quantas questões acertou um candidato que obteve 36 pontos?

a) Encontre as equações que atendam as condições do problema.

b) Encontre a solução do problema representando estas equações no Plano Cartesiano abaixo, destacando-a com caneta azul.



a) As condições do problema permitem que liguemos esses pontos? Justifique sua resposta.

b) Verifique se a solução do problema encontrada graficamente é a mesma de quando se resolve algebricamente. Para isso, utilize o método mais adequado: adição ou substituição.

ATIVIDADE 3

Página 137 no Caderno do Aluno

A soma de dois números é 129 e a diferença é 35. Quais são os números?

a) Resolva o problema algebricamente.

b) Utilizando uma folha de papel quadriculado, desenhe um plano cartesiano e represente o problema.

ATIVIDADE 4

Página 137 no Caderno do Aluno

Uma conta de R$ 700,00 foi paga com 10 cédulas. Quantas cédulas de R$ 100,00 e de R$ 50,00 foram utilizadas para pagar a conta?

a) Resolva o problema algebricamente.

b) Utilizando uma folha de papel quadriculado, desenhe um plano cartesiano e represente o problema.

ATIVIDADE 5

Página 138 no Caderno do Aluno

O preço de 9 limões e 7 maçãs é 107 e o preço de 7 limões e 9 maçãs é 101. Qual o preço de cada fruta?

a) Resolva o problema algebricamente.

b) Utilizando uma folha de papel quadriculado, desenhe um plano cartesiano e represente o problema.

ATIVIDADE 6

Página 138 no Caderno do Aluno

A soma dos dígitos de um número de dois dígitos é 10. Trocando a ordem das dezenas, o novo número é igual ao original subtraído de 36. Que número é esse?

a) Resolva o problema algebricamente.

b) Utilizando uma folha de papel quadriculado, desenhe um plano cartesiano e represente o problema.

ATIVIDADE 7 **Página 139 no Caderno do Aluno**

Considere o seguinte problema:

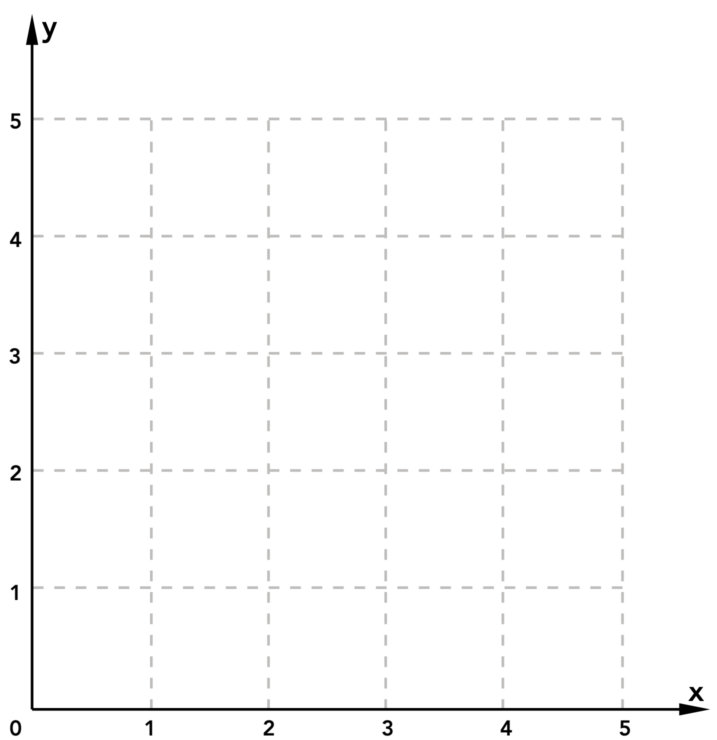
A soma de dois números é 6 e a diferença entre eles é 1.

a) preencha a tabela de cada equação para os valores indicados de x.

$x + y = 6$	
x	**y**
1	
2	
3	

$x - y = 1$	
x	**y**
2	
3	
4	

b) represente no plano cartesiano a seguir os pares ordenados (x; y) que correspondem aos valores encontrados nas tabelas.

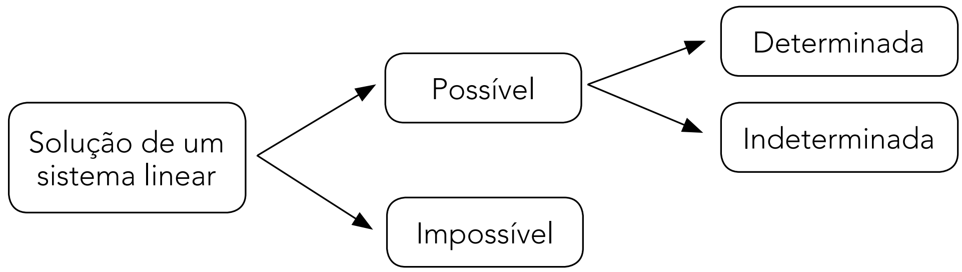


c) ligue os pontos correspondentes a cada uma das equações. Localize o ponto de interseção entre as duas retas e escreva suas coordenadas. Elas correspondem à solução do problema?

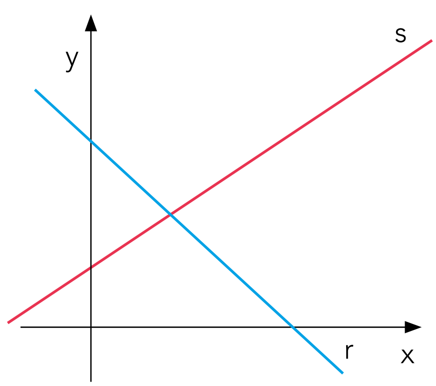
d) escreva o sistema de equações que corresponde aos dados do problema e resolva-o pelo método que preferir. Verifique se a solução encontrada corresponde às coordenadas do ponto de interseção.

ATIVIDADE 8 **Página 141 no Caderno do Aluno**

Nos gráficos a seguir, as retas representam as equações de um sistema linear. Classifique os sistemas de acordo com o tipo de solução resultante:

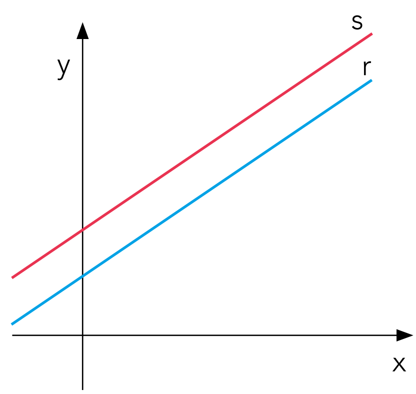


a) Sistema: ____________________



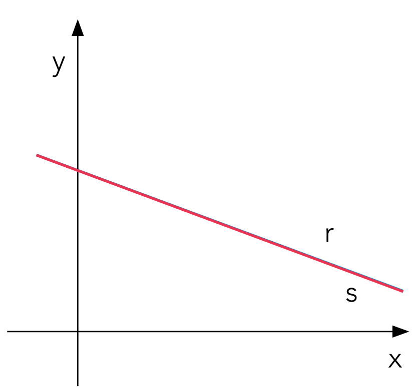
r e **s** são concorrentes

b) Sistema: ____________________



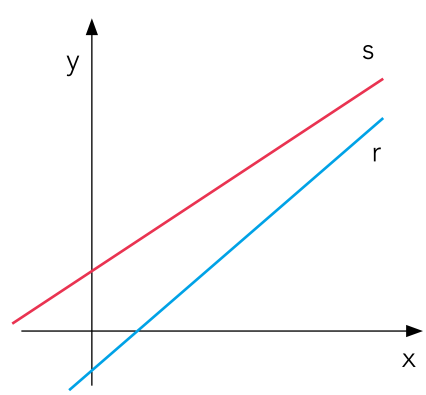
r e **s** são paralelas

c) Sistema: ____________________



r e **s** são coincidentes

d) Sistema: ____________________



r e **s** são concorrentes

MATEMÁTICA

9º Ano – Ensino Fundamental

1. Organização das Grades Curriculares

Apresentamos, a seguir, uma grade curricular para a transição do material de apoio do Currículo do Estado de São Paulo, contendo os temas, a descrição das habilidades do Currículo Oficial de Matemática, vigente e sua respectiva relação com o Currículo Paulista, além de algumas orientações pedagógicas, para os quatro anos finais do Ensino Fundamental.

A lista dos conteúdos curriculares e habilidades, em Matemática, não é rígida e inflexível. O que se pretende é a articulação entre os temas (álgebra, geometria, grandezas e medidas, números e probabilidade e estatística), tendo em vista os princípios que fundamentam o Currículo Oficial: a busca de uma formação voltada para as competências pessoais, a abordagem dos conteúdos que valorize a cultura e o mundo do trabalho, a caracterização da escola como uma organização viva, que busca o ensino, mas que também aprende com as circunstâncias.

Enfim, ao fixar os conteúdos disciplinares/objetos de conhecimento, é preciso ter em mente que a expectativa de todo o ensino é que a aprendizagem efetivamente ocorra. As disciplinas curriculares não são um fim em si mesmas, o que se espera dos conteúdos é que eles realmente possam ser mobilizados, tendo em vista o desenvolvimento de competências pessoais, tais como a capacidade de expressão, de compreensão, de argumentação etc.

Desta forma, os quadros apresentados destacam as habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes em cada unidade. Tais habilidades traduzem, de modo operacional, as ações que os alunos devem ser capazes de realizar, ao final de um determinado estágio de aprendizagem, após serem apresentados aos conteúdos curriculares listados.

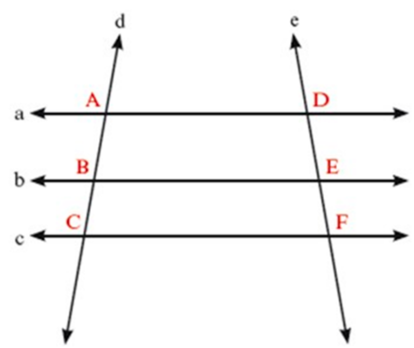
1.1. Grade curricular do 9° ano do Ensino Fundamental – 3° Bimestre

<table>
<tr><th colspan="4">ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS - CURRÍCULO DE MATEMÁTICA - 9° ANO (3° BIMESTRE)</th></tr>
<tr><th colspan="2">Currículo Oficial – SEE-SP</th><th colspan="2">Currículo Paulista</th></tr>
<tr><th>Tema / Conteúdo</th><th>Habilidades</th><th>Tema/objeto de conhecimento</th><th>Habilidades</th></tr>
<tr><td>• Geometria
• Semelhança de triângulos.</td><td>• Saber reconhecer a semelhança entre figuras planas, a partir da igualdade das medidas dos ângulos e da proporcionalidade entre as medidas lineares correspondentes.
• Saber identificar triângulos semelhantes e resolver situações-problema envolvendo semelhança de triângulos.</td><td>• Geometria
• Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas intersectadas por uma transversal.
• Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo.
• Semelhança de triângulos.</td><td>(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
(EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam congruentes.
(EF09MA24*) Identificar e calcular as relações de proporcionalidade dos segmentos determinados por retas paralelas cortadas transversais (teorema de Tales).</td></tr>
</table>

1.1.1. O teorema de Tales e a semelhança de triângulos.

Com relação ao estudo das relações existentes entre as retas paralelas cortadas por transversais, podemos citar o teorema de Tales, cuja ideia central é a proporcionalidade na combinação de elementos geométricos, que geralmente é enunciado da seguinte forma:

"Se um feixe de retas paralelas, indicado pelas letras **a**, **b** e **c**, é interceptado por duas transversais, **d** e **e**, então a razão entre os comprimentos de dois segmentos quaisquer sobre uma delas é igual a razão entre os comprimentos dos segmentos correspondentes determinados sobre a outra."



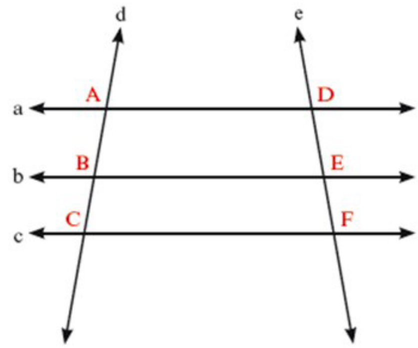
$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

A ideia de proporcionalidade que ele expressa é importante na combinação de elementos geométricos e numéricos porque permite desenvolver noções matemáticas, como o estudo da semelhança de figuras e o estudo de perspectiva.

São várias as possibilidades de aplicação do teorema de Tales em situações-problema contextualizadas. A partir da noção de semelhança de figuras, em particular de triângulos , o teorema, passa a ter uma posição subsidiária, pois a proporcionalidade que a semelhança sugere é mais abrangente que a proposta pelo uso desse teorema.

Quando nos referimos à semelhança de triângulos a proporcionalidade entre as medidas dos lados passa a ser, nesse caso, consequência, e não exigência, como ocorre para os demais polígonos. Nos triângulos, a semelhança é definida apenas a partir de uma condição: ângulos correspondentemente congruentes.

Os apontamentos anteriores reforçam a proposta de abordar a semelhança entre dois triângulos com foco na identificação da congruência entre os ângulos correspondentes, uma vez que o não cumprimento dessa etapa conduz, como normalmente se observa, à escrita de falsas proporcionalidades como demonstrado a seguir



É importante a aplicação da semelhança de triângulos na resolução de situações-problema da Geometria Plana. De fato, seria possível escrever todo um caderno de atividades, com muitas páginas, apenas envolvendo situações que exigem o reconhecimento de triângulos semelhantes e a escrita da proporcionalidade entre as medidas de seus lados. Caberá, portanto, ao professor, com base na realidade de suas turmas, reduzir ou ampliar o foco do trabalho, todavia, julgamos que estamos a frente de um dos mais fundamentais conceitos da Geometria Plana, e a qualidade da atenção que destinarmos à sua abordagem reverterá, sem dúvida, na velocidade dos passos que poderemos imprimir em estudos futuros.

Considerações sobre a avaliação

A importância da aplicação da semelhança de triângulos na resolução de situações-problema da Geometria Plana é muito fácil de ser percebida. Caberá, portanto, ao professor, com base na realidade de suas turmas, reduzir ou ampliar o foco do trabalho, todavia, julgamos que estamos a frente de um dos mais fundamentais conceitos da Geometria Plana.

Orientações para a Recuperação

Caso os alunos ainda apresentem dificuldades quanto aos conteúdos propostos, sugerimos que o professor identifique se as dificuldades se referem a pouco conhecimentos de processos algébricos ou geométricos e, ainda, se os produtos notáveis foram aplicados corretamente. No último caso, sugerimos a utilização dos livros didáticos adotados ou os Materiais de Apoio da SEE/SP.

ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS - CURRÍCULO DE MATEMÁTICA - 9° ANO (3° BIMESTRE)			
Currículo Oficial – SEE-SP		**Currículo Paulista**	
Tema / Conteúdo	**Habilidades**	**Tema/objeto de conhecimento**	**Habilidades**
• Geometria • Relações métricas no triângulo retângulo • Teorema de Pitágoras.	• Compreender e saber aplicar as relações métricas dos triângulos retângulos, particularmente o teorema de Pitágoras, na resolução de problemas em diferentes contextos.	• Geometria • Relações métricas no triângulo retângulo. • Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração.	**(EF09MA13)** Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. **(EF09MA14)** Resolver e elaborar situações-problema de aplicação do teorema de Pitágoras.

1.1.2. Relações métricas no triângulo retângulo e teorema de Pitágoras

Entre as inúmeras possibilidades de se aplicar a semelhança de triângulos na construção de outros importantes conceitos da Geometria plana, estão as relações métricas nos triângulos retângulos.

O estudo destas relações, também gira em torno da semelhança de triângulos e a decomposição das figuras envolvidas.

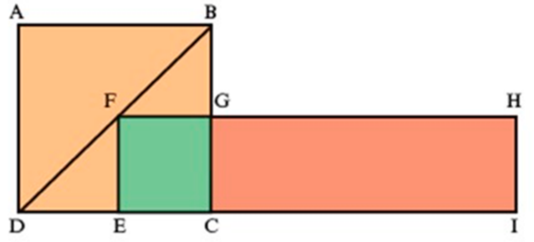
No processo de construção conceitual, é importante que o aluno trilhe um caminho que parta da observação de regularidades e, após algumas etapas e aplicações, generalize propriedades a partir do raciocínio indutivo que mobiliza este trajeto. A formalização, necessária e importante, acontece, nessa medida, ao final do processo, evitando que os alunos venham a considerar fórmulas prontas como os principais elementos auxiliares na resolução de problemas. Como sugestão de materiais a serem pesquisados, indicamos: situações de aprendizagem 1, 2 e 3, volume 2 - 9º Ano do material de apoio ao currículo Caderno do Professor. Oportunizar momentos em que o aluno possa elaborar situações de própria autoria ou adaptações referentes ao tema.

Considerações sobre a avaliação

Devido à relevância do assunto, bem como as dificuldades que geralmente são apresentadas pelos alunos no aprendizado desse conteúdo, sugerimos que na medida que os saberes relativos aos conteúdos forem considerados como adequados, o professor continue trabalhando o tema durante o restante do ano letivo, propondo novas situações-problema acerca do tema de modo que os alunos tenham novas oportunidades de se apropriarem das relações já exploradas.

Orientações para a Recuperação

Neste caso, a retomada dos conceitos envolve o cálculo de medidas lineares de triângulos representados em malhas quadriculadas, e o exemplo a seguir apresenta uma situação em que os alunos podem ser questionados sobre as medidas diagonais dos quadriláteros ABCD, ECGF, e FEIH, além de outras medidas de comprimento.



ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS - CURRÍCULO DE MATEMÁTICA - 9° ANO (3° BIMESTRE)			
Currículo Oficial – SEE-SP		**Currículo Paulista**	
Tema / Conteúdo	**Habilidades**	**Tema/objeto de conhecimento**	**Habilidades**
• Geometria • Razões trigonométricas.	• Compreender o significado das razões trigonométricas fundamentais (seno, cosseno e tangente) e saber utilizá-las para resolver problemas em diferentes contextos.		

1.1.3. Razões trigonométricas dos ângulos agudos.

Como o próprio título menciona, o estudo inicia-se na fixação da medida do ângulo agudo do triângulo retângulo e dos valores de suas razões (seno, cosseno e tangente). O próximo passo seria então, o tratamento da medida do ângulo, destacando o fato de que as razões trigonométricas são, prioritariamente, associadas ao ângulo, e não às medidas dos lados do triângulo retângulo.

Considerações sobre a avaliação

Cabe destacar que os estudos das razões trigonométricas de um ângulo agudo apenas se iniciam no 9º ano, sendo complementado nos anos seguintes. Assim, conforme destacado nas atividades propostas, é importante que a construção conceitual esteja, neste momento, acoplada, mais do que nunca, a situações do cotidiano dos estudantes, evitando-se formalizações excessivas. Nessa medida, as avaliações previstas para o período de estudo devem levar em consideração as diversas atividades práticas realizadas pelos alunos, de modo que o quadro da avaliação final seja composto, em boa parte, por este tipo de atividade.

Orientações para a Recuperação

A recuperação das aprendizagens, relativas ao tópico abordado, a retomada envolve o aprofundamento e também uma ressignificação com o trabalho da sistematização de medidas de comprimento e de ângulos em situações do cotidiano. Essas medidas poderão ser utilizadas para dar significado aos cálculos de senos, cossenos e tangentes de ângulos, e, também, na determinação de distâncias inacessíveis.

1. SEMELHANÇA ENTRE FIGURAS

Para início de conversa:

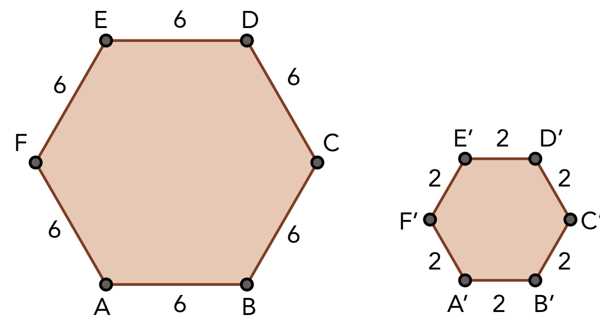
Estudaremos uma variável da concepção de semelhança de figuras planas, especialmente sobre os polígonos, definida da seguinte maneira: duas figuras planas são consideradas semelhantes quando uma delas pode ser obtida a partir de uma ampliação ou uma redução da outra.

...Para saber mais...

https://brasilescola.uol.com.br/matematica/semelhanca-triangulos.htm, acesso em 29/03/2019.

Quando comparamos duas figuras geralmente queremos saber quais as semelhanças existentes entre elas. Algumas vezes elas são iguais, algumas vezes são apenas parecidas e existem os casos em que as figuras comparadas são completamente diferentes. Na matemática, frequentemente as figuras geométricas são comparadas e os resultados possíveis são: figuras congruentes, figuras semelhantes e figuras diferentes. A seguir, discutiremos a semelhança entre polígonos e os casos de semelhança entre triângulos.

Dois polígonos são semelhantes quando existe proporcionalidade entre seus lados e seus ângulos correspondentes são todos iguais. Existir uma razão de proporcionalidade quer dizer que se dividirmos a medida de um lado da primeira figura pelo valor de um lado da segunda figura e o resultado for, por exemplo, o número 3, então todas as divisões entre medidas de lados da primeira figura por medidas dos lados da segunda figura terão 3 como resultado.



Isso ocorre no caso dos hexágonos da imagem acima. Repare que a divisão de qualquer lado do primeiro hexágono por qualquer lado do segundo tem 3 como resultado.

Para que dois polígonos sejam semelhantes, deve existir proporcionalidade entre seus lados correspondentes, além de ângulos correspondentes congruentes.

Voltando ao exemplo dos hexágonos acima, observe que a razão entre lados correspondentes é sempre 3:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{D'E'}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{E'F'}} = \frac{\overline{FA}}{\overline{F'A'}}$$

Para que eles sejam semelhantes, falta apenas mostrar que seus ângulos correspondentes são congruentes. Nesse caso são por terem sido construídos como polígonos regulares.

Ampliação e redução: o que se altera e o que não se altera?

ATIVIDADE 1 **Página 114 no Caderno do Aluno**

A Figura 2 foi obtida pela ampliação da Figura 1:

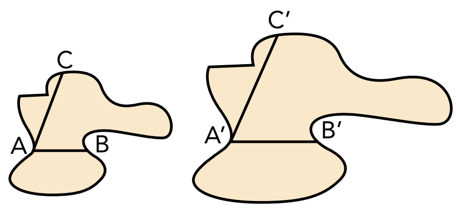


Figura 1 Figura 2

Assinale X ao lado do conjunto de medidas iguais nas duas figuras:

( ) Segmento AB e segmento A'B'.

( ) Segmento BC e segmento B'C'.

( ) Perímetro da Figura 1 e perímetro da Figura 2.

( ) Área da Figura 1 e área da Figura 2.

( ) Medida do ângulo CAB e medida do ângulo C'A'B'.

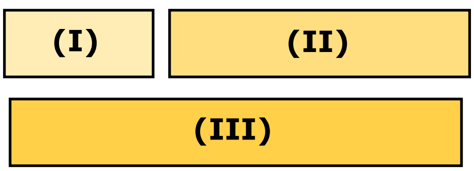
ATIVIDADE 2 **Página 114 no Caderno do Aluno**

Observe a estrela de seis pontas desenhada na malha quadriculada. Desenhe, ao lado, duas outras estrelas de seis pontas, de modo que uma delas seja uma redução e a outra seja uma ampliação da estrela inicial, ambas de um fator 2, isto é, desenhar uma figura com medidas de lados iguais ao dobro e outra a metade das medidas dos lados da figura original.

ATIVIDADE 3

Página 115 no Caderno do Aluno

Observe nos desenhos que o retângulo (III) tem o triplo da largura de (I), o retângulo (II) tem o dobro da largura de (I) e os três têm a mesma medida de altura.



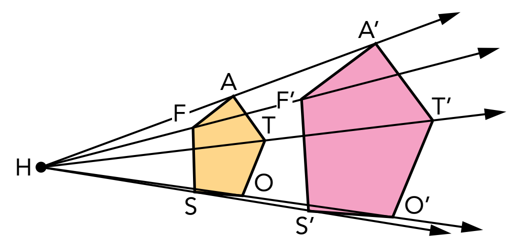
a) É correto afirmar que os ângulos nos três retângulos são correspondentemente congruentes? Por quê?

b) podemos dizer que uma dessas figuras é redução ou ampliação da outra? Por quê?

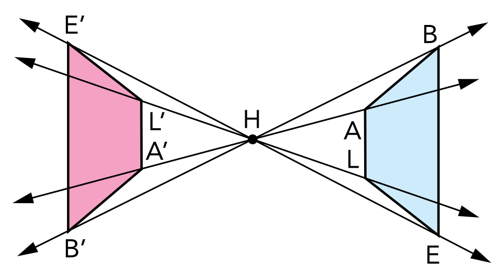
ATIVIDADE 4

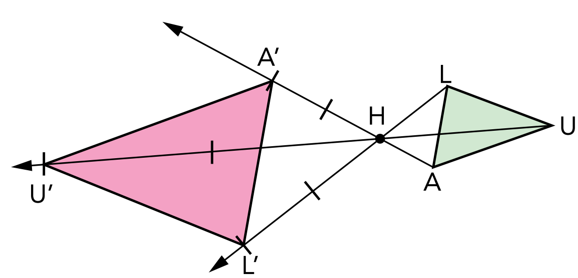
Página 115 no Caderno do Aluno

Observe o pentágono FATOS. Por meio de um processo de ampliação, desenhou-se outro pentágono: F’A’T’O’S’. Para construir o segundo pentágono, desenhamos linhas retas partindo de um ponto fixo que chamamos de H. Essas linhas, como mostra o desenho, passam pelos vértices do pentágono FATOS. Para desenhar o pentágono maior, foi preciso respeitar a regra de que as razões entre os segmentos $\frac{HA'}{HA}$, $\frac{HF'}{HF}$, $\frac{HI'}{HI}$, e assim por diante, devem ser iguais.



Esse processo recebe o nome de “homotetia”, palavra que significa “mesma forma”. Veja outros dois desenhos produzidos por homotetia, com o ponto H colocado em outros lugares em relação às figuras.



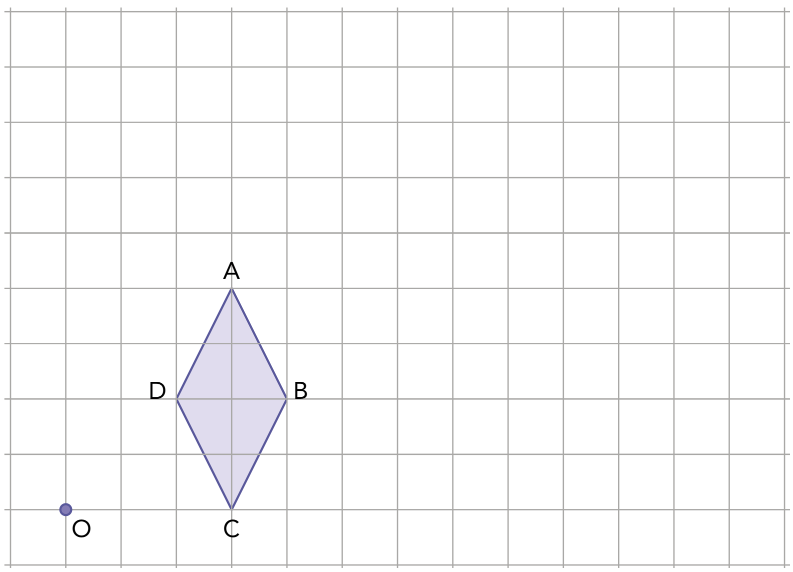


Agora é sua vez...

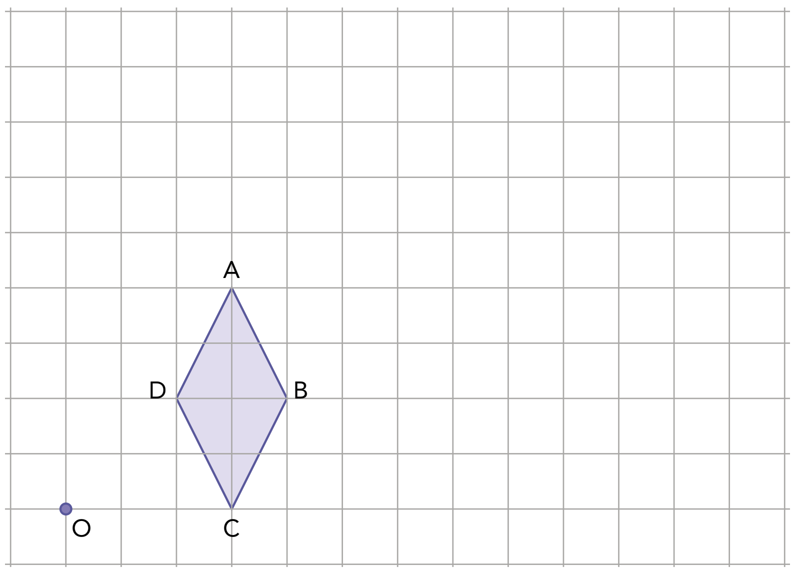
Sobre a figura iniciada, desenhe uma figura que seja ampliação de fator 2 do losango ABCD, por meio da homotetia. Você irá terminar seguindo os passos dados:

1° Passo: Marcar os segmentos OA', OB', OC' e OD' de comprimentos iguais ao dobro dos comprimentos de OA, OB, OC e OD.

2° Passo: Unindo os pontos A', B', C' e D' por segmentos de reta, teremos obtido uma ampliação de fator 2 do losango original.



Sugestão: Utilizando-se dos mesmos procedimentos, desenhe o mesmo losango com medidas de lados iguais à metade das medidas dos lados da figura original.

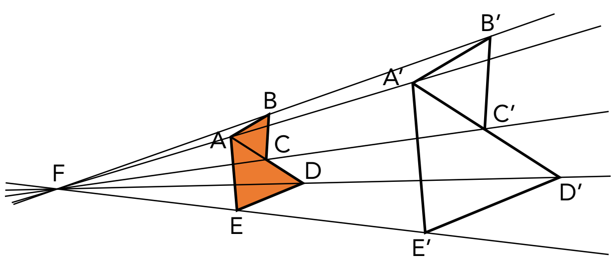


Razão de semelhança

ATIVIDADE 5

Página 117 no Caderno do Aluno

Observe a figura que representa a ampliação do polígono ABCDE, realizada com base nas linhas convergentes a um ponto **F.** Suponha que **F** esteja 6 cm distante de **B** e 9 cm de **B'**.



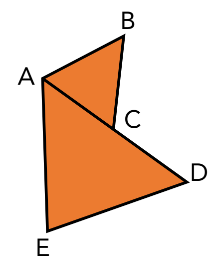
a) Se AB = 2,0 cm, quanto mede $\overline{A'B'}$?

b) Os polígonos ABCDE e A'B'C'D'E' são semelhantes e a razão de semelhança é um valor k, tal que FB' = k · FB. Qual é a razão de semelhança nesse caso?

ATIVIDADE 6

Página 117 no Caderno do Aluno

Considere que o triângulo ABC, na figura original do problema anterior, seja equilátero e que AB = 2 cm. Nesse caso:



a) calcule a área de ABC

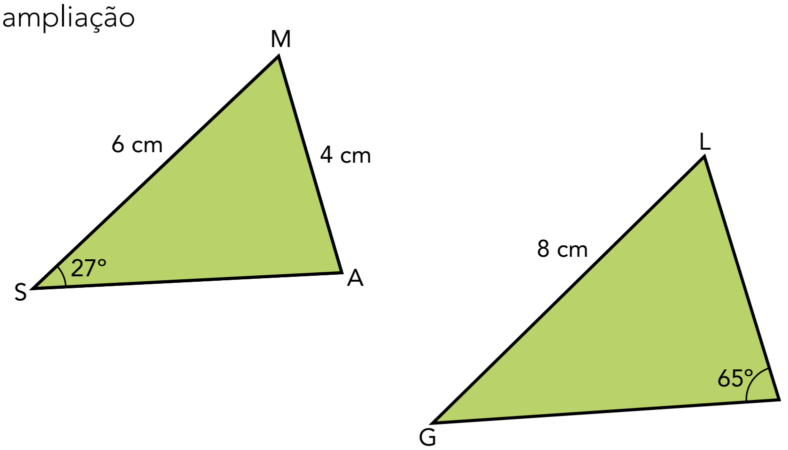
b) calcule a área de A'B'C':

c) quantas vezes a área de A'B'C' é maior do que a área de ABC?

Ampliações e reduções: perímetros e áreas

ATIVIDADE 7 **Página 118 no Caderno do Aluno**

O triângulo GIL é uma ampliação do triângulo SAM.



Sendo assim, escreva a medida de:

a) $\overline{LI}$

b) $S\hat{A}M$

c) $S\hat{M}A$

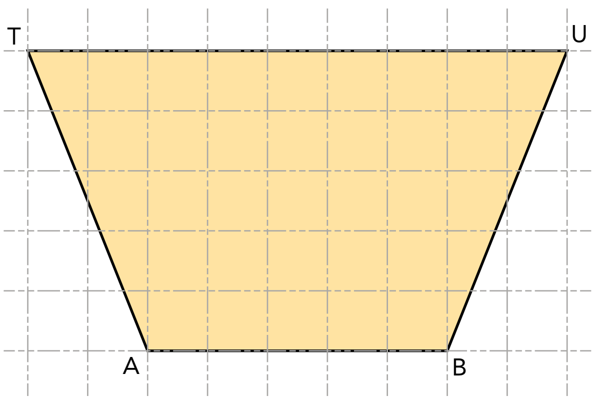
d) $L\hat{G}I$

e) $G\hat{L}I$

ATIVIDADE 8

Página 119 no Caderno do Aluno

Reduzindo proporcionalmente o trapézio isósceles TUBA de um fator 2,5, obtemos o quadrilátero NECO. Suponha que cada quadrícula da malha tenha lados de 1 cm e faça o que se pede a seguir.



a) Desenhe o quadrilátero NECO sobre o quadrilátero TUBA.

b) Qual tipo de quadrilátero é NECO?

c) quanto mede a altura de TUBA? E quanto mede a altura de NECO?

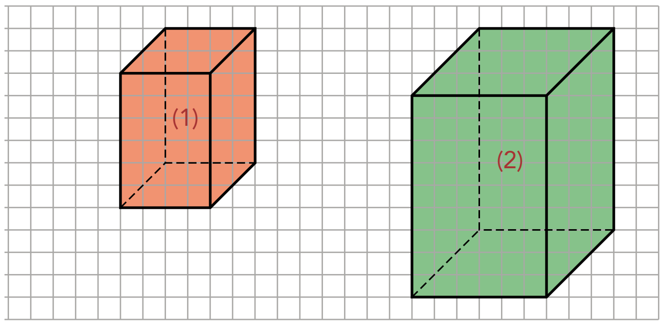
d) quais são as medidas das bases de NECO?

e) em relação ao perímetro de NECO, quantas vezes é maior o perímetro de TUBA?

f) em relação à área de NECO, quantas vezes é maior a área de TUBA?

Agora estudaremos o conceito de semelhança para sólidos geométricos, notadamente os prismas, utilizando, para tanto, o artifício de representar prismas em malha quadriculada.

Veja a representação de dois prismas semelhantes em perspectiva na malha quadriculada. No caso do prisma do exemplo, teríamos:

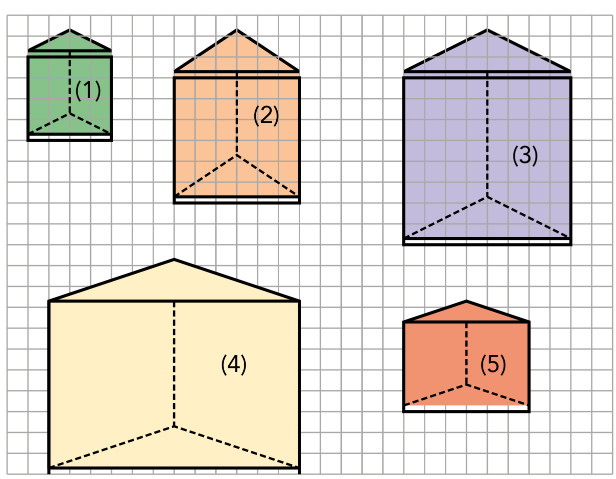


O prisma (2) é uma ampliação do prisma (1) na razão 1,5. Observe que as medidas das arestas de (1) foram todas aumentadas em 1,5 vez para que fossem obtidas as arestas de (2). As medidas angulares correspondentes nos desenhos são congruentes.

Semelhança entre prismas representadas na malha quadriculada.

ATIVIDADE 9 **Página 120 no Caderno do Aluno**

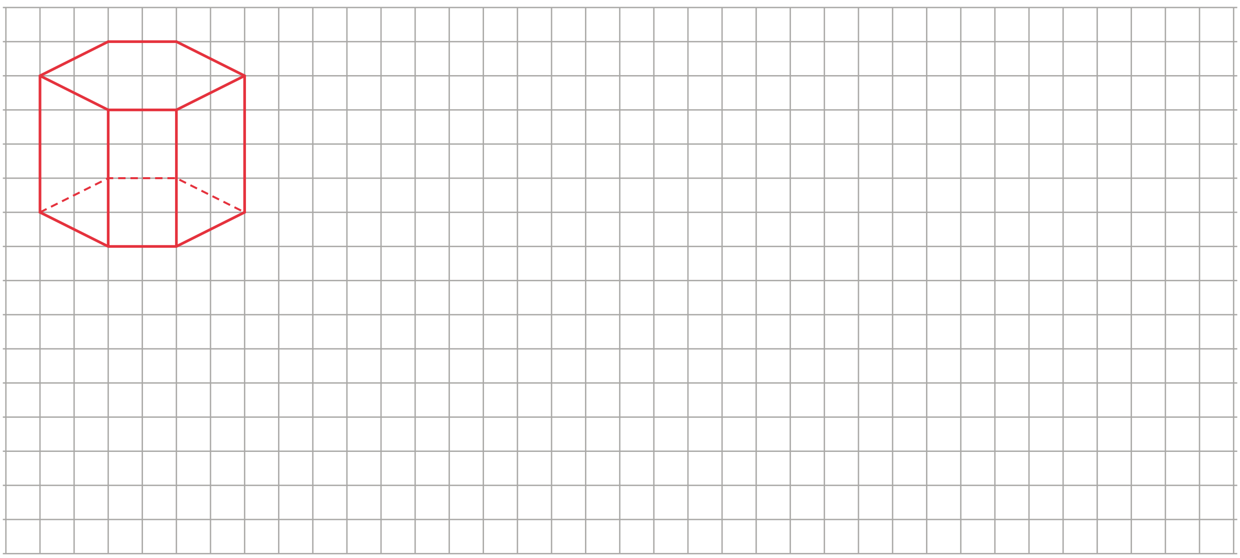
Quais dos seguintes prismas retos de base triangular, representados na malha quadriculada, são semelhantes? Em cada caso, qual é o fator de ampliação?



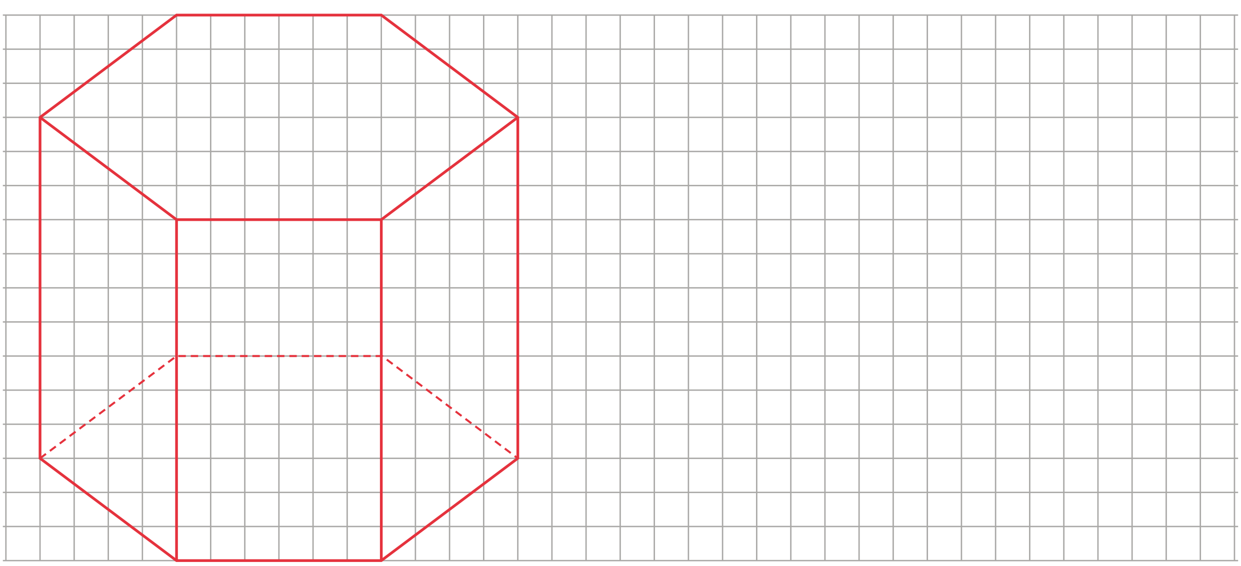
ATIVIDADE 10 **Página 121 no Caderno do Aluno**

Faça o que se pede

a) amplie o prisma de base hexagonal representado na malha quadriculada considerando o fator de ampliação igual a 1,5.

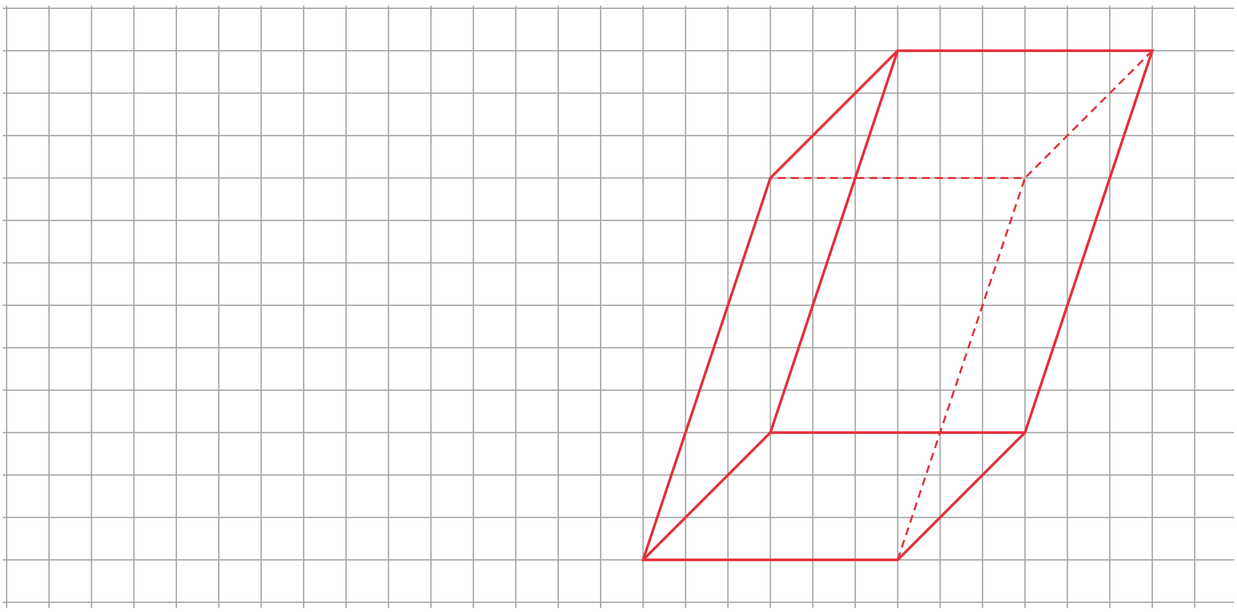


b) reduza o prisma de base hexagonal representado na malha quadriculada considerando o fator de redução igual a 2.



ATIVIDADE 11 **Página 122 no Caderno do Aluno**

Observe o prisma oblíquo representado na malha quadriculada. Desenhe um prisma semelhante a ele, com razão de semelhança 1/3.



ATIVIDADE 12 **Página 122 no Caderno do Aluno**

Represente dois cubos de volumes diferentes na malha quadriculada e responda: os cubos desenhados são ou não semelhantes? Por quê?

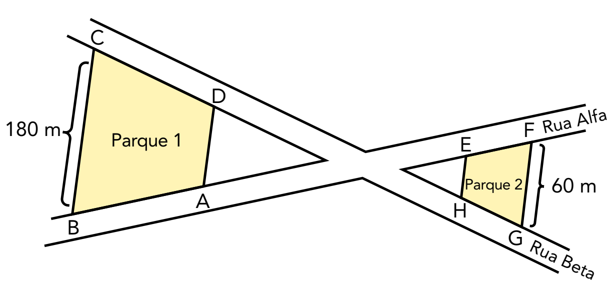
ATIVIDADE 13 **Página 123 no Caderno do Aluno**

Considere dois cubos semelhantes na razão 1 : 4. Complete a tabela com as medidas da aresta, da área da base, da área total e do volume do maior sólido em função de x, y, z e w.

Medida	Aresta	Área da base	Área total	Volume
Menor sólido				
Maior sólido				

Semelhança entre figuras planas

A prefeitura de uma cidade pretende construir dois parques próximos ao cruzamento entre as ruas Alfa e Beta. Observando a planta do lugar, pode-se perceber que os dois parques terão formato de trapézios semelhantes (ABCD e EFGH). Os ângulos internos de um serão, correspondentemente, de mesma medida que os ângulos internos do outro. Além disso, há uma proporcionalidade entre as medidas correspondentes dos lados das figuras. Acontece, entretanto, que apenas a medida da base maior de cada trapézio foi definida, sendo 180 m em um deles e 60 m no outro. As demais medidas dependerão de desapropriações a serem realizadas no local.



ATIVIDADE 14

Página 123 no Caderno do Aluno

As medidas de $\overline{CB}$ e de $\overline{FG}$ são fixas e valem, respectivamente, 180 m e 60 m, enquanto as demais medidas podem variar, mantendo-se, todavia, a semelhança entre as duas figuras. Com base nisso, responda:

a) se a medida de $\overline{EH}$ for igual a 25 m, qual será a medida de $\overline{DA}$?

b) se $\overline{DA}$ = 18m, quanto medirá $\overline{EH}$?

c) se $\overline{EH}$ = k, quanto medirá $\overline{DA}$ em função de k?

ATIVIDADE 15

Página 124 no Caderno do Aluno

No final das negociações e desapropriações, chegou-se à conclusão de que as medidas de $\overline{EF}$ e $\overline{HG}$ serão, respectivamente, 15 m e 18 m. Qual será a medida de:

a) $\overline{CD}$?

b) $\overline{AB}$

ATIVIDADE 16

Página 124 no Caderno do Aluno

O construtor dos parques sabe que precisará de 309 m de cerca para fechar todo o parque maior. Nessas condições, adotando os resultados calculados no problema anterior, quanto mede $\overline{DA}$?

ATIVIDADE 17

Página 124 no Caderno do Aluno

Complete a tabela a seguir com as medidas dos lados de cada trapézio:

Trapézio ABCD	
Lado	**Medida**
BC	
DA	
AB	
CD	

Trapézio EFGH	
Lado	**Medida**
FG	
EH	
EF	
GH	

TEMA 2. SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Página 125 no Caderno do Aluno

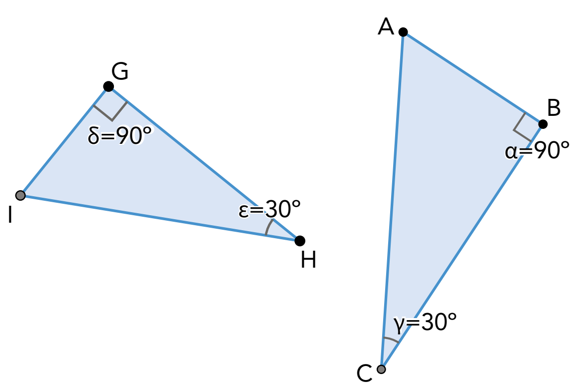
Continuando nosso estudo sobre a semelhança de figuras planas, no caso dos triângulos, a regra é a mesma, e definimos da seguinte maneira:

> "Dois triângulos são semelhantes caso três ângulos correspondentes sejam congruentes e 3 lados correspondentes possuam a mesma razão de proporcionalidade."

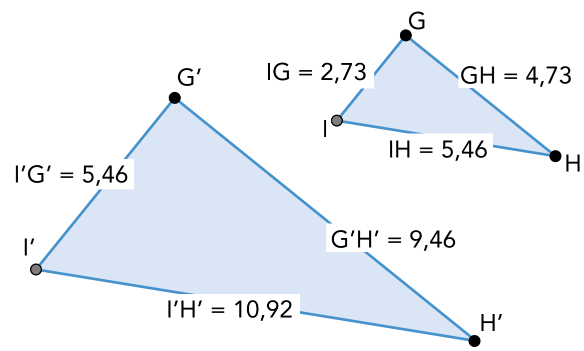
Para verificar a semelhança de dois triângulos, podemos utilizar três casos específicos:

1. Caso: Ângulo Ângulo (AA) – "Dois triângulos são semelhantes se possuírem dois ângulos correspondentes congruentes"

Neste caso, se os dois triângulos possuírem dois ângulos correspondentes de mesma medida, não será necessário verificar o terceiro ângulo, e verificar a proporcionalidade entre os lados, conforme mostra a ilustração a seguir:



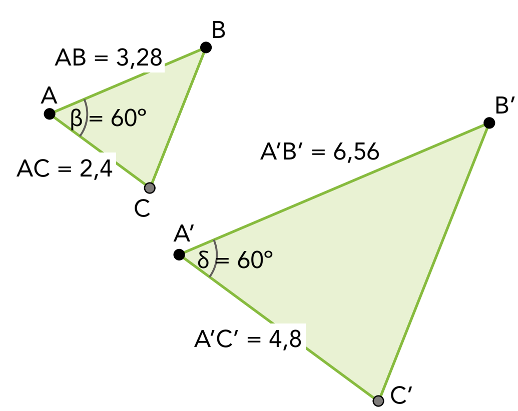
2. Caso: Lado Lado Lado (LLL): "Se dois triângulos possuem lados proporcionais, então eles são semelhantes. Pode-se então concluir que nesta situação, não será necessário verificar a congruência dos ângulos, conforme mostra a figura a seguir.



Na figura acima, observe que as razões entre lados correspondentes têm o mesmo resultado, ou seja:

$$\frac{\overline{GH}}{\overline{G'H'}} = \frac{\overline{IH}}{\overline{I'H'}} = \frac{\overline{IG}}{\overline{I'G'}} \Rightarrow \frac{4{,}73}{9{,}46} = \frac{5{,}46}{10{,}92} = \frac{2{,}73}{5{,}46} = \frac{1}{2}$$

3. Caso: Lado Ângulo Lado (LAL): "Dois triângulos que possuem dois lados proporcionais e o ângulo entre eles congruente são semelhantes." Observe este caso de semelhança na figura a seguir:



Agora é a sua vez

ATIVIDADE 1

Página 126 no Caderno do Aluno

Existem alguns procedimentos que podem ser usados para descobrir se dois triângulos são semelhantes sem ter de analisar a proporcionalidade de todos os lados e, ao mesmo tempo, as medidas de todos os ângulos desses triângulos. A respeito desses casos, assinale a alternativa correta:

(A) Para que dois triângulos sejam semelhantes, basta que eles tenham três ângulos correspondentes congruentes.

(B) Para que dois triângulos sejam semelhantes, basta que eles tenham dois lados proporcionais e um ângulo congruente, em qualquer ordem.

(C) Para que dois triângulos sejam congruentes, basta que eles tenham os três lados correspondentes com medidas proporcionais.

(D) Dois triângulos que possuem dois lados correspondentes proporcionais não serão semelhantes em qualquer hipótese.

(E) Dois triângulos que possuem apenas dois ângulos correspondentes congruentes não podem ser considerados semelhantes.

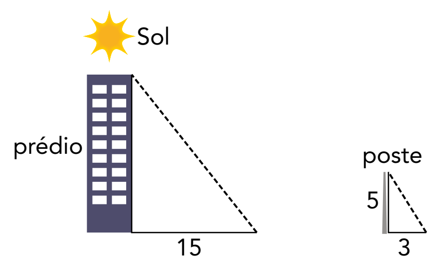
PARA SABER MAIS:
Semelhança de triângulos

https://brasilescola.uol.com.br/matematica/semelhanca-triangulos.htm , acesso em 30/03/2019.

ATIVIDADE 2

Página 126 no Caderno do Aluno

(Unesp) A sombra de um prédio, em um terreno plano, em uma determinada hora do dia, mede 15 m. Nesse mesmo instante, próximo ao prédio, a sombra de um poste de altura 5 m mede 3 m. A altura do prédio, em metros, é:



(A) 25

(B) 29

(C) 30

(D) 45

(E) 75

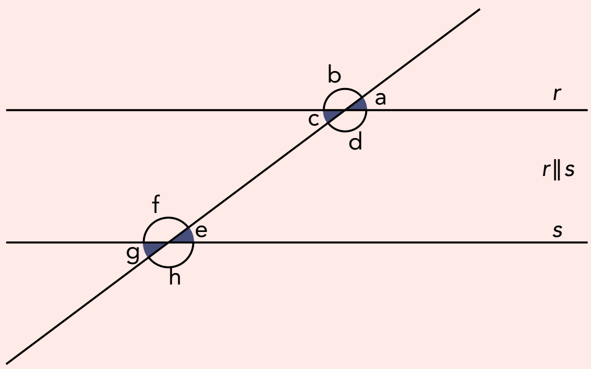
ATIVIDADE 3 **Página 127 no Caderno do Aluno**

Utilize a malha quadriculada para desenhar triângulos semelhantes. Um dos triângulos possui dois ângulos internos medindo 45° cada um. Outro triângulo tem um lado que mede 4 unidades da malha.

PARA SABER MAIS...
Ângulos:

https://brasilescola.uol.com.br/matematica/angulos.htm , acesso em 30/03/2019.

Retas paralelas cortadas por uma transversal



Ângulos correspondentes: **a** e **e**, **d** e **h**, **b** e **f**, **c** e **g** => **Congruentes.**

Ângulos colaterais externos: **a** e **h**, **b** e **g** => **Suplementares.**

Ângulos colaterais internos: **a** e **d**, **c** e **f** => **Suplementares.**

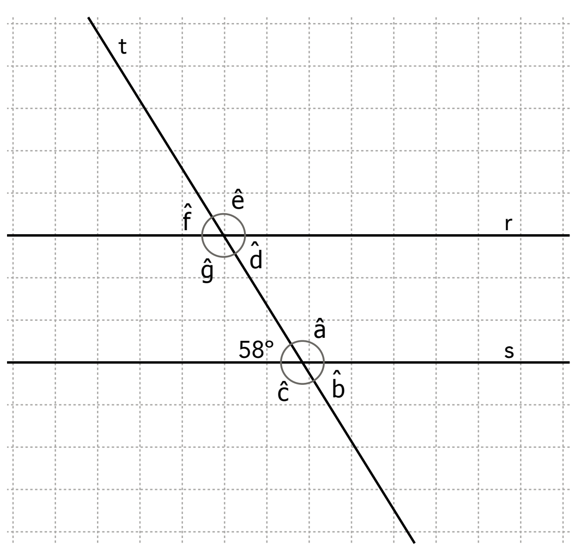
Ângulos alternos externos: **a** e **g, b** e **h** => **Congruentes**

Ângulos alternos internos: **d** e **f**, **c** e **e** => **Congruentes.**

ATIVIDADE 4

Página 128 no Caderno do Aluno

Quando duas retas paralelas são cortadas por uma transversal, forma-se uma série de pares de ângulos congruentes. No desenho seguinte, em que duas retas paralelas r e s são cortadas por uma transversal t, identifique as medidas dos ângulos assinalados.



$\hat{a}$ = ________ $\hat{b}$ = ________

$\hat{c}$ = ________ $\hat{d}$ = ________

$\hat{e}$ = ________ $\hat{f}$ = ________

$\hat{g}$ = ________

ATIVIDADE 5

Página 128 no Caderno do Aluno

No problema anterior, você reconheceu vários pares de ângulos congruentes. Escreva-os novamente, apresentando, em cada caso, a justificativa para a congruência.

____

____

____

____

____

____

____

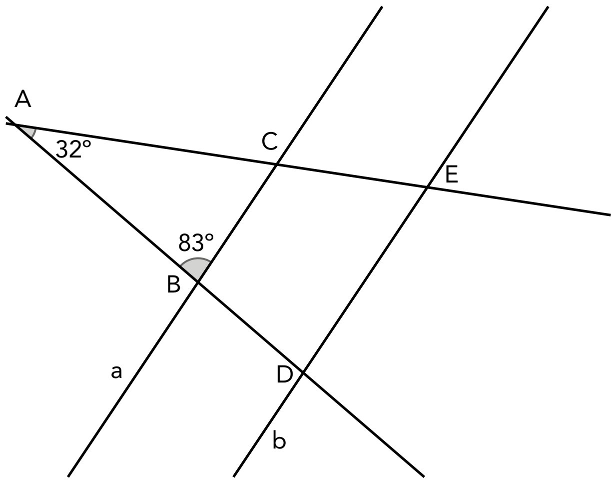
____

____

ATIVIDADE 6

Página 129 no Caderno do Aluno

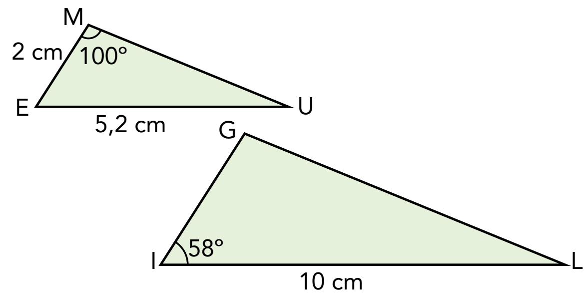
As retas a e b são paralelas. Quais são as medidas dos ângulos internos dos triângulos BCA e DEA?



ATIVIDADE 7

Página 129 no Caderno do Aluno

O triângulo GIL é uma ampliação proporcional do triângulo MEU.



Observe as medidas assinaladas nos desenhos anteriores e responda:

a) quais são as medidas dos ângulos internos do triângulo MEU?

b) Quais são as medidas dos ângulos internos do triângulo GIL?

c) Qual é a medida do lado IG do triângulo GIL?

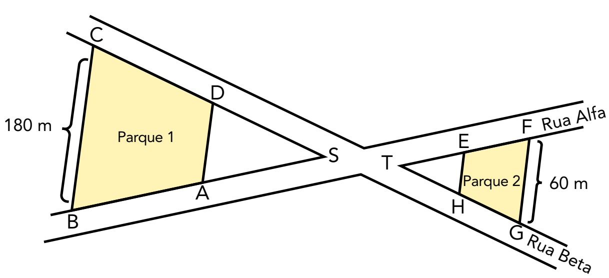
ATIVIDADE 8

Página 130 no Caderno do Aluno

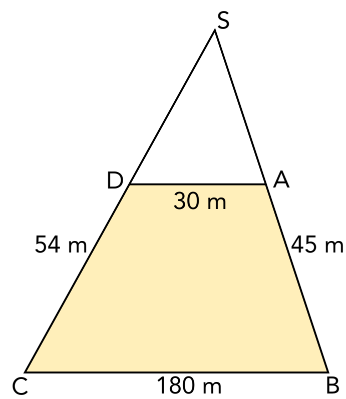
Observe a representação das ruas Alfa e Beta e dos parques 1 e 2. Os terrenos dos parques têm formato de trapézio e, além disso, as bases de um parque são paralelas às do outro. São conhecidas as seguintes medidas:

Parque 1	
Segmento	**Medida**
BC	180
AD	50
AB	45
CD	54

Parque 2	
Segmento	**Medida**
FG	60
EH	10
EF	15
GH	18



Os triângulos SAD e SBC são semelhantes, isto é, têm ângulos internos correspondentes de mesma medida e lados correspondentes cujas medidas obedecem a uma proporcionalidade. Observe-os desenhados separadamente da figura inicial. O lado $\overline{AD}$ do triângulo SAD é correspondente do lado $\overline{BC}$ do triângulo SBC.



a) Quais são os outros lados correspondentes nos dois triângulos?

____

____

____

b) que proporção podemos estabelecer entre as medidas dos lados dos triângulos SAD e SBC?

____

____

____

c) calcule as medidas dos lados de cada triângulo e escreva-as na tabela a seguir:

Triângulo SAD (m)	
Segmento	**Medida**
AS	
AD	
SD	

Triângulo SBC (m)	
Segmento	**Medida**
SB	
BC	
SC	

d) separe os triângulos TEH e TFG da figura inicial, desenhando-os novamente. Em seguida, calcule a medida dos lados de cada triângulo, registrando na tabela a seguir os valores correspondentes.

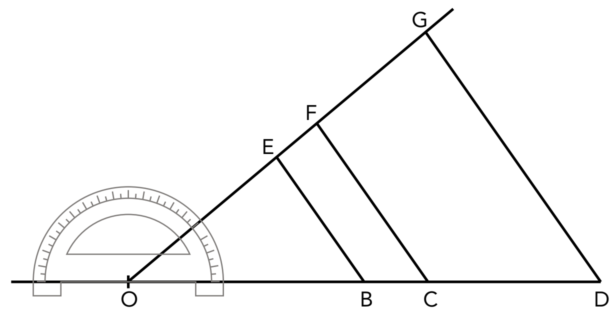
Triângulo TEH (m)	
Segmento	**Medida**
TE	
TH	
EH	

Triângulo TFG (m)	
Segmento	**Medida**
TF	
TG	
FG	

ATIVIDADE 9

Página 131 no Caderno do Aluno

Usando seu transferidor, um aluno desenhou um ângulo. Em seguida, com régua e esquadro, traçou três segmentos de reta paralelos, obtendo três triângulos (OBE, OCF e ODG).



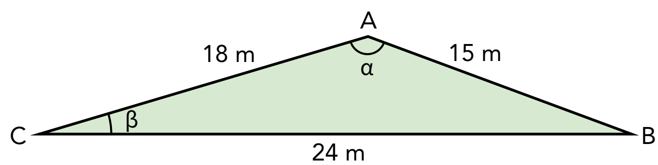
Medindo os lados do triângulo OBE, ele encontrou: $\overline{OB}$ = 12 cm; $\overline{BE}$ = 8 cm; $\overline{OE}$ = 10 cm. Em seguida, mediu os segmentos da linha horizontal e obteve: $\overline{BC}$ = 3 cm e $\overline{CD}$ = 5 cm. Então, percebeu que poderia determinar as medidas de todos os demais lados dos triângulos sem necessidade de fazer qualquer medição, apenas efetuando alguns cálculos. Calcule as demais medidas dos segmentos do desenho e escreva-as na tabela.

Segmento	$\overline{OB}$	$\overline{OC}$	$\overline{OD}$	$\overline{BE}$	$\overline{CF}$
Medida (cm)					

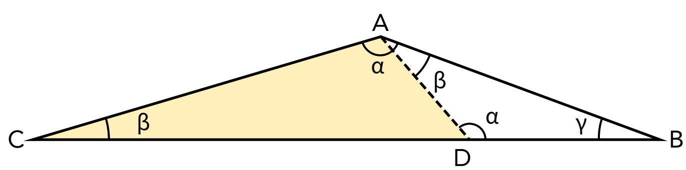
Segmento	$\overline{DG}$	$\overline{OE}$	$\overline{OF}$	$\overline{OG}$
Medida (cm)				

ATIVIDADE 10 **Página 132 no Caderno do Aluno**

O perfil do telhado de uma casa tem o formato de um triângulo escaleno, isto é, um triângulo em que não há dois lados de mesma medida, conforme o desenho a seguir.



Unindo o ponto mais alto do telhado (A) à base ($\overline{BC}$), será colocada uma viga de madeira ($\overline{AD}$), de modo que o ângulo ADB seja congruente ao ângulo BAC (α). Qual é, em metros, a medida dessa viga?



Sabendo que...

A semelhança de triângulos é o ponto de partida para diversas formalizações na Geometria plana. Um desses casos envolve cordas e/ou tangentes a circunferências, tópico conhecido por "potência de ponto", que apresentamos na sequência. Justificamos o tratamento do conceito com base no reconhecimento da congruência entre medidas de arcos e de ângulos correspondentes e na proporcionalidade entre medidas lineares.

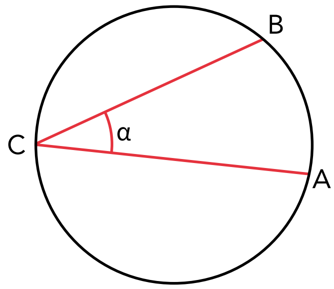
Semelhanças: cordas, arcos e ângulos

ATIVIDADE 11

Página 133 no Caderno do Aluno

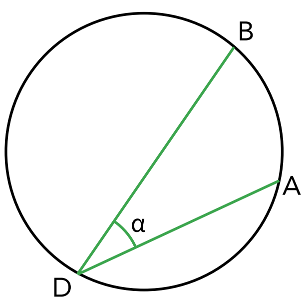
Um arco AB de uma circunferência é "enxergado" sob um ângulo α cujo vértice C pertence à circunferência (Figura 1).

Figura 1



Deslocando o vértice do ângulo até outro ponto da circunferência, D, o arco AB passa a ser "enxergado" sob um ângulo de medida igual ao anterior, isto é, de medida igual a α (Figura 2).

Figura 2



Sobrepondo as Figuras 1 e 2, obtemos uma situação em que dois triângulos semelhantes se destacam: PBC e PAD (Figuras 3 e 4).

Figura 3

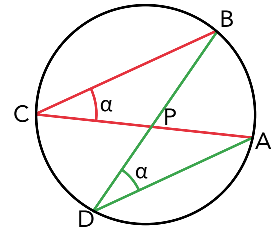
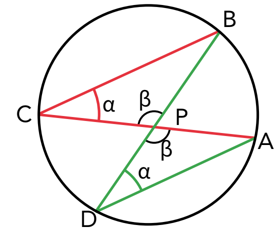


Figura 4

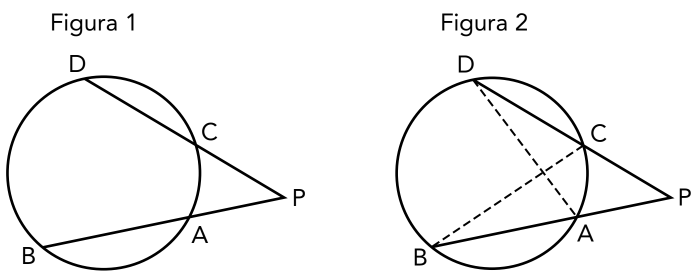


a) identifique os ângulos correspondentes nos dois triângulos e escreva uma proporção entre as medidas de seus lados.

b) com base na proporção entre as medidas dos lados, verifique a validade da relação: (PC) · (PA) = (PB) · (PD)

ATIVIDADE 12 **Página 134 no Caderno do Aluno**

Um ponto P é o encontro de duas cordas de uma mesma circunferência (Figura 1). Unindo os pontos em que as cordas cruzam a circunferência, podemos observar dois triângulos (Figura 2).



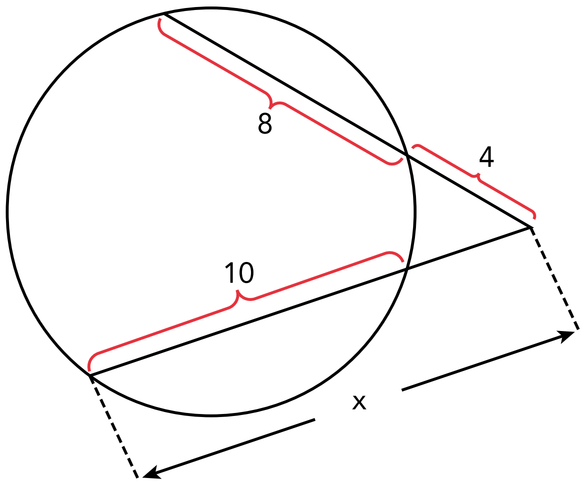
a) assinale na Figura 2 os ângulos internos dos triângulos PAD e PCB, atribuindo a eles letras iguais a ângulos congruentes.

b) escreva a proporção entre as medidas dos lados dos triângulos PAD e PCB.

c) com base na proporção escrita, verifique que é válida a relação
(PA) · (PB) = (PC) · (PD).

ATIVIDADE 13 **Página 135 no Caderno do Aluno**

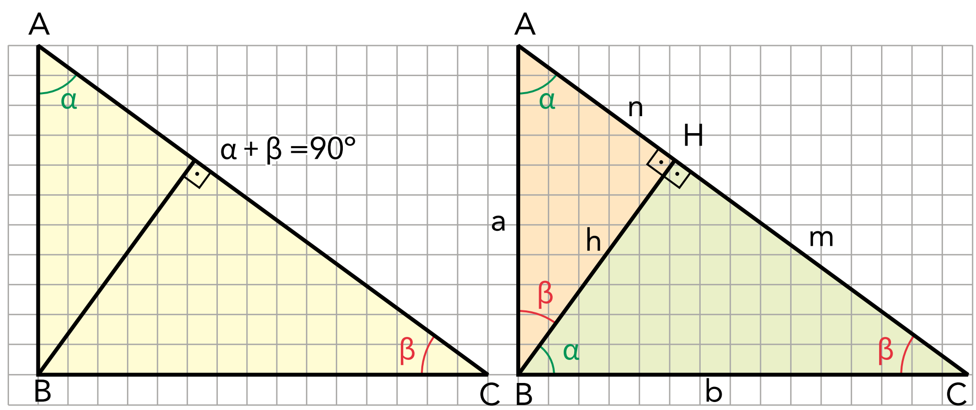
De acordo com as medidas indicadas na figura a seguir, qual é a medida x?



TEMA 3. RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO E TEOREMA DE PITÁGORAS

ATIVIDADE 1 Página 136 no Caderno do Aluno

Traçando a altura relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo, são obtidos dois novos triângulos retângulos, semelhantes entre si, como representado na figura:



a) Um dos triângulos tem lados a, n e h, enquanto o outro tem lados b, m e h. Desenhe separadamente os dois triângulos e escreva a proporção entre as medidas dos lados correspondentes.

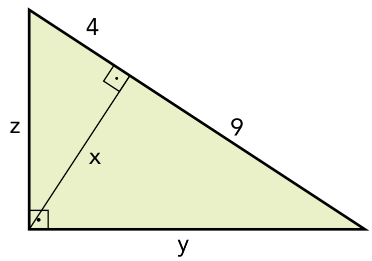
b) Verifique que o quadrado da medida da altura traçada é igual ao produto das medidas das projeções dos catetos sobre a hipotenusa. Em outras palavras, verifique que $h^2 = m \cdot n$.

ATIVIDADE 2

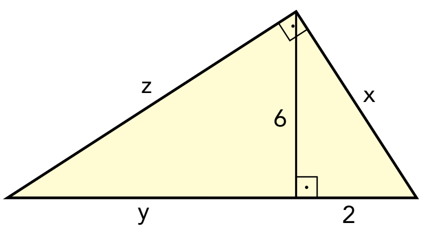
Página 137 no Caderno do Aluno

Determine as medidas x, y e z em cada figura:

a)



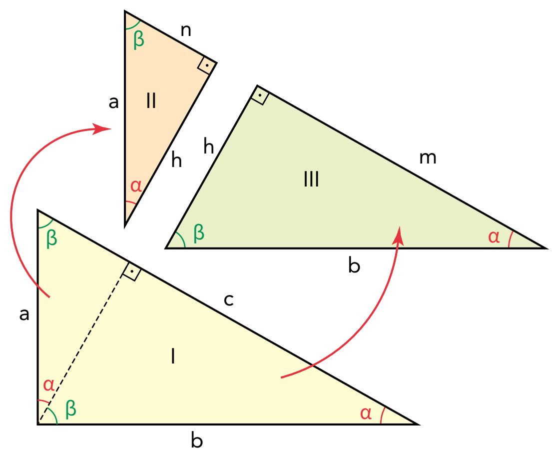
b)



ATIVIDADE 3

Página 137 no Caderno do Aluno

Observe a figura com o triângulo retângulo maior I sendo separado em dois triângulos retângulos menores (II e III) pela altura relativa à hipotenusa do triângulo maior. Os três triângulos são semelhantes, pois possuem ângulos correspondentemente congruentes.



a) Escreva a proporção entre as medidas dos lados dos triângulos I e II.

b) Verifique que o quadrado da medida do cateto é igual ao produto da medida da hipotenusa pela medida da projeção do cateto sobre ela. Em outras palavras, $a^2 = c \cdot n$

c) escreva a proporção entre as medidas dos lados dos triângulos I e III.

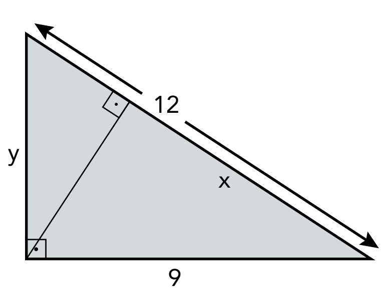
d) Verifique que o quadrado da medida do cateto é igual ao produto da medida da hipotenusa pela medida da projeção do cateto sobre ela. Em outras palavras, $b^2 = c \cdot m$.

ATIVIDADE 4

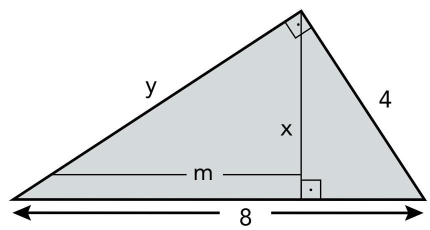
Página 138 no Caderno do Aluno

Determine as medidas x e y em cada triângulo.

a)



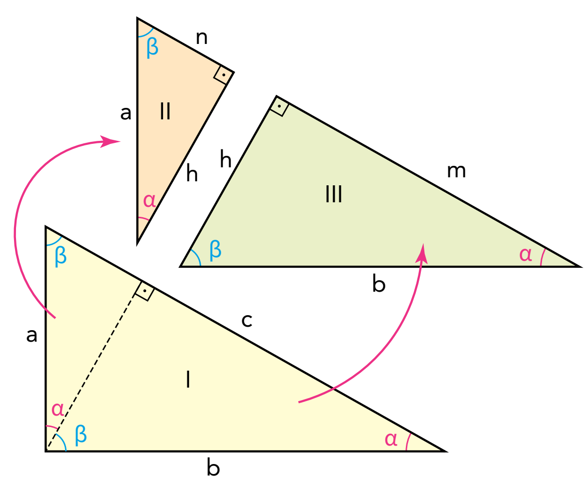
b)



ATIVIDADE 5

Página 138 no Caderno do Aluno

Considere novamente a semelhança entre os triângulos I e II, bem como entre os triângulos I e III, discutida na atividade 3.



Com base na semelhança entre esses pares de triângulos, foram obtidas as relações:

$a^2 = c \cdot n$

$b^2 = c \cdot m$

Adicionando essas duas expressões, termo a termo, e, em seguida, colocando c em evidência, fazemos surgir uma expressão matemática traduzida na linguagem cotidiana da seguinte forma:

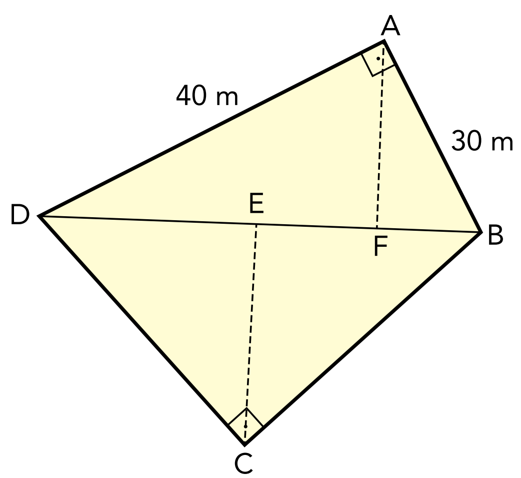
Em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos

Esse é o enunciado do teorema de Pitágoras. Faça a verificação e escreva a sentença matemática do teorema de Pitágoras, que relaciona a hipotenusa (c) aos catetos (a) e (b).

ATIVIDADE 6

Página 139 no Caderno do Aluno

Um quadrilátero ABCD pode ser separado em dois triângulos retângulos ABD e BCD, sendo que BCD é isósceles, conforme representado na figura. AF é a altura relativa à hipotenusa de ABD e CE é a altura relativa à hipotenusa de BCD. Determine a medida dos segmentos:



a) BD

b) DF

c) BF

d) AF

e) BC

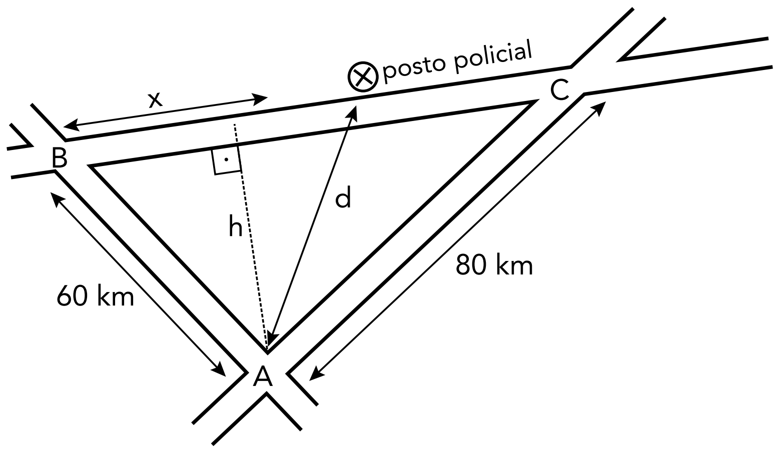
f) BE

g) CE

h) FE

ATIVIDADE 7 **Página 140 no Caderno do Aluno**

Duas rodovias retilíneas cruzam-se perpendicularmente na cidade A. Em uma das rodovias, a 60 km de distância de A, encontra-se uma cidade B; na outra, a 80 km de A, encontra-se outra cidade, C. Outra rodovia, também retilínea, liga as cidades B e C.



Pergunta-se:

a) qual é a distância entre B e C?

b) qual é a menor distância de A até a rodovia que liga B a C?

c) um posto policial deve ser construído na rodovia que liga B a C, devendo situar-se à mesma distância de B e C. Qual é a distância do posto policial até A?

4. RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Página 141 no Caderno do Aluno

Razões trigonométricas de ângulos agudos no triângulo retângulo.

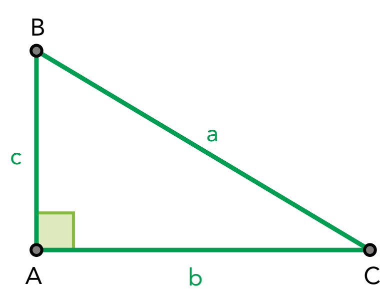
Nas atividades a seguir, estudaremos a importante noção de razão trigonométrica de um ângulo agudo no triângulo retângulo, assunto que será tratado com mais profundidade no Ensino Médio, especificamente quando se estudará a trigonometria.

Na história da Matemática, os estudos iniciais a respeito da trigonometria, são associados ao grego Hiparco, que relacionou os lados e os ângulos agudos de um triângulo retângulo.

As razões trigonométricas, fundamentam-se em três relações fundamentais: **seno, cosseno** e **tangente**.

$$\text{Seno} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \qquad \text{Cosseno} = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} \qquad \text{Tangente} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

Vamos determinar as relações de acordo com o triângulo BAC, que possui lados que medem a, b e c.



$$\text{seno } \hat{B} = \frac{b}{a} \qquad \text{cosseno } \hat{C} = \frac{b}{a}$$

$$\text{seno } \hat{C} = \frac{c}{a} \qquad \text{tangente } \hat{B} = \frac{c}{b}$$

$$\text{cosseno } \hat{B} = \frac{c}{a} \qquad \text{tangente } \hat{C} = \frac{c}{b}$$

PARA SABER MAIS...

Razões trigonométricas no triângulo retângulo:
https://brasilescola.uol.com.br/matematica/seno-cosseno-tangente-angulos.htm ,
acesso em 31/03/2019.

Tabela trigonométrica

	30°	45°	60°
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\sqrt{3}$

Nas situações envolvendo outros ângulos, os valores trigonométricos podem ser obtidos por intermédio de uma calculadora científica, que dispõe das teclas sen (seno), cos (cosseno) e tan (tangente). Outra opção seria dispor de uma tabela trigonométrica.

ATIVIDADE 1

Página 142 no Caderno do Aluno

(Unisinos – RS) Um avião levanta voo sob um ângulo constante de 20°. Após percorrer 2.000 metros em linha reta, qual será a altura atingida pelo avião, aproximadamente?

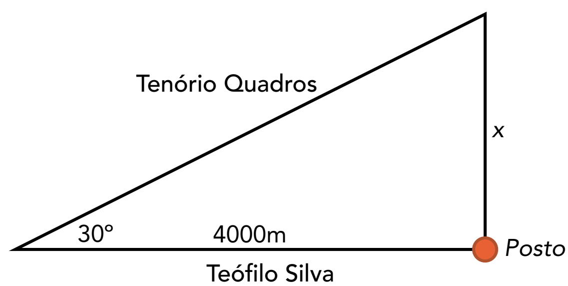
(Utilize: sen 20° = 0,342;

cos 20° = 0,94 e tg 20° = 0,364)

ATIVIDADE 2

Página 142 no Caderno do Aluno

4) (Cefet – PR) A rua Tenório Quadros e a avenida Teófilo Silva, ambas retilíneas, cruzam-se conforme um ângulo de 30°. O posto de gasolina Estrela do Sul encontra-se na avenida Teófilo Silva a 4 000 m do citado cruzamento. Sabendo que o percurso do posto Estrela do Sul até a rua Tenório quadros forma um ângulo de 90° no ponto de encontro do posto com a rua Teófilo Silva, determine em quilômetros, a distância entre o posto de gasolina Estrela do Sul e a rua Tenório Quadros?



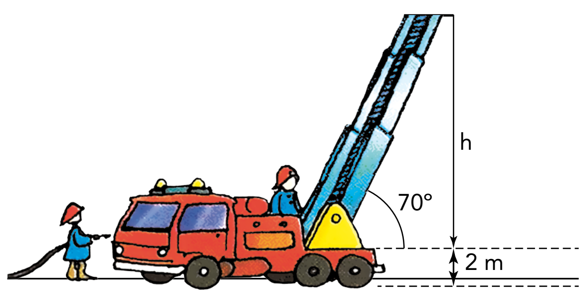
ATIVIDADE 3 **Página 143 no Caderno do Aluno**

De um ponto A, um agrimensor enxerga o topo T de um morro, conforme um ângulo de 45°. Ao se aproximar 50 metros do morro, ele passa a ver o topo T conforme um ângulo de 60°. Determine a altura do morro.

ATIVIDADE 4

Página 143 no Caderno do Aluno

(AAP) Uma escada de um carro de bombeiros pode se estender até um comprimento máximo de 30 m, quando é levantada até formar um ângulo máximo de 70°. A base da escada está colocada sobre um caminhão, a uma altura de 2 m do solo, conforme indica a figura a seguir.



Dados: sen 70°= 0,94; cos 70°=0,34; tg 70°=2,75

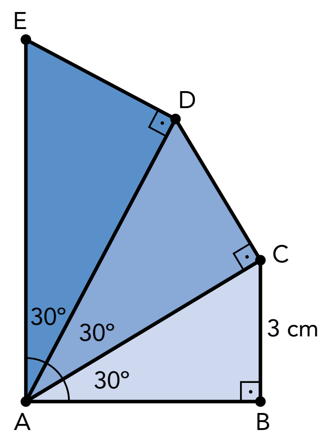
A altura (h) é de:

(A) 12 m.

(B) 28 m.

(C) 30 m.

(D) 32 m.



(AAP) A figura a seguir é formada por três triângulos retângulos com ângulos agudos de 30° e o segmento BC mede 3 cm.

Então a medida do segmento ED em centímetros, será:

(A) 4

(B) 6

(C) $3\sqrt{3}$

(D) 12

MATEMÁTICA

ENSINO MÉDIO

MATEMÁTICA

1ª Série – Ensino Médio

1. Organização das Grades Curriculares

Apresentamos, a seguir, uma grade curricular para a transição do material de apoio do Currículo do Estado de São Paulo, contendo os temas, a descrição das habilidades do Currículo Oficial de Matemática, vigente e sua respectiva relação com o Currículo Paulista, além de algumas orientações pedagógicas, para os quatro anos finais do Ensino Fundamental.

A lista dos conteúdos curriculares e habilidades, em Matemática, não é rígida e inflexível. O que se pretende é a articulação entre os temas (álgebra, geometria, grandezas e medidas, números e probabilidade e estatística), tendo em vista os princípios que fundamentam o Currículo Oficial: a busca de uma formação voltada para as competências pessoais, a abordagem dos conteúdos que valorize a cultura e o mundo do trabalho, a caracterização da escola como uma organização viva, que busca o ensino, mas que também aprende com as circunstâncias.

Enfim, ao fixar os conteúdos disciplinares/objetos de conhecimento, é preciso ter em mente que a expectativa de todo o ensino é que a aprendizagem efetivamente ocorra. As disciplinas curriculares não são um fim em si mesmas, o que se espera dos conteúdos é que eles realmente possam ser mobilizados, tendo em vista o desenvolvimento de competências pessoais, tais como a capacidade de expressão, de compreensão, de argumentação etc.

Desta forma, os quadros apresentados destacam as habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes em cada unidade. Tais habilidades traduzem, de modo operacional, as ações que os alunos devem ser capazes de realizar, ao final de um determinado estágio de aprendizagem, após serem apresentados aos conteúdos curriculares listados.

1.1. Grade curricular da 1ª série do Ensino Médio – 3° Bimestre

ENSINO MÉDIO - CURRÍCULO DE MATEMÁTICA - 1ª SÉRIE (3° BIMESTRE)		
Currículo Oficial – SEE-SP		**BNCC**
Tema / Conteúdo	**Habilidades**	**Competências Gerais**
• Relações • Funções exponenciais e logarítmicas • Crescimento exponencial. • Função exponencial equações e inequações. • Logaritmos, definição e propriedades. • Função logarítmica: equações e inequações.	• Conhecer a função exponencial e suas propriedades relativas ao crescimento ou decrescimento • Compreender o significado dos logaritmos como expoentes convenientes para a representação de números muito grandes ou muito pequenos, em diferentes contextos. • Conhecer as principais propriedades dos logaritmos, bem como a representação da função logarítmica, como inversa da função exponencial. • Saber resolver equações e inequações simples, usando propriedades de potências e logaritmos. • Conhecer o significado, em diferentes contextos, do crescimento e do decrescimento exponencial, incluindo-se os que se expressam por meio de funções de base e	2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. 4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

1.1.1 Funções exponenciais e logarítmicas.

Para iniciar os comentários referentes a esta seção convém ressaltar que o conceito base das funções exponencial e logarítmica, remete à potência de um número, cujo desenvolvimento já vem sendo tratado nos anos finais do Ensino Fundamental. No Ensino Médio, consolidamos seus significados, sistematizando os fatos e apresentando a função exponencial, com destaque para sua forma peculiar de crescimento ou decrescimento.

Os logaritmos são uma "invenção" engenhosa do início do século XVII, cuja motivação inicial era a simplificação dos cálculos, em uma época de limitados instrumentos para tal. Apesar da abundância de recursos atuais, permanecem como um tema especialmente relevante, não em razão de tais simplificações, mas pela sua adequação em descrever fenômenos em que as variáveis aparecem no expoente. Apresentar seu significado mais profundo, o que contribuiu para conservar sua importância, juntamente com as propriedades mais relevantes para seu uso em diferentes contextos, talvez seja o objetivo principal em se abordar tal conteúdo.

É importante ressaltar que ambos conteúdos sejam abordados de maneira articulada, a distinção entre eles, é estritamente ligada a uma troca de posições entre as variáveis, de tal forma que:

- se $y=a^x$, considerando x a variável independente e $0 < a \neq 1$, escrevemos $y = f(x) = a^x$, e temos uma função exponencial.
- quando y é a variável independente e $0 < a \neq 1$, escrevemos $x = g(y) = \log_a y$, e temos uma função logarítmica.

As funções exponenciais e logarítmicas são inversas.

Apesar de que o caráter estritamente matemático seja importante no desenvolvimento de um conteúdo, não podemos deixar de contemplar suas aplicações em situações-problema. Desta forma, reiteramos que as diversas contextualizações dos logaritmos (graus de terremotos, acidez de líquidos, intensidade sonora, magnitude de estrelas, cálculos de juros etc.) são possibilidades de enriquecimento de uma determinada sequência de atividades em sala de aula.

A título de aprofundamento, apresentamos uma função exponencial, do tipo $y=a^x$, particularmente importante na representação de diversos fenômenos naturais, em que a base **a** é o número neperiano, representado pela letra , cujo valor é 2,71828188459045... ou seja, é aproximadamente igual a 2,7183. Tal como o número π que representa a razão constante entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro, o número e tem um significado especialmente importante, quando se estudam as diversas formas de uma função f(x) crescer ou decrescer. O estudo de fenômenos que envolvem crescimento ou decrescimento de populações, desintegração radioativa, juros compostos, entre outros, torna natural o aparecimento deste número.

Tal como o número π, o número e é irracional e transcendente. Os irracionais como $\sqrt{2}$ não são razões entre inteiros, são raízes de equações algébricas com coeficientes inteiros (por exemplo, $x^2 - 2 = 0$) Um número irracional é transcendente quando não existe equação algébrica com coeficientes inteiros que o tenha como raiz, e esse o é o caso de números como π e e.

O mais importante no momento é a utilização de uma função exponencial particular, que vai ampliar significativamente o repertório de recursos para o tratamento matemático de diversos fenômenos em diferentes contextos.

Os tópicos, apresentados, podem ser encontrados no Material de Apoio ao Currículo Oficial do Estado de São Paulo, nas respectivas Situações de Aprendizagem:

Situação de aprendizagem 1: As potências e o crescimento exponencial: A função exponencial, Vol. 2, 1ª série do Ensino Médio, p. 11 a 20.

Situação de Aprendizagem 2: Quando o expoente é a questão, o logaritmo é a solução: A força da ideia de logaritmo, Vol. 2, 1ª série do Ensino Médio, p. 20 a 38.

Situação de Aprendizagem 3: As funções com variável no expoente: A exponencial e sua inversa, a logarítmica, Vol.2, 1ª série do Ensino Médio, p. 38 a 46.

Situação de Aprendizagem 4: As múltiplas faces das potências e dos logaritmos: Problemas envolvendo equações e inequações e diferentes contextos, Vol. 2, 1ª série do Ensino Médio, p. 47 a 59.

Situação de Aprendizagem 4: Os fenômenos naturais e o crescimento ou decrescimento exponencial: O número e, Vol. 2, 3ª série do Ensino Médio, p. 40 a 55

Além das situações de aprendizagem, sugerimos alguns recursos audiovisuais, da plataforma Matemática Multimídia:

- Osso duro de roer, disponível em: **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1146** (acesso em: 28/11/2018).
- Baralho mágico, disponível em: **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/998** (acesso em: 28/11/2018)
- Overdose, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1147** (acesso em: 28/11/2018)
- A aparição, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1050** (acesso em: 28/11/2018)

1. TEMA: CRESCIMENTO/DECRESCIMENTO EXPONENCIAL E FUNÇÃO EXPONENCIAL

ATIVIDADE 1

Página 161 no Caderno do Aluno

(Adaptada ENEM, 2008) Fractal (do latim fractus, fração, quebrado) – objeto que pode ser dividido em partes que possuem semelhança com o objeto inicial. A geometria fractal, criada no século XX, estuda as propriedades e o comportamento dos fractais – objetos geométricos formados por repetições de padrões similares.

O triângulo de Sierpinski, uma das formas elementares da geometria fractal, pode ser obtido por meio dos seguintes passos:

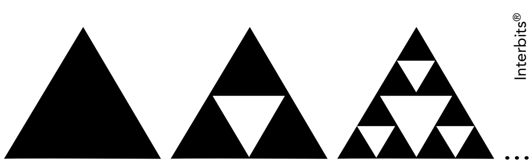


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Observe que, com base nesse desenho, podemos realizar algumas operações matemáticas com a utilização da potenciação.

Figura	Quantidade de triângulos	Potência correspondente
1	1	3^0
2	3	3^1
3	9	3^2
4	27	3^3
5	81	3^4
6	243	3^5
⋮	⋮	⋮
10		

Observe que em cada figura seguinte do fractal, em cada triângulo escuro temos 3 novos triângulos, que se subdividem regularmente obtendo uma potência de base 3 correspondentes ao número de triângulos representados.

Complete a tabela, escrevendo em forma de potência quantos triângulos haveria na Figura 10 e a Potência correspondente a esse resultado.

ATIVIDADE 2

Página 161 no Caderno do Aluno

Observe cada sequência abaixo e preencha as lacunas.

- se $a^n = 3^4$ então, o valor de a = 3 e o valor de n = 4;
- se $2^m = 2^5$ então, o valor de m = 5;
- se $3^6 = 3^t$ então, ______________________
- se $5^r = 25$, logo $5^r = 5^2$ então, o valor de r = ______________________
- se $3^S = 81$, logo __________ então, __________
- se $4^X = \frac{1}{16}$ logo, $4^X = \frac{1}{4^2}$ então, o valor de x= ______________________

ATIVIDADE 3

Página 162 no Caderno do Aluno

Em um estacionamento há 4 automóveis, em cada automóvel há 4 rodas e em cada roda há 4 parafusos.

O total de parafusos desses quatro automóveis pode ser expresso por

(A) 4^0

(B) 4^1

(C) 4^2

(D) 4^3

(E) 4^4

ATIVIDADE 4

Página 162 no Caderno do Aluno

No quadrado mágico, cada letra representa uma potência de base 3, sabendo que o produto dos números de cada linha, coluna ou diagonal é 3^6.

3^5	A	3^3
B	3^2	C
3	D	E

A potência que a letra C representa é

(A) 3^4

(B) 3^2

(C) 3

(D) 3^0

(E) 3^{-1}

Existem situações em que nos deparamos com multiplicações ou divisões de potências de bases diferentes. Quando isso ocorre, devemos nos lembrar que qualquer número inteiro ou é primo ou é composto por fatores primos e decompor todos a fatores primos.

Exemplo: qual o valor do produto das potências: $3^2 . 12^{-3} \cdot 27^1 \cdot 2^6$?

Decompondo em fatores primos temos: $3^2 \cdot (2 \cdot 2 \cdot 3)^{-3} \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3)^1 \cdot 2^6$ e podemos escrever da seguinte maneira: $3^2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{-3} \cdot (3^3)^1 \cdot 2^6$

Através da propriedade das potências temos que os expoentes que estão dentro dos parênteses deverão ser multiplicados pelos expoentes que estão fora dos parênteses:

$3^2 \cdot 3^{-3} \cdot 3^3 \cdot 2^6 \cdot 2^{-6}$

Pela propriedade das potências, quando ocorre a multiplicação de potências de mesma base, mantemos a base e somamos os expoentes:

$3^{2-3+3} \cdot 2^{6-6} = 3^2 \cdot 2^0$

Calculando as potências, temos:

$9 \cdot 1 = 9$

ATIVIDADE 5

Página 163 no Caderno do Aluno

Utilizando o raciocínio acima, descubra o valor de cada expressão:

a) $2^3 \cdot 4^2 \cdot 8^{-2} =$

b) $3^2 \cdot 27^{-1} \cdot 9^1 =$

c) $5^3 \cdot 25^{-1} \cdot 625^0 =$

d) $4^3 \cdot 27^2 \cdot 32^{-1} \cdot 2^1 \cdot 9^3 =$

e) $10^3 \cdot 25^{-2} \cdot 20^{-2} \cdot 2^2 \cdot 5^3 =$

ATIVIDADE 6

Página 163 no Caderno do Aluno

O valor da expressão $2^5 \cdot 10^5 \cdot 20^{-3}$ é:

(A) 300.

(B) 400.

(C) 500.

(D) 600.

(E) 700.

Equações exponenciais

Depois de revisar as propriedades das potências, podemos então explorar e resolver as equações exponenciais, para tanto é necessário conhecer e aplicar bem as regras e as propriedades das potências, assim como, dependendo do valor da base, utilizar tabelas e calculadoras científicas.

Observe o exemplo: $\mathbf{2^{x+3} = 32}$

Utilizando as propriedades de potências de expoentes inteiros, já estudadas podemos escrever o número 32 em fatores primos ($32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$), tornando possível trabalhar com os expoentes.

Se, $\mathbf{2^{x+3} = 2^5}$, então $\mathbf{x + 3 = 5}$ e, portanto, $\mathbf{x = 2}$.

ATIVIDADE 7

Página 164 no Caderno do Aluno

Tomando como referência as propriedades observadas na atividade anterior, calcule o valor de ***t*** nas equações abaixo:

a) $3^{t+1} = 9$ b) $5^{2t-2} = 25$

c) $4^t = 2^4$ d) $2^{t+1} = \frac{1}{8}$

ATIVIDADE 8

Página 164 no Caderno do Aluno

Você conhece a lenda da vitória-régia?[1]

"Muito popular no Brasil, principalmente na região Norte, diz a lenda que a Lua era um deus que namorava as mais lindas jovens índias e sempre que se escondia, escolhia e levava algumas moças consigo. Em uma aldeia indígena, havia uma linda jovem, a guerreira Naiá, que sonhava com a Lua e mal podia esperar o dia em que o deus iria chamá-la. Numa noite em que o luar estava muito bonito, a moça chegou à beira de um lago, viu a lua refletida no meio das águas e acreditou que o deus havia descido do céu para se banhar ali. Assim, a moça se atirou no lago em direção à imagem da Lua. Quando percebeu que aquilo fora uma ilusão, tentou voltar, porém não conseguiu e morreu afogada. Comovido pela situação, o deus Lua resolveu transformar a jovem em uma estrela diferente de todas as outras: uma estrela das águas – Vitória-régia. Por esse motivo, as flores perfumadas e brancas dessa planta só abrem no período da noite."

Em um lago, há um conjunto de vitórias-régias. Todo dia, o conjunto dobra de tamanho. Há um biólogo fazendo o acompanhamento deste conjunto de vitórias-régias desde o dia em que viu duas delas no lago. Os números observados são anotados em uma tabela.

Dia	Conjunto de vitórias régias	Potência correspondente
1	2	2^1
2	4	2^2
3	8	2^3
4	16	2^4
5	32	2^5
6	64	2^6
7	128	2^7
8		
9		
10		
⋮		
D		

A regularidade da multiplicação pelo fator 2, a cada ano, conduz naturalmente à representação do conjunto de vitórias-régias correspondente, de modo simplificado, por meio de uma potência de 2.

Considerando a situação descrita pela tabela apresentada, indique:

a) complete as linhas da tabela correspondente aos dias 8, 9 e 10.

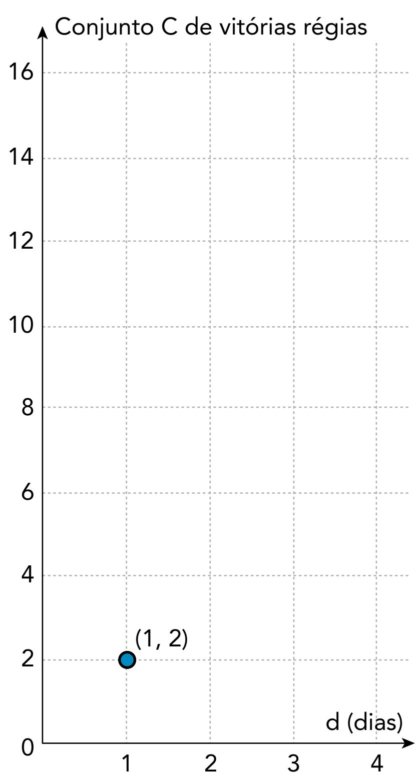
b) como você representaria o conjunto **C** de vitórias-régias no dia **D** de observação deste biólogo?

1 Texto Adaptado. Disponível em https://brasilescola.uol.com.br/folclore/vitoria-regia.htm. Acesso em 01/03/2019

c) como você representaria o conjunto C de vitórias-régias um dia antes do biólogo iniciar esta observação?

d) em 25 dias, o conjunto de vitória-régia cobre todo o lago. Quantos dias seriam necessários para que o conjunto cobrisse a metade do lago?

e) represente a situação descrita em um plano cartesiano e analise o crescimento do número de vitórias-régias no conjunto observado neste lago.



ATIVIDADE 9

Página 165 no Caderno do Aluno

Para estudo dos gráficos das funções exponenciais do tipo $f(x) = a^x$, sendo $a > 0$ e $a \neq 1$ para todo número real, construímos a seguir uma tabela com diversos valores correspondentes de f(x) para alguns valores de a.

a) Preencha os espaços em branco da tabela abaixo:

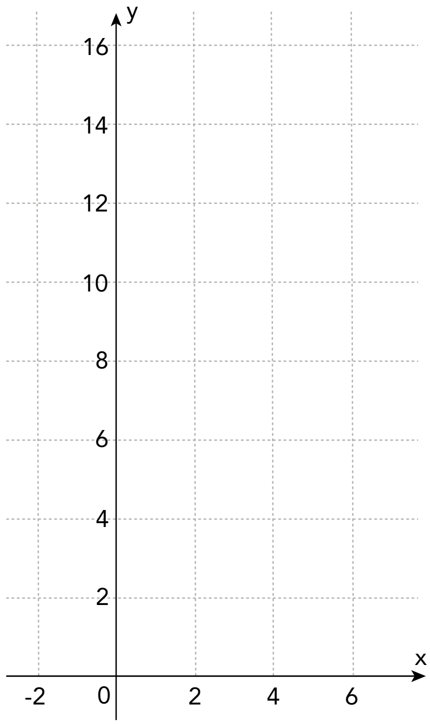
x	$f(x) = 2^x$	$g(x) = 3^x$	$h(x) = 4^x$
2			
1			
0			
–1			

x	$i(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	$j(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$	$m(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$
2			
1			
0			
–1			

b) Tendo como base os valores obtidos na tabela, vamos esboçar os gráficos das funções exponenciais a seguir para identificar suas características fundamentais, observando o domínio, a imagem e o crescimento ou o decrescimento em cada caso.

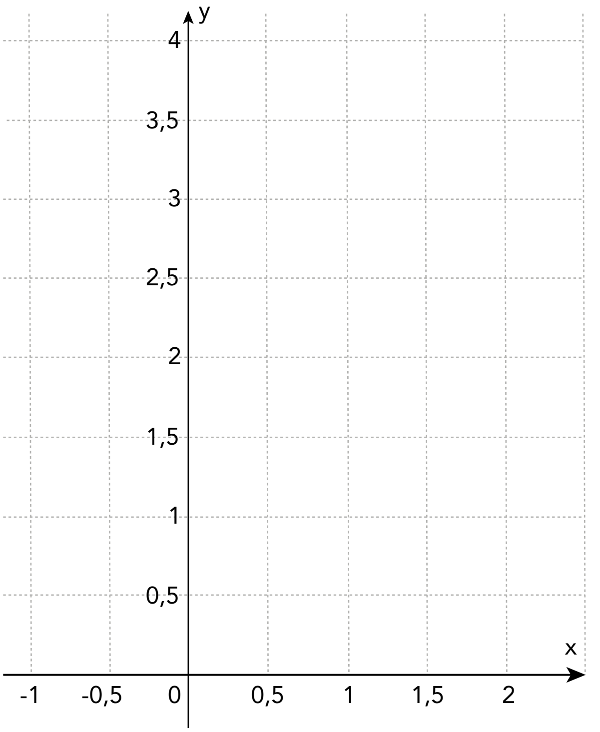
Para isso, construa os gráficos das funções em um mesmo sistema de eixos e descreva as características fundamentais das funções indicadas em cada caso.

- $f(x) = 2^x$, $g(x) = 3^x$ e $h(x) = 4^x$



Quais são as semelhanças entre f(x), g(x) e h(x)?

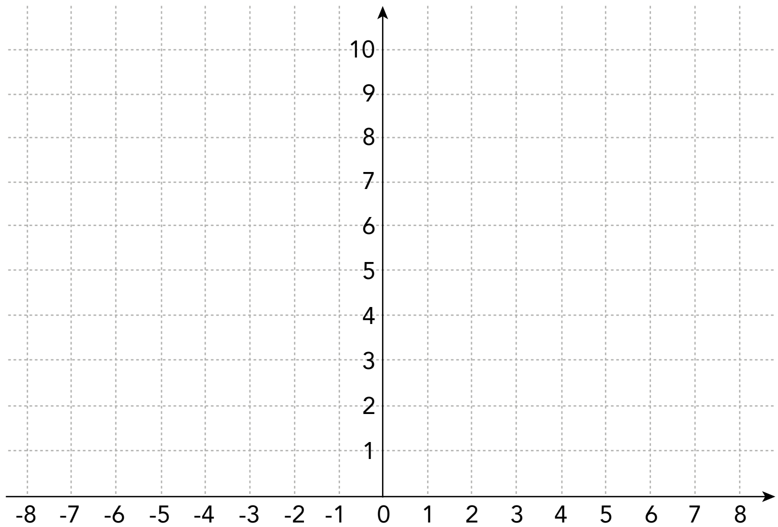
- $i(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $j(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ e $m(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$



Quais são as semelhanças entre i(x), j(x) e m(x)

Em $f(x) = a^x$, o que acontece com a curva da função quando o valor de "a" está entre 0 e 1 e vamos diminuindo-o cada vez mais?

- $f(x) = 2^x$ e $i(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



Quais são as semelhanças entre f(x) e i(x)?

____

____

____

____

____

Qual a principal diferença notada entre f(x) e i(x)?

____

____

____

____

____

____

____

ATIVIDADE 10

Página 167 no Caderno do Aluno

Analisando as tabelas e os gráficos que você construiu, preencha as lacunas do quadro com as palavras que completam o resumo das observações acerca do estudo das funções exponenciais:

1. Quando x aumenta uma unidade a partir de qualquer valor a^x também aumenta, ou seja, a função $f(x) = a^x$ é:

____

2. Sendo $a > 1$, quando o valor de x aumenta, o valor de a^x também aumenta, ou seja, a função $f(x) = a^x$ é:

____

3. Sendo $0 < x < 1$, quando o valor de x aumenta, o valor de a^x diminui, ou seja, a função $f(x) = a^x$ é:

____

crescente – decrescente – multiplicada por a

MOMENTO DIGITAL

Construção de gráfico com auxílio de um software

Alguns softwares livres, como o Geogebra, o Graphmatica ou o Winplot, podem ser utilizados para construir gráficos de funções de vários tipos. Veja a seguir, como exemplo, o gráfico das funções exponenciais desenhados com o auxílio do Geogebra:

Para aprofundar o estudo das funções exponenciais utilizando o software gratuito de geometria dinâmica "Geogebra", escolha uma das opções abaixo:

Geogebra para computador com sistema operacional Windows: **https://download.geogebra.org/package/win-autoupdate**, acesso em 01/04/2019.

Geogebra para celular com sistema operacional Android: **https://play.google.com/store/apps/details?id=org.geogebra.android**, acesso em 01/04/2019;

Geogebra para celular com sistema operacional IOS: **https://itunes.apple.com/us/app/geogebra-graphing-calculator/id1146717204**, acesso em 01/04/2019

Geogebra online: **https://www.geogebra.org/m/KGWhcAqc**, acesso em 01/04/2019

Para construir as funções acima, basta digitar na caixa de entrada do Geogebra.

I) f(x)=5^x e aperte "Enter"

Entrada:	f(x) = 5^x

II) g(x)=(1/5)^x e aperte "Enter"

Entrada:	g(x) = (1/5)^x

III) h(x)=7^x e aperte "Enter"

Entrada:	h(x) = 7^x

IV) p(x)=9^x e aperte "Enter"

Entrada:	p(x) = 9^x

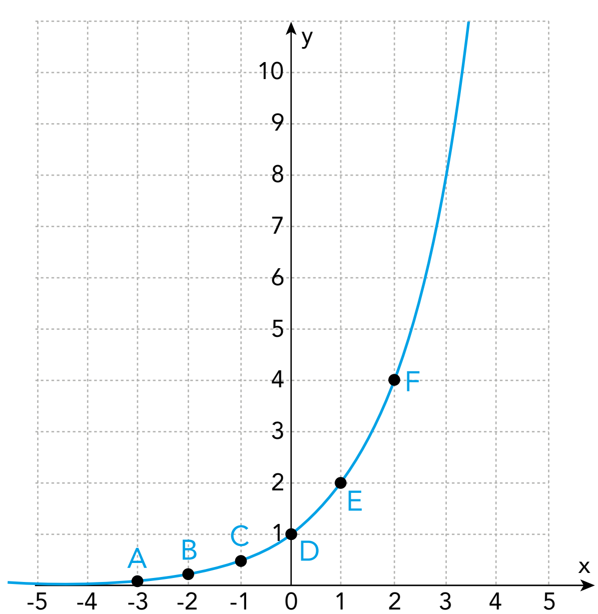
V) q(x)=15^x e aperte "Enter"

Entrada:	q(x) = 15^x

ATIVIDADE 11

Página 169 no Caderno do Aluno

Observe o gráfico de uma função exponencial.



a) complete a tabela com os valores dos pontos de A a F.

Ponto	x	y
A		
B		
C		
D		
E		
F		

b) A partir da observação das coordenadas dos pontos indicados na tabela, escreva a função exponencial que corresponde a esse gráfico:

____

____

____

____

____

____

c) Que situação você conhece que envolve crescimento exponencial como representado no gráfico?

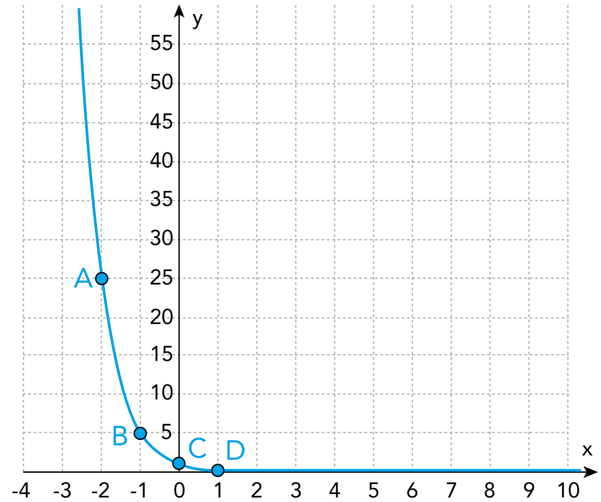
d) Crie um problema a partir da situação imaginada no item acima, propondo uma questão que possa ser respondida com os dados representados no gráfico.

ATIVIDADE 12

Página 170 no Caderno do Aluno

No seu caderno de anotações, monte uma tabela com os valores dos pontos de A a D e, a partir deles, escreva a função exponencial correspondente ao gráfico representado no plano cartesiano, conforme segue.

a) Analise o comportamento deste gráfico. A função exponencial representada é crescente ou decrescente?



b) Que situação real você conhece cujo comportamento pode ser representado pelo gráfico acima?

c) Crie um problema, a partir da situação imaginada no item anterior, propondo uma questão que possa ser respondida com os dados representados no gráfico.

ATIVIDADE 13

Página 171 no Caderno do Aluno

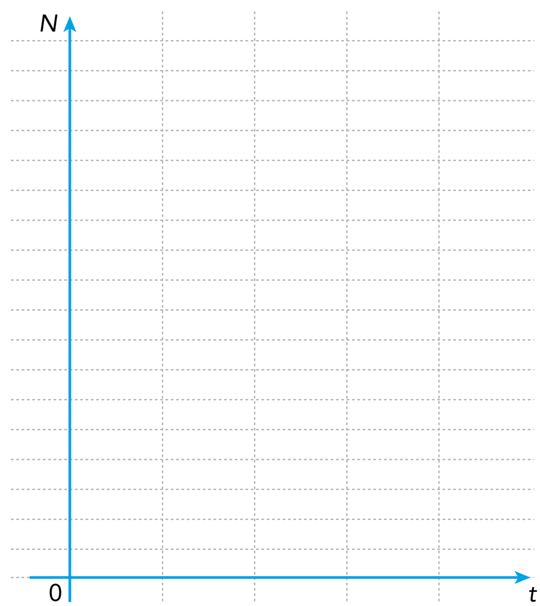
O crescimento exponencial de uma população microbiana em suspensão em meio líquido é caracterizado pela duplicação do número de células e, por conseguinte, da massa (biomassa). Durante o crescimento exponencial, o número de células aumenta de acordo com uma exponencial de base 2.

Uma população N de micróbios cresce exponencialmente de acordo com a expressão, $N = 50 \cdot 2t$, sendo t em horas.

a) calcule o valor de N para os seguintes valores de t.

Tempo de observação	$N = 50 \cdot 2^t$
t = 1h	$N = 50 \cdot 2^1 = 50 \cdot 2 = 100$
t = 2h	
t = 5h	
t = 30 min	
t = 0h (população microbiana no instante inicial de observação)	

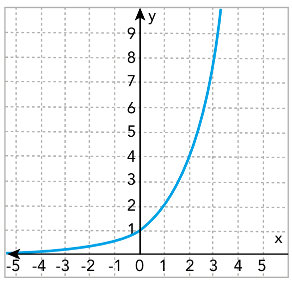
b) Esboce o gráfico de N como função de t, N = f(t). (Dica: estabeleça uma escala apropriada no eixo y.)

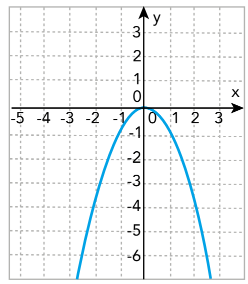


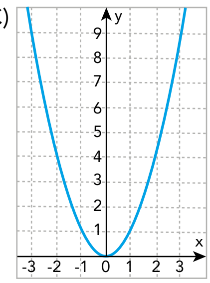
Anotações:

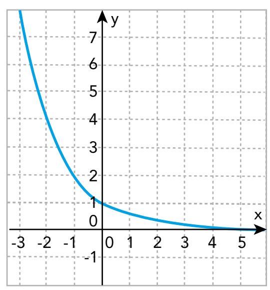
Atividade 14 Página 172 no Caderno do Aluno

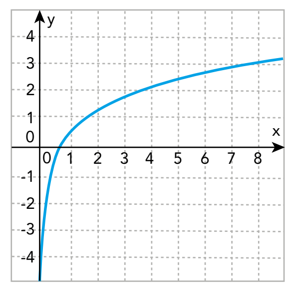
A representação gráfica da função exponencial $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ é:

(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


Atividade 15 Página 172 no Caderno do Aluno

(ENEM 2016) O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 40 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população: $P(t) = 40 \cdot 2^{3t}$ em que t é o tempo, em hora, e p(t) é a população, em milhares de bactérias. Em relação à quantidade inicial de bactérias, qual será a população bacteriana após 3 min?

ATIVIDADE 16

Página 173 no Caderno do Aluno

(ENEM 2016) O sindicato de trabalhadores de uma empresa sugere que o piso salarial da classe seja de R$ 1800.00, propondo um aumento percentual fixo por cada ano dedicado ao trabalho. A expressão que corresponde à proposta salarial (s), em função do tempo de serviço (t), em anos, é $S(t) = 1800 \cdot (1{,}03)^t$. De acordo com a proposta do sindicato, o salário de um profissional dessa empresa com 2 anos de tempo de serviço será, em reais,[2]

ATIVIDADE 17

Página 173 no Caderno do Aluno

(ENEM 2016) O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 40 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população: $P(t) = 40 \,.\, 2^{3t}$ em que t é o tempo, em hora, e p(t) é a população, em milhares de bactérias. Em relação à quantidade inicial de bactérias, qual será a população bacteriana após 3 min?

ATIVIDADE 18

Página 173 no Caderno do Aluno

Alguns bens de uso pessoal, como automóvel e computador, perdem valor em função do tempo de uso, do consequente desgaste ou mesmo porque se tornam obsoletos. Para determinar o valor de um veículo que foi comprado por R$ 30.000,00, utiliza-se a fórmula $V(t) = 30.000 \cdot 2^{-0{,}25t}$, em que a variável V (valor do veículo) depende de t, que indica o tempo em anos. Depois de quanto tempo o valor desse veículo será de R$ 15.000,00?

ATIVIDADE 19

Página 173 no Caderno do Aluno

A população de determinada cidade cresce 5% ao ano. No último censo, a população era de 12.345 habitantes. A fórmula que possibilita estimar o tamanho da população ano a ano é $P = 12.345 \cdot 1{,}05^t$. Em quantos anos a população dobrará?

2 Disponível em http://e-escola.tecnico.ulisboa.pt/topico.asp?id=233. Acesso em 07/03/2019. (Adaptado)

ATIVIDADE 20

Página 174 no Caderno do Aluno

Certa substância radioativa se decompõe de tal forma que sua massa "m" se altera a cada quatro horas, conforme a função:

$m = m_0 \cdot 2^{-0,25t}$.

O valor inicial da massa, m_0, é igual a 60 g, e o tempo é dado em horas.

Após 12 horas a massa (m), será de

(A) 60g.

(B) 30g.

(C) 7,5g.

(D) 6,0g.

(E) 3,5g.

ATIVIDADE 21

Página 174 no Caderno do Aluno

Em uma indústria, um funcionário recém-contratado produz menos que um operário experiente.

A função que descreve o número de peças produzidas diariamente por um trabalhador em uma metalúrgica é dada por $p(t) = 180 - 110 \cdot 2^{-0,5t}$. Em que t é o tempo de experiência no serviço, em semanas.

Assim sendo, um funcionário recém-contratado, produzirá diariamente nos seus primeiros dias,

(A) 70 peças.

(B) 98 peças.

(C) 103 peças.

(D) 125 peças.

(E) 235 peças.

2. TEMA: LOGARITMOS

Página 175 no Caderno do Aluno

Em nosso cotidiano ouvimos falar no pH (potencial Hidrogeniônico) da água e também de outras soluções como os itens de higiene pessoal (shampoo, sabonete, entre outros). Através do pH constatamos se uma solução é ácida, neutra ou alcalina. A escala compreende valores de 0 a 14, sendo que o 7 é considerado o valor neutro. O valor 0 (zero) representa a acidez máxima e o valor 14 a alcalinidade máxima. As substâncias são consideradas ácidas quando o valor de pH está entre 0 e 7 e alcalinas (ou básicas) entre 7 e 14. Seguem abaixo algumas soluções e respectivos valores de pH:

Vinagre: 2,9

Coca-cola: 2,5

Saliva Humana: 6,5 – 7,4

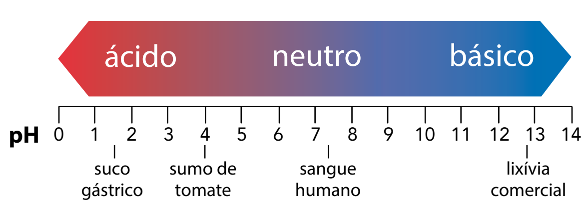
Água natural: 7

Água do mar: 8

Cloro: 12,5

Para manter o equilíbrio do pH é importante evitar alimentos com pH baixo (refrigerante, café, etc.) e consumir alimentos alcalinos como vegetais, frutas com pouco açúcar etc.

A diminuição do pH no sangue humano está relacionado com o surgimento de doenças. O valor normal do pH sanguíneo deve ser 7,4. Abaixo desse valor, a acidez do sangue torna-se um meio propício para os mais variados fungos, bactérias e vírus. Medições do pH da saliva de pacientes com câncer registraram valores entre 4,5 e 5,7. (https://www.significados.com.br/ph/ - acesso em 24/03/2019)



Fonte: **https://pt.wikipedia.org/wiki/PH** , acesso em 24/03/2019

A escala apresentada tem como referência a água destilada com temperatura de 25°C, cuja concentração de cátion (hidrogeniônica H^+) e de ânion (hidroxiliônica OH^-) são exatamente as mesmas ($H^+ = 10^{-7}$ e $OH^- = 10^{-7}$), por isso, nessa escala, o 7 representa o neutro.

O mais curioso de tudo isso é que o cálculo do pH utiliza um conceito matemático chamado logaritmo.

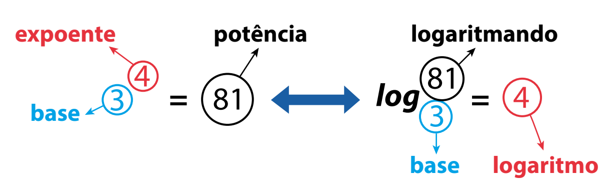
$$\mathbf{pH = -logH^+}$$

O logaritmo é uma forma diferente de escrever as potências facilitando as operações como estas.

Quando estudamos anteriormente as equações exponenciais, podemos pensar: será que existe uma operação inversa a exponencial? A resposta está nos logaritmos, pois estes escrevem os expoentes de uma forma diferente.

Por exemplo:

Sabemos que dois elevado ao cubo é igual a oito: $2^3 = 8$, mas se quiséssemos saber qual o expoente de dois cuja potência resulta em oito, precisaríamos do auxílio dos logaritmos: $\log_2 8 = 3$



Note que a base de um é mesma base do outro, o expoente de um é o logaritmo do outro e a potência de um é o logaritmando do outro.

ATIVIDADE 22

Página 176 no Caderno do Aluno

Represente em forma de logaritmo:

a) $3^2 = 9$

b) $5^2 = 125$

c) $256 = 4^4$

d) $243 = 3^5$

e) $2^x = 128$

f) $216 = 6^x$

Dica: quando não há nenhum número na base do logaritmo significa que este é decimal ou comum e sua base é 10.

ATIVIDADE 23

Página 176 no Caderno do Aluno

Represente em forma de potência:

a) $\log_2 8 = 3$

b) $\log_3 81 = 4$

c) $4 = \log_5 625$

d) $4 = \log_4 256$

e) $\log_3 27 = x$

f) $3 = \log_5 x$

g) $\log 1000 = 3$

h) $\log x = 2$

ATIVIDADE 24

Página 176 no Caderno do Aluno

É possível escrever cada número positivo como uma potência de 10.

Se N = 10n, então n = logN

Se $625 = 5^4$, então

(A) $4 = \log_5 625$

(B) $5 = \log_5 625$

(C) $10 = \log 625$

(D) $625 = \log_4 625$

(E) $625 = \log_5 625$

ATIVIDADE 25

Página 177 no Caderno do Aluno

O resultado de $\log_2 128$ é

(A) 27

(B) log 27

(C) 7

(D) 4

(E) 64

ATIVIDADE 26

Página 177 no Caderno do Aluno

O valor de p para o qual se verifica a igualdade: $\log_p 16 = 4$ é

(A) –4

(B) 4

(C) $\sqrt{2}$

(D) –2

(E) 2

ATIVIDADE 27

Página 177 no Caderno do Aluno

Sejam a, b e c três números reais tais que $\log_a(b) = c$.

O valor de $\log_a(ab)$ é

(A) a^c

(B) $1 + c$

(C) $1 – c$

(D) $a + b \cdot c$

(E) $a + c$

Os logaritmos comuns ou decimais auxiliaram e ainda auxiliam muito nos cálculos com potências de base 10 (utilizada, por exemplo, em notação científica). Para simplificar os cálculos com os logaritmos comuns ou decimais existem as famosas tabelas ou tábuas logarítmicas, como a exemplificada a seguir:

Número	Potência de base 10	Representação logarítmica	Logarítmo
10 000	10^4	log 10 000	4
7 000	$10^{3,84510}$	log 7 000	3,84510
5 000	$10^{3,69897}$	log 5 000	3,69897
3 000	$10^{3,47712}$	log 3 000	3,47712
2 000	$10^{3,30103}$	log 2 000	3,30103
1 000	10^3	log 1 000	3
700	$10^{2,84510}$	log 700	2,84510
500	$10^{2,69897}$	log 500	2,69897
300	$10^{2,47712}$	log 300	2,47712
200	$10^{2,30103}$	log 200	2,30103
100	10^2	log 100	2
70	$10^{1,84509}$	log 70	1,84509
50	$10^{1,6989}$	log 70	1,6989
30	$10^{1,47712}$	log 30	1,47712
20	$10^{1,30103}$	log 20	1,30103
10	10^1	log 10	1
7	$10^{0,84509}$	log 7	0,84509
5	$10^{0,69897}$	log 7	0,69897
3	$10^{0,47742}$	log 3	0,47742
2	$10^{0,30103}$	log 2	0,30103
1	10^0	log 1	0

Podemos notar muitas regularidades matemáticas nesta tabela, como por exemplo as semelhanças entre log7, log70, log700 e log7000, onde apenas a parte inteira se modifica (log7 ≈ 0,84509, log70 ≈ 1,84509, log700 ≈ 2,84509 e log7000 ≈ 3,84509). A parte inteira que se modificaram no exemplo acima também são fáceis de deduzir, pois 7 está entre 1 e 10, ou seja, seu logaritmo estará entre 0 ($10^0=1$) e 1 ($10^1=10$); o 70 está entre 10 e 100, ou seja, seu logaritmo estará entre 1 ($10^1=10$) e 2 ($10^2=100$); o 700 está entre 100 e 1000, ou seja, seu logaritmo estará entre 2 ($10^2 = 100$) e 3 ($10^3 = 1000$); o 7000 está entre 1000 e 10000, ou seja, seu logaritmo estará entre 3 ($10^3 = 1000$) e 4 ($10^4 = 10000$). Com os valores da tabela acima, um pouco de conhecimento de logaritmo e a observação das regularidades é possível encontrar o valor da maioria dos logaritmos comuns ou decimais. Para exemplificar, vamos encontrar o valor de log6, log60 e log600:

Como $6 = 2 \cdot 3$, temos: $\log 6 = \log(2 \cdot 3) = \log 2 + \log 3$. Segundo a tabela acima, $\log 2 \approx 0,30103$ e $\log 3 \approx 0,47712$, temos que $\log 6 \approx 0,30103 + 0,47712$, portanto $\log 6 \approx 0,77815$. Utilizando a associação feita acima, podemos concluir que, como 60 está entre 10 (10^1) e 100 (10^2), $\log 60 \approx 1,77815$. O 600 está entre 100 (10^2) e 1000 (10^3), portanto $\log 600 \approx 2,77815$.

ATIVIDADE 28

Página 178 no Caderno do Aluno

Utilizando a tabela acima, encontre o valor dos logaritmos:

a) $\log 4 \approx$ ______________________

b) $\log 40 \approx$ ______________________

c) $\log 400 \approx$ ______________________

d) $\log 9 \approx$ ______________________

e) $\log 9000 \approx$ ______________________

f) $\log 14 \approx$ ______________________

g) $\log 140 \approx$ ______________________

h) $\log 15 \approx$ ______________________

i) $\log 45 \approx$ ______________________

TEMA 3: PROPRIEDADES FUNDAMENTAIS DOS LOGARITMOS

Como vimos os logaritmos são formas diferentes de trabalhar com os expoentes, facilitando os cálculos. Suas propriedades fundamentais decorrem das correspondentes propriedades das potências.

Propriedade	Potências	Logaritmos
	$M = a^m \quad N = a^n$	$m = \log_a M \quad n = \log_a N$
Produto	$M \cdot N = a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$
Quociente	$\frac{M}{N} = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\log_a \left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$
Potência	$M^k = (a^m)^k = a^{m \cdot k}$	$\log_a(M^k) = k \cdot \log_a M$
Raiz	$\sqrt[k]{M} = M^{\frac{1}{k}} = (a^m)^{\frac{1}{k}} = a^{\frac{m}{k}}$	$\log_a \left(M^{\frac{1}{k}}\right) = \frac{1}{k} \cdot \log_a M$

Uma propriedade que facilita muito o cálculo com os expoentes através dos logaritmos é a troca de base. Vimos que a tabela de logaritmos comuns ou decimais pode ser construída quase em sua totalidade e com base nos valores nela contidos, a troca da base de um logaritmos qualquer para um logaritmo comum ou decimal pode favorecer e simplificar os cálculos.

Quando precisamos, por exemplo, calcular o valor de log32, a troca de base auxilia muito, pois podemos transformá-lo em logaritmos comuns ou decimais:

$$\log_3 2 = \frac{0{,}30103}{0{,}47712} \approx 0{,}63093$$

ATIVIDADE 29

Página 179 no Caderno do Aluno

Calcule o valor dos logaritmos:

a) $\log_2 3 \approx$ ______

b) $\log_7 5 \approx$ ______

c) $\log_6 10 \approx$ ______

c) $\log_{100} 10000 =$ ______

ATIVIDADE 30

Página 179 no Caderno do Aluno

O pH do suco de laranja é 3, enquanto o pH do café e 5, qual a diferença da concentração hidrogeniônica (H^+) entre eles? Lembre-se:

$pH = -\log H^+$

4. TEMA: PROPRIEDADES DOS LOGARITMOS – FUNÇÃO LOGARÍTMICA.

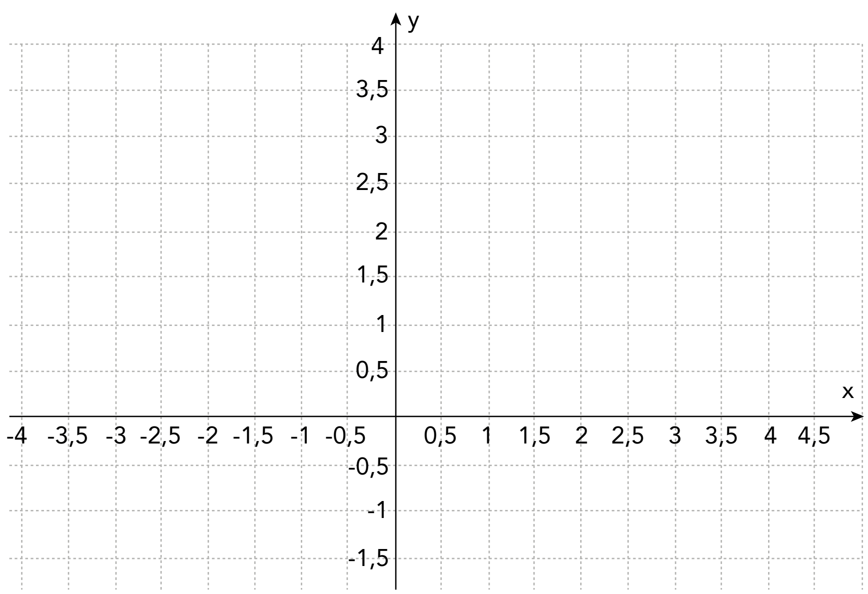
Página 180 no Caderno do Aluno

Você já ouviu falar em funções inversas? Em matemática, o termo inversa é usado para descrever funções que são reversas uma da outra, no sentido que cada uma desfaz o efeito da outra.

As funções exponenciais e as funções logarítmicas são consideradas funções inversas. Podemos perceber certa semelhança entre as curvas dos gráficos de tais funções, porém é notório que são reversas.

Para exemplificar, complete a tabela abaixo e construa o gráfico de ambas as funções:

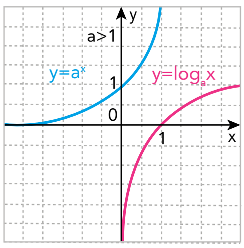
x	$f(x) = 2^x$	$g(x) = \log_2 x$
2		$\log_2 2 = 1$
1	$2^1 = 2$	
0,5		

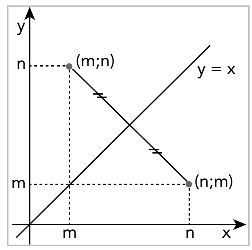


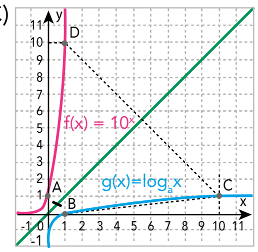
Anotações:

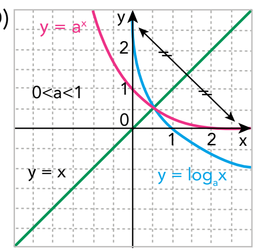
ATIVIDADE 30 **Página 181 no Caderno do Aluno**

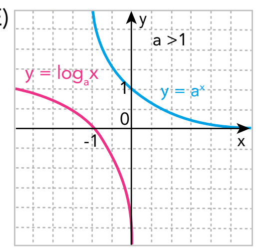
Considere as funções $f(x) = 10^x$ e $\log x$. O gráfico que representa as duas funções no mesmo sistema de coordenadas é:

(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


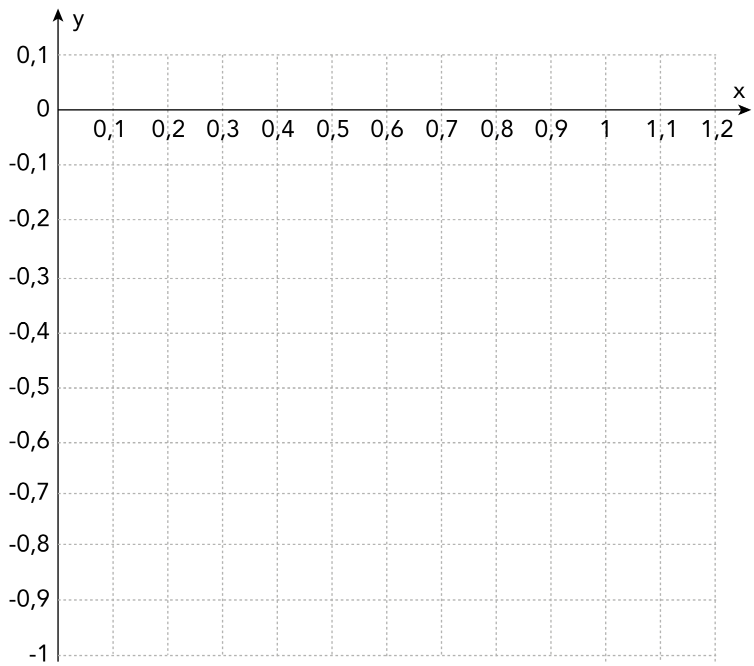
ATIVIDADE 31 **Página 181 no Caderno do Aluno**

Para melhor compreensão do comportamento da função logarítmica, complete a tabela abaixo e esboce os gráficos solicitados:

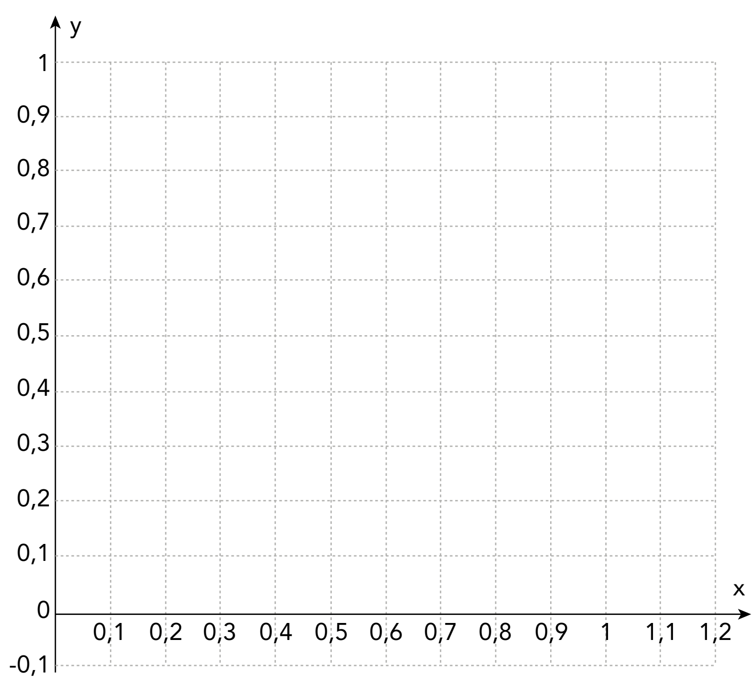
x	log x	$\log_{0,1} x$
$\frac{1}{10}$	$\log \frac{1}{10} = \log 10^{-1} = -1$	$\log_{0,1} \frac{1}{10} = \log_{\frac{1}{10}} \frac{1}{10} = 1$
$\frac{2}{10}$		
$\frac{4}{10}$		
1		

a) Esboce os gráficos de

$f(x) = \log x$



$g(x) = \log_{0,1} x$



b) O que ocorre quando a base do logaritmo é maior que 1?

c) O que ocorre quando a base do logaritmo está entre 0 e 1?

d) O que há de semelhante entre log x e $\log_{0,1}x$?

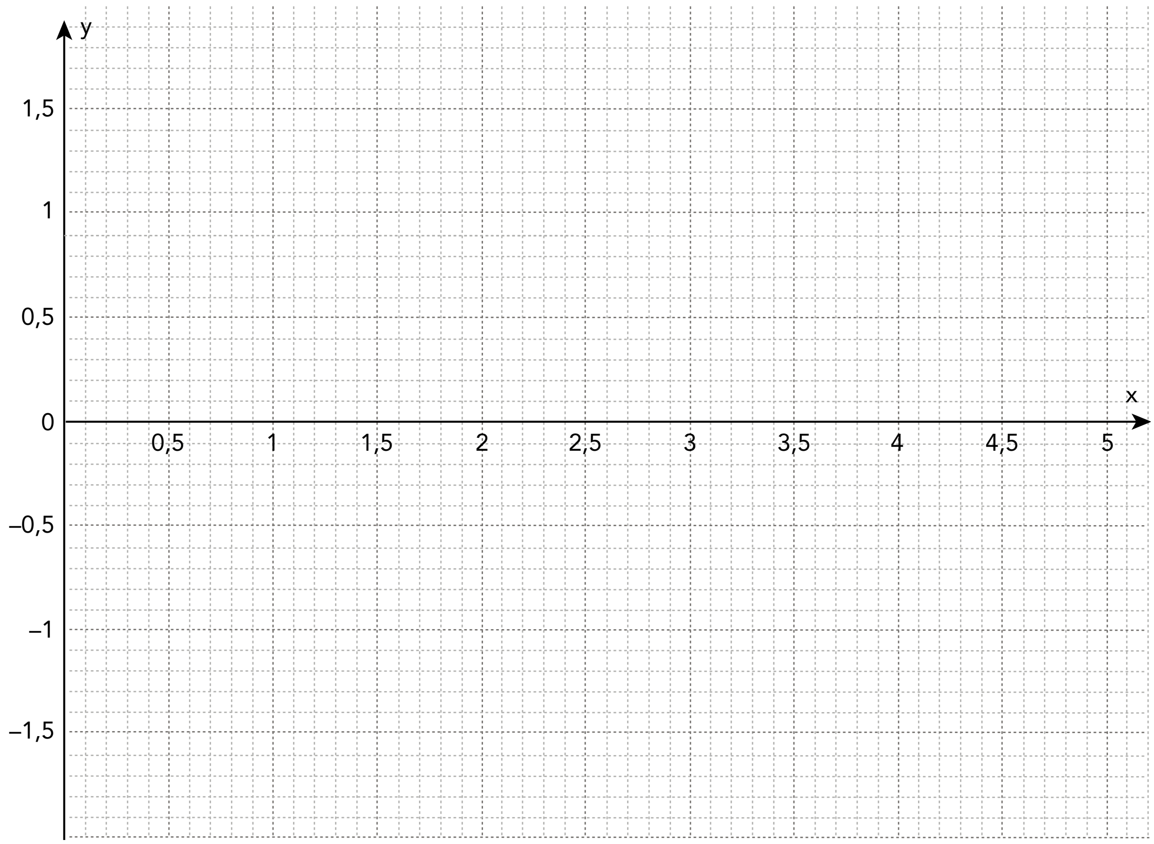
e) Qual a diferença marcante entre as funções acima?

ATIVIDADE 32 **Página 184 no Caderno do Aluno**

Complete a tabela abaixo (se necessário utilize a calculadora):

x	$f(x) = \log_2 x$	$g(x) = \log_3 x$	$h(x) = \log_4 x$	$q(x) = \log_5 x$
1	$\log_2 1 = 0$, pois $2^0 = 1$			
2		$\log_3 2 = \dfrac{\log 2}{\log 3} = \dfrac{0,30103}{0,47712} \cong 0,63093$		
3				
4				
5				

Esboce, no plano cartesiano a seguir, os gráficos das funções: f(x), g(x), h(x) e q(x).



a) quais as principais semelhanças entre as funções acima?

____

____

____

b) O que ocorreu de diferente entre as funções logarítmicas acima?

____

____

____

c) Por que todas as funções se encontram no ponto 1 do eixo das abscissas?

____

____

____

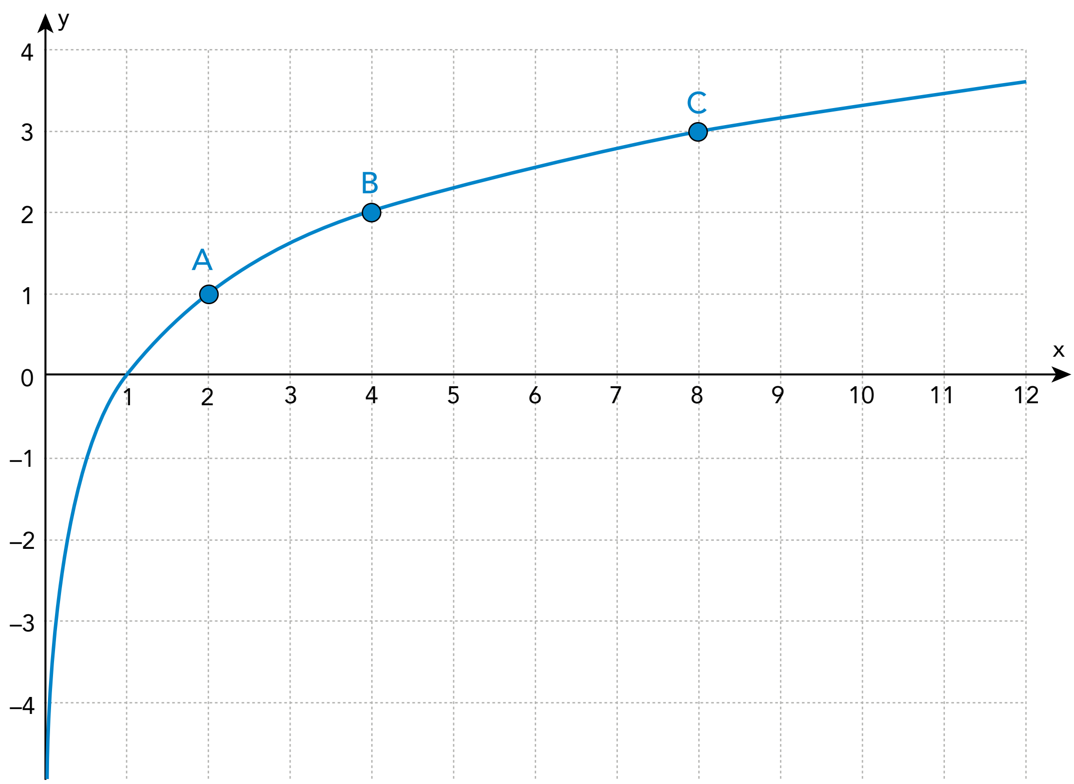
____

____

____

____

Para o reconhecimento da função logarítmica, alguns pontos devem ser ressaltados. Observe a função



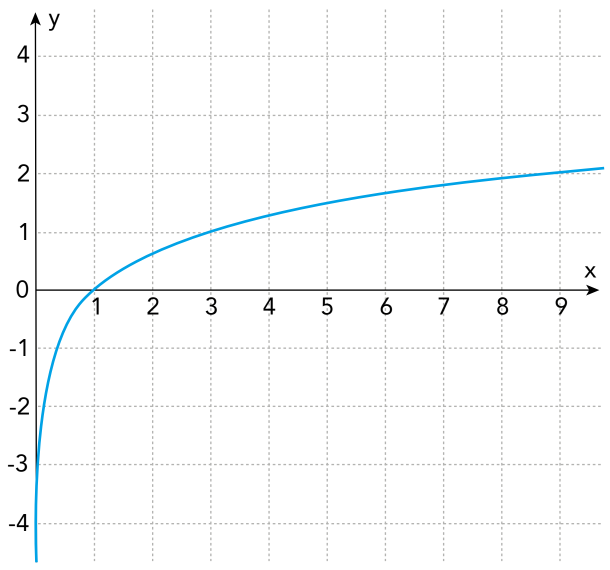
Lembrando que a base do logaritmo em questão é 2, podemos notar que o ponto A (2; 1) possui essas coordenadas, pois $2^1 = 2$, o ponto B(4 : 2) possui tais coordenadas, pois $2^2 = 4$ e o ponto C (8; 3) possui essas coordenadas, pois $2^3 = 8$

ATIVIDADE 33

Página 186 no Caderno do Aluno

Observe o gráfico da função logarítmica.

A função f(x) com x > 0 representada pelo gráfico é



(A) $f(x) = \log 3$

(B) $f(x) = \log x$

(C) $f(x) = \log_x 3$

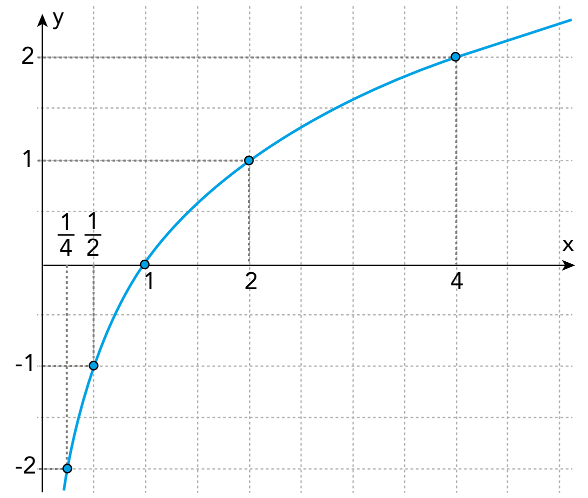
(D) $f(x) = \log_3 x$

(E) $f(x) = \log_9 3$

ATIVIDADE 34

Página 186 no Caderno do Aluno

Observe o gráfico.



A função correspondente ao gráfico está expressa em

(A) $y = \log_{\frac{1}{k}} x$

(B) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

(C) $y = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$

(D) $y = \log_2 x$

(E) $y = 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2$

ATIVIDADE 35

Página 187 no Caderno do Aluno

(FUVEST) Sabendo-se que $5^n = 2$, podemos concluir que $\log_2 100$ é igual a:

(A) $2/n$

(B) $2n$

(C) $2 + n^2$

(D) $2 + 2n$

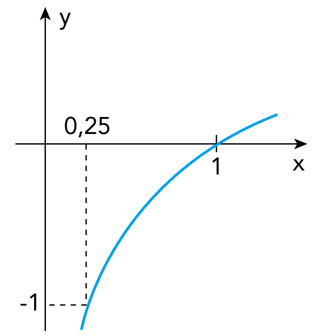
(E) $(2 + 2n)/n$

ATIVIDADE 36

Página 187 no Caderno do Aluno

(FUVEST) A figura a seguir mostra o gráfico da função logaritmo na base b.

O valor de b é:



(A) ¼.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

(E) 10

ATIVIDADE 37

Página 188 no Caderno do Aluno

(FUVEST) O número $x > 1$ tal que $\log_x 2 = \log_4 x$ é:

(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(B) $2^{\sqrt{2}}$

(C) $\sqrt{2}$

(D) $2\sqrt{2}$

(E) $4^{\sqrt{2}}$

ATIVIDADE 38

Página 188 no Caderno do Aluno

(Unesp) Seja $n > 0$, $n \neq 1$, um número real. Se $\log_n x = 3\log_{10} x$ para todo número real $x > 0$, $x \neq 1$, então:

(A) n=3

(B) n = 10/3

(C) n = 30

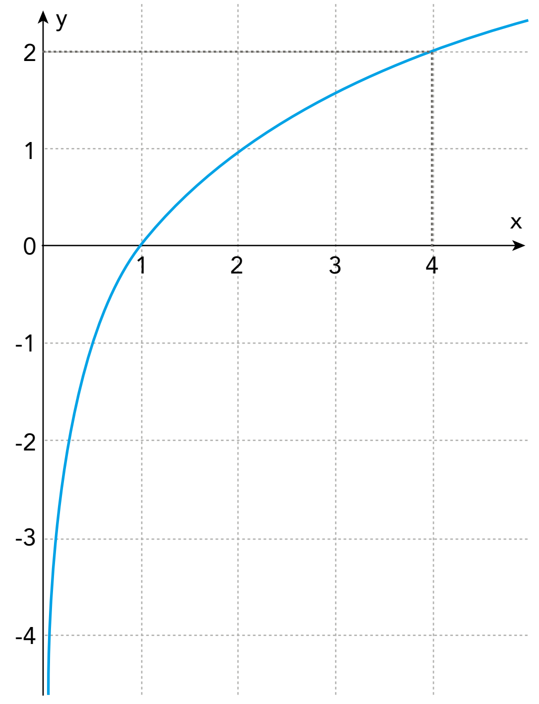
(D) $n = \sqrt[3]{10}$

(E) $n = 10^3$

ATIVIDADE 39

Página 188 no Caderno do Aluno

(PUCRS) A representação:



é da função dada por $y = f(x) = \log_n(x)$. O valor de $\log_n(n^3 + 8)$ é

(A) 2

(B) 4

(C) 6

(D) 8

(E) 10

ATIVIDADE 40

Página 189 no Caderno do Aluno

(UNIRIO) Na solução do sistema a seguir, o valor de x é:

$$\begin{cases} \log(x+1) - \log y = 3\log 2 \\ x - 4y = 7 \end{cases}$$

(A) 15

(B) 13

(C) 8

(D) 5

(E) 2

ATIVIDADE 41

Página 189 no Caderno do Aluno

(PUCPR) Se $\log(3x + 23) - \log(2x - 3) = \log 4$, encontrar x.

(A) 4

(B) 3

(C) 7

(D) 6

(E) 5

TEMA 5. TEMA: EQUAÇÕES EXPONENCIAIS.

ATIVIDADE 42 **Página 190 no Caderno do Aluno**

A massa de carbono 14 varia com o tempo de acordo com a seguinte expressão:

$$m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}$$

(cada vez que t assume valores múltiplos sucessivos de 5730, a massa reduz-se a metade). Se for constatada que a massa de carbono 14 restante no fóssil é apenas 10% da massa inicial, a idade estimada do fóssil é de:

(Dado: $\log 2 \approx 0{,}301$)

(A) aproximadamente 11.460 anos.

(B) aproximadamente 17.190 anos.

(C) aproximadamente 19.036 anos.

(D) aproximadamente 28.650 anos.

(E) aproximadamente 40.110 anos.

ATIVIDADE 43 **Página 191 no Caderno do Aluno**

Um capital C_0 é aplicado a uma taxa de juros compostos de 12% ao ano. Nesse regime, os juros gerados a cada período são incorporados ao capital para o cálculo dos juros do período seguinte. Sabendo-se que o capital em função do tempo é dado pela função:

$C = C_0 \cdot (1 + i)^t$, sendo que C_0 é o capital inicial e "i" a taxa de juros.

Levando em conta que os juros são incorporados ao capital apenas ao final de cada ano, o capital dobrará seu valor em:

Considere:

$\log 2 \approx 0,301$

$\log 7 \approx 0,845$

(A) 5 anos.

(B) 6 anos.

(C) 7 anos.

(D) 8 anos.

(E) 9 anos.

MATEMÁTICA

2ª Série – Ensino Médio

1. Organização das Grades Curriculares.

Apresentamos, a seguir, uma grade curricular para a transição do material de apoio do Currículo do Estado de São Paulo, contendo os temas, a descrição das habilidades do Currículo Oficial de Matemática, vigente e sua respectiva relação com o Currículo Paulista, além de algumas orientações pedagógicas, para os quatro anos finais do Ensino Fundamental.

A lista dos conteúdos curriculares e habilidades, em Matemática, não é rígida e inflexível. O que se pretende é a articulação entre os temas (álgebra, geometria, grandezas e medidas, números e probabilidade e estatística), tendo em vista os princípios que fundamentam o Currículo Oficial: a busca de uma formação voltada para as competências pessoais, a abordagem dos conteúdos que valorize a cultura e o mundo do trabalho, a caracterização da escola como uma organização viva, que busca o ensino, mas que também aprende com as circunstâncias.

Enfim, ao fixar os conteúdos disciplinares/objetos de conhecimento, é preciso ter em mente que a expectativa de todo o ensino é que a aprendizagem efetivamente ocorra. As disciplinas curriculares não são um fim em si mesmas, o que se espera dos conteúdos é que eles realmente possam ser mobilizados, tendo em vista o desenvolvimento de competências pessoais, tais como a capacidade de expressão, de compreensão, de argumentação etc.

Desta forma, os quadros apresentados destacam as habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes em cada unidade tem.. Tais habilidades traduzem, de modo operacional, as ações que os alunos devem ser capazes de realizar, ao final de um determinado estágio de aprendizagem, após serem apresentados aos conteúdos curriculares listados.

1.1. Grade curricular da 2ª série do Ensino Médio – 3° Bimestre

ENSINO MÉDIO - CURRÍCULO DE MATEMÁTICA - 2ª SÉRIE (3° BIMESTRE)		
Currículo Oficial – SEE-SP		**BNCC**
Tema/ Conteúdo	**Habilidades**	**Competências Gerais**
• Análise combinatória e probabilidade. • Princípios multiplicativo e aditivo. • Probabilidades simples. • Arranjos, combinatória e permutações. • Probabilidade da reunião e/ou da interseção de eventos. • Probabilidade condicional. • Distribuição binomial de probabilidades: • O triângulo de Pascal e o binômio de Newton	• Compreender os raciocínios combinatórios aditivo e multiplicativo na resolução de situações-problema de contagem indireta do número de possibilidades de ocorrência de um evento. • Saber calcular probabilidades de eventos em diferentes situações-problema, recorrendo a raciocínios combinatórios gerais, sem a necessidade de aplicação de fórmulas específicas. • Saber resolver problemas que envolvam o cálculo de probabilidades de eventos simples repetidos, como os que conduzem ao binômio de Newton. • Conhecer e saber utilizar as propriedades simples do binômio de Newton e do triangulo de Pascal	**2.** Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação , a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. **4.** Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

1.1.1 Probabilidade e análise combinatória

O tratamento tradicional do tema em questão, parte da classificação dos problemas utilizando os conceitos de permutação, arranjos e combinações, de acordo com determinado critério, na tentativa de facilitar a resolução a partir da aplicação de algumas fórmulas de cálculo.

Se, por um lado, tal formalização permite agilizar a resolução de situações-padrão, por outro, dificulta o enfrentamento de situações-problema reais, com contextos e dificuldades inéditas. Dessa forma, um curso de Matemática que priorize a resolução de problemas como principal metodologia de aprendizado não pode se basear unicamente na classificação das situações em grupos determinados, sob pena de limitar demais as estratégias de raciocínio, que o estudante pode e deve mobilizar ao se confrontar com uma dificuldade real. Desta forma, propomos que a classificação e o formalismo tradicional sejam inicialmente relegados a um segundo plano e, apenas ao final, sejam realizados nos moldes conhecidos.

O raciocínio combinatório e o cálculo de probabilidades são conceitos apresentados aos alunos desde o Ensino Fundamental Anos Iniciais, etapa em que tais conceitos não costumam gerar qualquer dificuldade, além dos habituais para esse segmento de ensino. Desta maneira, trata-se agora, no Ensino Médio, de partir dos conhecimentos e das habilidades anteriormente construídos e promover os aprofundamentos necessários.

Com base nessa premissa básica, propomos que a apresentação dos conteúdos seja iniciada com as probabilidades desprovidas de cálculo combinatório.

Apresentar o cálculo de probabilidades sem a exigência de raciocínio combinatório significa priorizar o fato de que podemos expressar a chance de ocorrência de um evento, por intermédio de uma razão entre dois valores: a parte e o todo. O numerador dessa razão coincide com o número de resultados esperados para o experimento, enquanto o denominador coincide com o número de resultados possíveis, todos eles considerados igualmente prováveis.

Por exemplo, em uma classe de 40 alunos, se, qualquer um, tem uma chance em quarenta de ser sorteado, precisamos apenas formalizar esta condição, que expressamos na língua materna por intermédio de uma fração, $\frac{1}{40}$ por uma porcentagem, 2,5%, e também por um número real maior que 0 e menor que 1, nesse caso, 0,025. Nada disso, de fato, acarreta maiores dificuldades, visto se tratar de um conhecimento que se incorporou ao senso comum. Cremos, portanto, que os alunos trazem na 2ª série do Ensino Médio o terreno preparado para o estudo formalizado das probabilidades, desde que os casos a eles apresentados não envolvam, inicialmente, raciocínio combinatório.

Agora, pensando nos raciocínios aditivos e multiplicativos, pode-se concluir que, uma adição de **n** parcelas iguais a **p** pode ser representada pelo produto $\mathbf{n \cdot p}$. Muitas são as situações-problema resolvidas por intermédio de uma adição desse tipo. Outras adições, não formadas por parcelas iguais, também podem ser expressas por intermédio de um produto, como é o caso de $5 + 4 + 3 + 2 + 1$, que é igual a $(6 \cdot 5) \div 2 = 15$.

Expressões desse tipo também podem explicitar a solução de uma situação-problema; nesse caso, por exemplo, o cálculo de número de grupos diferentes de duas pessoas formados a partir de 6 indivíduos.

Problemas envolvendo raciocínio combinatório são, na maioria das vezes, resolvidos por intermédio de uma adição ou de uma multiplicação, embora quase sempre a escolha pela multiplicação seja a mais aconselhável, a qual envolve um raciocínio mais elaborado e eficiente.

Perceber a existência das duas possibilidades apontadas, para resolver um problema de análise combinatória e as vantagens de uma sobre a outra é fundamental e cabe ao professor verificar a viabilidade de discutir os possíveis encaminhamentos e aplicá-los em sala de aula.

A solução de situações-problema envolvendo simultaneamente raciocínio combinatório e cálculo de probabilidades costuma acarretar dificuldades maiores do que aquelas em que se aplicam esses conteúdos de maneira independente. Entre as diversas justificativas possíveis, podemos enunciar o fato de que as características conjuntas desses conteúdos impedem que os problemas sejam facilmente agrupados em tipos padrão, de maneira que resolver um deles sempre passe pela mobilização da estratégia de raciocínio que o associa a algum anteriormente resolvido e compreendido, como ocorre, mais facilmente, com problemas de outros grupos de conteúdos matemáticos. Essa impossibilidade de padronização exige, mais do que em outros casos, que os alunos mobilizem diversas estratégias de raciocínio. **Portanto, cabe ao professor estimular a resolução de diversos problemas de análise combinatória e probabilidades, com o foco voltado para o tipo de raciocínio exigido, em vez da clássica separação em problemas típicos, baseada no tipo de operação matemática envolvida.**[1]

Podemos afirmar, sem perder a generalidade, que um cálculo de probabilidades sempre está associado a um "sim" e a um "não", ou a um "sucesso" e a um "fracasso", sem, que esses aspectos sejam expressos por probabilidades iguais. Em outras palavras, nem sempre há 50% de chance para o "sim" e 50% para o "não", como no caso da face observada no lançamento de uma moeda em que o "sim" pode ser coroa e o "não" pode ser cara. Para o comprador de um número de uma rifa, em um total de 200, o "sim" é 0,5% e o "não" é 99,5%.

O que ocorre então com o cálculo de probabilidades de eventos que se repetem n vezes sob as mesmas condições, isto é, situações em que "sim" ou "não" são esperados, cada um, mais de uma vez, como no caso do lançamento de quatro dados, com o objetivo de se conseguir duas vezes o número seis na face superior?

A resolução desse tipo de problema pode ser associada ao desenvolvimento de um binômio do tipo , de modo que, assim procedendo, estamos atribuindo significado real à busca do termo geral do Binômio de Newton, bem como aos elementos das linhas do Triângulo de Pascal.

Todos os tópicos acima apresentados, podem ser encontrados no Material de Apoio ao Currículo Oficial do Estado de São Paulo, nas respectivas Situações de Aprendizagem, conforme segue:

Situação de Aprendizagem 1 – Probabilidade e proporcionalidade: No início era o jogo, Vol. 2, 2ª série do Ensino Médio, pg. 13 a 24.

Situação de Aprendizagem 2 – Análise combinatória: Raciocínios aditivo e multiplicativo, Vol. 2, 2ª série do Ensino Médio, pg. 24 a 44.

Situação de Aprendizagem 3 – Probabilidades e raciocínio combinatório, Vol. 2, 2ª série do Ensino Médio, pg. 44 a 51.

Situação de Aprendizagem 4 – Probabilidades e raciocínio combinatório: O binômio de Newton e o triângulo de Pascal.

---

[1] Grifo do autor

Lembrando que, ao final de cada situação de aprendizagem, constam algumas considerações sobre a avaliação dos conhecimentos, bem como o conteúdo considerado indispensável ao desenvolvimento das competências e habilidades enunciadas.

- 37% Namorados, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1327**, acesso em: 30/11/2018.
- Apostas no relógio, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1365**, acesso em: 30/11/2018.
- Baralhos e Torradas, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/997**, acesso em: 30/11/2018.
- Brasil x Argentina, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1056**, acesso em: 30/11/2018.
- Caminhões de açúcar, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1305**, acesso em: 30/11/2018.
- Cara ou coroa, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1305**, acesso em: 30/11/2018.
- Coisa de passarinho, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1070**, acesso em 30/11/2018.
- Coisas do amor, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1071**, acesso em: 30/11/2018.
- Curva do Sino, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1071**, acesso em: 30/11/2018.
- Dados não-transitivos, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1309**, acesso em: 30/11/2018.
- Eliminando quadrados, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1309**, acesso em 30/11/2018.
- Exoplanetas e probabilidades, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1335**, acesso em: 30/11/2018.
- Explorando o Jogo do Máximo, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1237**, acesso em: 30/11/2018.
- Fraude 171, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1313**, acesso em: 30/11/2018.
- História da Estatística, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1252**, acesso em: 30/11/2018.
- Histórica da Probabilidade, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1253**, acesso em: 30/11/2018.
- Grande Hotel 2, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1253**, acesso em: 30/11/2018.
- Jankenpon, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1016**, acesso em: 30/11/2018.

- Jogo da trilha, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1380**, acesso em: 30/11/2018.
- Jogo das Amebas, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1380**, acesso em: 30/11/2018.
- O jogo de Dados de Mozart, disponível em: **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1122**, acesso em 30/11/2018.
- Táxi e combinatória, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1035**, acesso em: 30/11/2018.

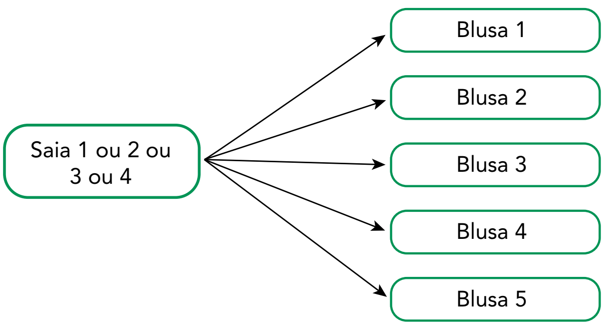
1.1.2 Atividades

TEMA 1: PRINCÍPIOS ADITIVOS E MULTIPLICATIVOS

ATIVIDADE 1

Página 161 no Caderno do Aluno

Considere a seguinte situação: uma menina deseja vestir-se com uma saia e uma blusa, e dispõe de 4 saias diferentes e 5 blusas diferentes. O esquema a seguir representa as possibilidades de escolha da menina.



Escreva uma multiplicação para indicar o total das diferentes possibilidades de escolha da menina.

ATIVIDADE 2

Página 161 no Caderno do Aluno

Um roteiro turístico prevê a visita a duas cidades do conjunto conhecido por "Cidades Históricas de Minas Gerais", formado pelas cidades de Ouro Preto, Mariana, Tiradentes e São João del Rei. Quantos roteiros diferentes poderão ser traçados se:

a) Ouro Preto sempre estiver fazendo parte do roteiro?

b) não houver restrição à escolha das duas cidades?

ATIVIDADE 3

Página 162 no Caderno do Aluno

Os números 342, 335, 872 e 900 são, entre tantos outros, números de três algarismos. Entre esses exemplos, os números 342 e 872 não repetem algarismos, contrariamente ao que ocorre, por exemplo, com os números 335 ou 900. Quantos números de 3 algarismos podemos escrever se:

a) todos começarem por 1 e os algarismos puderem ser repetidos?

b) todos começarem por 1 e os algarismos não puderem ser repetidos?

c) não houver qualquer restrição, isto é, desde 100 até 999?

ATIVIDADE 4

Página 162 no Caderno do Aluno

Existem 9 000 números de 4 algarismos, dos quais 1 000 é o menor deles e 9 999 o maior. Entre esses 9 000 números há muitos que não repetem algarismos, como 1 023, 2 549, 4 571 ou 9 760. Quantos são esses números de 4 algarismos distintos?

ATIVIDADE 5

Página 162 no Caderno do Aluno

Para que um número de 3 algarismos seja par, é preciso que ele "termine" por um numeral par, ou, em outras palavras, é preciso que o algarismo das unidades seja 0, ou 2, ou 4, ou 6, ou 8, como: 542, 134, 920, 888 etc.

a) quantos números pares de 3 algarismos existem?

b) quantos números ímpares de 3 algarismos existem?

c) quantos números ímpares de 3 algarismos distintos existem?

d) quantos números pares de 3 algarismos distintos existem?

e) a soma dos resultados obtidos nos itens c e d deste problema deve ser igual ao resultado do item d da atividade

f) verifique se isso ocorreu com os resultados que você obteve. Se não, procure descobrir o que saiu errado.

ATIVIDADE 6

Página 163 no Caderno do Aluno

Considere os numerais 1, 2, 3 e 4, e todos os números de 4 algarismos distintos que podemos formar com eles. Imagine que todos esses números serão ordenados, do menor para o maior. Isso feito, o primeiro da fila será o 1 234, o segundo será o 1 243, o terceiro, 1 324, e assim por diante, até o último, que será o 4 321.

a) qual é a posição do número 4 321 nessa fila?

b) qual é a posição do número 3 241 nessa fila?

c) acrescentando o numeral 5 aos numerais 1, 2, 3 e 4, e ordenando todos os números de 5 algarismos distintos que podem ser formados, qual é o número que ocupa a 72ª posição?

TEMA 2: FORMAÇÃO DE FILAS SEM E COM ELEMENTOS REPETIDOS

As Filas

Quando duas pessoas A e B colocam-se em fila, há apenas duas possibilidades: primeiro vem A e depois B, ou primeiro vem B e depois A. Se uma pessoa C juntar-se a essas duas a fila poderá, agora, ser formada de 6 maneiras diferentes:

ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA

Se uma quarta pessoa juntar-se a essas, serão, agora, 4 vezes mais filas do que o número anterior. Isto é, serão 4.6 = 24 filas

ATIVIDADE 7

Página 164 no Caderno do Aluno

Quantas filas diferentes poderão ser formadas com 5 pessoas, apenas alternando suas posições na fila?

ATIVIDADE 8

Página 164 no Caderno do Aluno

Quantos anagramas diferentes podem ser formados com as letras das palavras:

a) BIA

b) NICO

c) LUCIA

d) CAMILO

ATIVIDADE 9

Página 165 no Caderno do Aluno

Considere a palavra CABO. Se trocarmos a ordem entre as letras dessa palavra, formando agrupamentos de letras que podem ou não formar palavras conhecidas, estaremos formando "anagramas". Veja alguns dos anagramas da palavra CABO:

COBA, BACO, OCBA, ABOC, ACOB

a) começando por A, quantos anagramas diferentes poderemos formar?

b) quantos anagramas terminados em O existem?

c) no total, quantos anagramas existem?

ATIVIDADE 10

Página 165 no Caderno do Aluno

Em uma caixa foram colocadas 9 bolinhas, numeradas de 1 a 9. Para retirar uma bolinha dessa caixa, temos 9 maneiras diferentes: pegar a bolinha 1, ou a bolinha 2, ou a bolinha 3, e assim por diante. Para retirar duas bolinhas da caixa, temos já um número bem maior de maneiras diferentes: temos 8 vezes mais, isto é, 72 maneiras diferentes. Isso porque há 8 possibilidades de pegar a segunda bolinha depois de a primeira delas ter sido apanhada. Responda:

a) quantas maneiras diferentes existem para pegar 3 bolinhas dessa caixa?

b) quantas maneiras diferentes existem para pegar 4 bolinhas dessa caixa?

ATIVIDADE 11

Página 166 no Caderno do Aluno

Suponha que, no caso do problema anterior, a bolinha que for pega seja jogada novamente na caixa antes que a próxima bolinha seja sorteada. Em outras palavras, a bolinha é reposta na caixa a cada sorteio. Nessa condição, de quantas maneiras diferentes podemos retirar dessa caixa:

a) duas bolinhas?

b) três bolinhas?

c) quatro bolinhas?

ATIVIDADE 12

Página 166 no Caderno do Aluno

Sete pessoas formarão ao acaso uma fila indiana. Em quantas ordenações diferentes poderá ser formada a fila?

ATIVIDADE 13

Página 167 no Caderno do Aluno

Trocando a ordem das letras INA, podem ser formados 6 anagramas diferentes:

INA, IAN, AIN, ANI, NAI, NIA

Com as letras da palavra ANA, o número de anagramas é menor; são apenas 3:

ANA, AAN, NAA

Por que o número de anagramas dessas palavras não é o mesmo, se ambas têm 3 letras? A resposta é: a palavra ANA tem letras repetidas.

A palavra LUTA tem 24 anagramas, enquanto a palavra LULU, que tem 2 "L" e 2 "U", tem apenas 6 anagramas, pois a troca de um "L" com outro ou a troca entre os dois "U" não gera novo anagrama. Quer dizer, o total de 24 anagramas de uma palavra com 4 letras distintas fica, no caso de LULU, duas vezes dividido por 2!, por causa dos "L" e dos "U" repetidos. Então, $24 \div 2! \div 2! = 6$.

Veja por exemplo, a palavra INICIOU: apesar de ter 7 letras não tem $7! = 5040$ anagramas distintos, pois tem o "I" repetido três vezes, uma vez que a troca de um "I" com outros dois "I" não gera novo anagrama. Quer dizer, o total de 5040 anagramas de uma palavra com 7 letras distintas fica, no caso de INICIOU dividido por 3!, em decorrência dos "I" repetidos. Assim, INICIOU tem $5040 \div 3! = 5040 \div 6 = 840$ anagramas distintos.

Agora, responda: qual é o total de anagramas das palavras a seguir?

a) CARRO

b) CORPO

c) CORRO

ATIVIDADE 14

Página 167 no Caderno do Aluno

Quantos anagramas podem ser formados com as letras das palavras a seguir?

a) ANA

b) CASA

c) CABANA

ATIVIDADE 15

Página 168 no Caderno do Aluno

Quando três meninas, Ana, Bia e Carla, e um menino, Dan, formam uma fila, temos 24 filas diferentes, como já vimos em problemas anteriores. Se, no entanto, o critério para a formação da fila não for a individualidade das pessoas, mas apenas o sexo, serão apenas 4 filas diferentes formadas por 3 mulheres (M) e um homem (H), da seguinte forma:

MMMH, MMHM, MHMM, HMMM

Com 5 pessoas, sendo 2 meninas e 3 meninos, quantas filas diferentes poderão ser formadas no caso de:

a) ser considerada a individualidade das pessoas?

b) ser considerado apenas o sexo das pessoas?

ATIVIDADE 16

Página 168 no Caderno do Aluno

Três livros de Geografia diferentes e três livros de História diferentes serão colocados, um sobre o outro, de modo a formar uma pilha de livros. Quantas pilhas diferentes poderão ser formadas se:

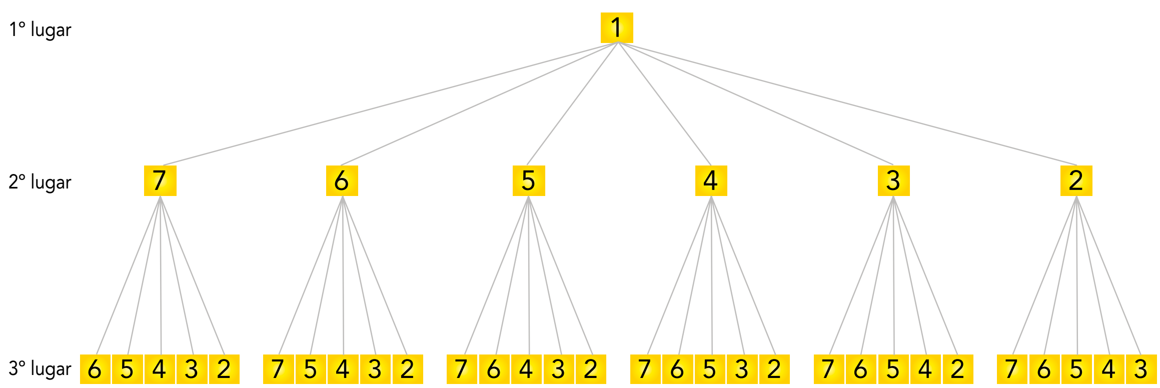
a) não importar a matéria, e sim os livros, que, no caso, são todos diferentes?

b) a diferença entre os livros não for levada em conta, mas apenas o fato de que são de duas disciplinas diferentes?

3. TEMA: FORMAÇÃO DE GRUPOS COM ELEMENTOS DE UMA OU MAIS CATEGORIAS

Página 169 no Caderno do Aluno

Observe a representação de uma parte da árvore de possibilidades para o seguinte problema: quantos grupos ordenáveis (filas) de 3 elementos podemos formar com 7 pessoas?



Ao observar a árvore percebemos que, para determinada pessoa em 1º lugar, há 6 opções para o 2º colocado e, para cada um destes, há 5 possibilidades de escolha para o 3º colocado. Assim, a quantidade de grupos ordenáveis é, nesse caso, igual ao produto 7.6.=210.

Agora, vamos mudar a questão e perguntar: a quanto ficaria reduzido o número de agrupamentos se eles não fossem ordenáveis? Isto é, se o agrupamento "João, José, Maria" fosse o mesmo de "João, Maria, José", o mesmo de "Maria, José, João" e igual a todos os demais em que só é trocada a ordem dos participantes? Em outras palavras, se em vez de serem feitas filas, fossem feitos grupos de pessoas? Para responder, retomamos os problemas anteriormente resolvidos, mostrando que haverá $3! = 6$ ordenações possíveis. Portanto, quaisquer 3 elementos que considerarmos entre 7 permitirão $3! = 6$ ordenações possíveis. Assim, se temos 7.6.5 conjuntos ordenáveis, temos $(7.6.5) \div 3!$ conjuntos não ordenáveis, e a resposta do problema é $210 \div 6 = 35$ grupos diferentes de 3 pessoas.

ATIVIDADE 17

Página 170 no Caderno do Aluno

Cinco pessoas, Arnaldo, Benedito, Carla, Débora e Eliane, estão juntas em uma sala.

a) Quantos agrupamentos ordenáveis diferentes (filas) de 5 pessoas podem ser formados com essas 5 pessoas?

b) Quantos agrupamentos não ordenáveis diferentes (grupos) de 5 pessoas podem ser formados com essas 5 pessoas?

c) Quantos grupos diferentes de 2 pessoas podem ser formados com as pessoas presentes na sala?

ATIVIDADE 18

Página 170 no Caderno do Aluno

Há 10 bolas em uma caixa, todas iguais com exceção da cor, sendo 4 bolas brancas e 6 bolas pretas. Quantos conjuntos de 4 bolas podem ser formados sendo:

a) todas brancas

b) duas brancas e duas pretas?

ATIVIDADE 19

Página 170 no Caderno do Aluno

Sobre a prateleira de um laboratório repousam 8 substâncias diferentes. Quantas misturas diferentes com iguais quantidades de 2 dessas substâncias podem ser feitas se:

a) não houver qualquer restrição?

b) entre elas há 3 substâncias que não podem ser misturadas duas a duas por formarem um composto que exala gás tóxico?

ATIVIDADE 20

Página 171 no Caderno do Aluno

Uma seleção de basquete com 5 jogadores será formada por atletas escolhidos de apenas duas equipes A e B. Da equipe A, que possui 12 atletas, serão selecionados 2, enquanto a equipe B, que possui 10 atletas, cederá 3 para a seleção. Se todos os atletas têm potencial igual de jogo, quantas seleções diferentes poderão ser formadas?

ATIVIDADE 21

Página 171 no Caderno do Aluno

A partir de um conjunto de 15 bolas iguais, a não ser pela cor (8 são brancas, 4 pretas e 3 amarelas), serão formados grupos de 3 bolas. De quantas maneiras diferentes poderão ser formados esses grupos se não são desejáveis grupos que contenham bolas de uma única cor?

ATIVIDADE 22

Página 171 no Caderno do Aluno

Na classe de Luiza e Roberta estudam, contando com elas, 34 alunos. De quantas maneiras diferentes podem ser formados grupos de trabalho de 4 alunos se Roberta e Luiza não podem participar juntas de um mesmo grupo?

ATIVIDADE 23

Página 171 no Caderno do Aluno

Dispomos de 8 pessoas para formar grupos de trabalho. De quantas maneiras diferentes o grupo poderá ser formado se dele participar(em):

a) apenas uma das 8 pessoas?

b) duas das 8 pessoas?

c) três das 8 pessoas?

d) quatro das 8 pessoas?

ATIVIDADE 24

Página 172 no Caderno do Aluno

Em uma sala há n pessoas com as quais formaremos grupos, ordenáveis ou não. De quantas maneiras diferentes podemos formar o grupo se ele tiver:

a) apenas 1 elemento?

b) 2 elementos?

c) 3 elementos?

d) 4 elementos?

e) p elementos, $p < n$?

ATIVIDADE 25

Página 172 no Caderno do Aluno

Em dupla, elabore um problema como os exercícios anteriores envolvendo análise combinatória. Troque o exercício elaborado com outra dupla que terá a missão de resolver e socializar com a turma. Vocês podem auxiliar a dupla que ficou responsável em resolver o problema elaborado.

Registre nas linhas a seguir o problema elaborado e a resolução.

ATIVIDADE 26

Página 173 no Caderno do Aluno

Sete pessoas, 3 meninas e 4 meninos, entram em um cinema e vão ocupar 7 cadeiras. Uma pessoa em cada cadeira, colocadas lado a lado. De quantas maneiras diferentes essa ação poderá ser realizada se:

a) não houver qualquer restrição?

b) na primeira cadeira sentar um menino e na última uma menina?

c) duas meninas sempre ficarem lado a lado?

d) todas as meninas ficarem lado a lado?

e) todas as meninas ficarem lado a lado e os meninos também?

ATIVIDADE 27

Página 173 no Caderno do Aluno

A fim de angariar fundos para uma viagem de estudos com sua turma, um professor de Matemática organizou uma rifa. Para tanto, ele imprimiu a maior quantidade possível de bilhetes contendo um número de 4 algarismos distintos. Depois, vendeu esses bilhetes a R$ 2,00 cada um para comprar as passagens que custavam, ao todo, R$ 4 000,00. Supondo que o professor tenha vendido todos os bilhetes, responda: ele conseguiu ou não comprar todas as passagens?

ATIVIDADE 28

Página 174 no Caderno do Aluno

Em uma arquibancada há 12 pessoas sentadas, sendo que na fileira de trás estão 5 homens e uma mulher. Na fileira da frente estão 4 homens e duas mulheres. Entre as pessoas deste grupo, duas, da fileira da frente, usam óculos, e dois homens da fileira de trás, também. Pensando apenas nas pessoas da fileira de trás, de quantas maneiras elas podem trocar as posições entre si:

a) sem qualquer restrição?

b) de modo que as duas pessoas de óculos fiquem sempre separadas?

c) de modo que a mulher esteja sempre entre os dois homens que usam óculos?

ATIVIDADE 29

Página 174 no Caderno do Aluno

Pensando apenas nas pessoas da fileira da frente, de quantas maneiras elas podem trocar as posições entre si:

a) se as duas pessoas que usam óculos estiverem sempre lado a lado?

b) se os homens sempre ficarem juntos e as mulheres também?

ATIVIDADE 30

Página 174 no Caderno do Aluno

Uma das pessoas sentadas será sorteada ao acaso. Qual é a probabilidade de que seja sorteado um homem da fileira da frente?

ATIVIDADE 31

Página 174 no Caderno do Aluno

Se forem sorteadas duas pessoas, uma da fileira da frente e outra da fileira de trás, qual é a probabilidade de que sejam sorteadas duas pessoas de óculos?

TEMA 4: ESTUDANDO AS PROBABILIDADES

ATIVIDADE 1

Página 175 no Caderno do Aluno

Leia o trecho a seguir retirado do texto "O difícil acaso" do livro "A matemática das coisas". Autor: Nuno Crato (adaptado)

UM FATO CURIOSO!

"...No século XVIII, o naturalista francês Georges Louis Leclerc (1707-1788), conhecido dos matemáticos como Conde de Buffon, resolveu fazer uma experiência. Ele, ou talvez algum dos seus criados, lançou uma moeda ao ar 4040 vezes e obteve 2084 vezes "cara". Já no século XX, o estatístico inglês Karl Pearson (1857- 1936) repetiu a experiência 24 mil vezes, obtendo 12012 caras. Durante a guerra, um matemático inglês prisioneiro dos Nazis ocupou o tempo da mesma forma, contando 5067 caras em dez mil lançamentos. Estes dados sugerem que uma moeda pode ser um razoável instrumento aleatório quando há um equilíbrio entre dois resultados possíveis. Se o leitor quiser repetir estas experiências, terá de ter cuidado e apanhar a moeda ainda no ar - quando se deixa a moeda rolar pelo chão antes de assentar numa das faces, a diferença de desenho dos dois lados favorece habitualmente um deles..."

Sendo o total de lançamentos o espaço amostral, calcule a proporção de ocorrências de "cara" de cada matemático.

ATIVIDADE 2

Página 175 no Caderno do Aluno

Considerando a probabilidade experimental apresentada, em dupla complete a tabela a seguir lançando uma moeda 20 vezes. Utilize C para cara e K para coroa.

Lançamento	1	2	3	4
Resultado				

Lançamento	5	6	7	8
Resultado				

Lançamento	9	10	11	12
Resultado				

Lançamento	13	14	15	16
Resultado				

Lançamento	17	18	19	20
Resultado				

A partir da sua experimentação, calcule a probabilidade de sair cara no lançamento de uma moeda.

ATIVIDADE 3

Página 176 no Caderno do Aluno

Repita a experimentação com o lançamento da moeda e complete a tabela a seguir

20 Lançamentos	
Nº de ocorrências de cara	
Probabilidade experimental	

40 Lançamentos	
Nº de ocorrências de cara	
Probabilidade experimental	

60 Lançamentos	
Nº de ocorrências de cara	
Probabilidade experimental	

Analisando os resultados da probabilidade experimental, o que podemos concluir?

ATIVIDADE 4

Página 176 no Caderno do Aluno

Descreva o espaço amostral para cada uma das situações a seguir:

a) no lançamento de 01 dado não viciado;

b) no lançamento de dois dados não viciados;

c) no lançamento de uma moeda 3 vezes consecutivas;

d) escolher aleatoriamente um homem e uma mulher em grupo de 8 pessoas com 03 homens e 05 mulheres;

e) escolher uma carta de um baralho completo.

ATIVIDADE 5

Página 177 no Caderno do Aluno

A professora Paula da 2ª série A começou a aula de probabilidade com um desafio, colocou sobre a mesa 50 fichas numeradas de 01 a 50 e pediu para três alunos, Ana, Carla e Marcos, respectivamente, retirarem uma ficha cada um sem colocar de volta e perguntou aos demais:

a) qual a probabilidade de Ana retirar uma ficha com um número múltiplo de 08?

b) qual a probabilidade de Carla retirar uma ficha que tenha um número primo?

c) qual probabilidade de Marcos ter tirado um número múltiplo de 15?

d) o que mudaria nos cálculos de probabilidade se cada um que retirasse a ficha colocasse de volta na mesa antes do outro aluno retirar?

ATIVIDADE 6

Página 177 no Caderno do Aluno

O dodecaedro é um poliedro regular com 12 faces. As figuras a seguir mostram a planificação e um dodecaedro com suas faces numeradas de 01 a 12.

Figura 1

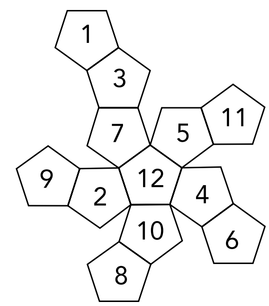


Figura 2

Ao lançar esse dodecaedro, com relação às faces voltadas para cima encontre:

a) a probabilidade de cair um número par;

b) a probabilidade de cair um número primo;

c) a probabilidade de cair um número par e primo;

d) a probabilidade de cair um primo ou par;

e) a probabilidade de cair um número par e um número ímpar respectivamente em dois lançamentos.

ATIVIDADE 7

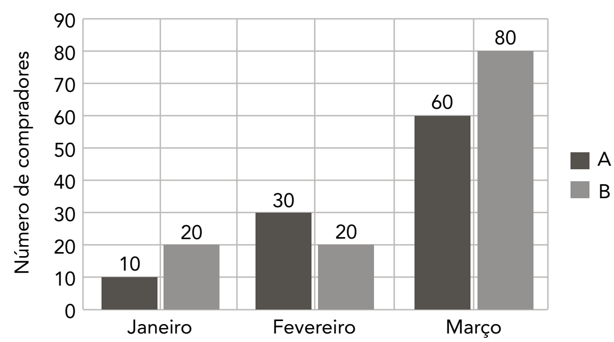
Página 178 no Caderno do Aluno

No lançamento de um dado não viciado o resultado foi um número maior do que 3, qual é a probabilidade de esse ser um número par?

ATIVIDADE 8

Página 178 no Caderno do Aluno

(Enem 2013) Uma loja acompanhou o número de compradores de dois produtos, A e B, durante os meses de janeiro, fevereiro e março de 2012. Com isso, obteve este gráfico:



A loja sorteará um brinde entre os compradores do produto A e outro brinde entre os compradores do produto B. Qual a probabilidade de que os dois sorteados tenham feito suas compras em fevereiro de 2012?

(A) 1/20

(B) 3/242

(C) 5/22

(D) 6/25

(E) 7/15

Registre seu raciocínio para assinalar a alternativa correta.

ATIVIDADE 9

Página 179 no Caderno do Aluno

Um Buffet comprou em uma liquidação de fábrica duas caixas com pratos de porcelana de marcas diferentes A e B, porém alguns pratos estavam com defeito. A porcentagem de pratos defeituosos, respectivamente, nas caixas A e B é de 15% e de 5%. Foram misturados, numa caixa 100 pratos do tipo A e 100 pratos do tipo B. Se tirarmos um prato ao acaso e ele for defeituoso, a probabilidade de que ele seja da marca A é de:

(Dica: organize as informações em uma tabela)

(A) 10%

(B) 15%

(C) 30%

(D) 50%

(E) 75%

Registre seu raciocínio e assinale a alternativa correta

ATIVIDADE 10

Página 179 no Caderno do Aluno

(ENEM) As 23 ex-alunas de uma turma que completou o Ensino Médio há 10 anos se encontraram em uma reunião comemorativa. Várias delas haviam se casado e tido filhos. A distribuição das mulheres, de acordo com a quantidade de filhos, é mostrada no gráfico mostrado.

(A) 1/3

(B) 1/4

(C) 7/15

(D) 7/23

(E) 7/25

ATIVIDADE 11

Página 179 no Caderno do Aluno

Considere a seguinte situação: duas pessoas serão sorteadas de um grupo formado por 8 pessoas, em que 3 são homens e 5, mulheres. Para essa situação, calcule a probabilidade de ocorrência de:

a) dois homens:

b) duas mulheres:

c) uma pessoa de cada sexo:

ATIVIDADE 12

Página 180 no Caderno do Aluno

Calcule a soma dos resultados que você obteve nos itens a, b e c da atividade anterior e, se não obtiver 100%, descubra o que está errado.

ATIVIDADE 13

Página 180 no Caderno do Aluno

Será realizado um sorteio de 3 pessoas entre 8, em um grupo formado por 5 mulheres e 3 homens. Determine a probabilidade de que sejam sorteados:

a) um homem, outro homem e uma mulher, nessa ordem;

b) dois homens e uma mulher, em qualquer ordem;

c) um homem, uma mulher e outra mulher, nesta ordem;

d) um homem e duas mulheres, em qualquer ordem.

ATIVIDADE 14

Página 181 no Caderno do Aluno

Considere um cofre com 3 rodas de fechaduras sendo cada uma delas com 12 letras (A a L).

a) quantas combinações serão possíveis ao escolher uma letra para cada roda?

b) o dono desse cofre esqueceu o segredo, porém lembra que as letras da primeira e segunda roda são vogais diferentes e na última é uma consoante. Quantos são os códigos que satisfazem essa condição?

c) qual a probabilidade de o dono do cofre acertar na primeira tentativa?

ATIVIDADE 15

Página 181 no Caderno do Aluno

Em grupo, elabore um problema como o exercício anterior envolvendo segredos de cofre com números. Troque o exercício elaborado com outro grupo que terá a missão de resolver e socializar com a turma. O seu grupo poderá auxiliar o grupo que ficou responsável em resolver o que foi elaborado por você.

Registre nas linhas a seguir o problema elaborado pelo grupo e sua resolução.

ATIVIDADE 16

Página 182 no Caderno do Aluno

Joaquim guarda suas economias em uma caixa, ao verificar o que já tinha guardado constatou que tinha na caixa: 3 notas de R$100,00; 5 notas de R$ 50,00; 6 notas de R$10,00 e 8 notas de R$ 5,00. Se ele retirar da caixa duas notas simultaneamente e ao acaso, qual a probabilidade de que uma seja uma de R$100,00 e a outra de R$50,00 em qualquer ordem?

ATIVIDADE 17

Página 182 no Caderno do Aluno

Uma pessoa joga uma moeda quatro vezes, qual a probabilidade de sair CARA nas quatro jogadas

ATIVIDADE 18

Página 182 no Caderno do Aluno

Foi realizada uma pesquisa com todos os 1000 alunos de uma escola de ensino fundamental e médio com relação à preferência no uso de redes sociais. Foi constatado que 400 alunos preferem utilizar a rede social A, 300 preferem a rede social B e 200 alunos disseram que ambas são utilizadas igualmente. Escolhendo-se um aluno ao acaso, qual a probabilidade desse aluno preferir a rede social A ou B?

ATIVIDADE 19

Página 182 no Caderno do Aluno

No jogo de loteria oficial Mega-Sena, um apostador escolhe no mínimo 6 dezenas entre 60. São sorteadas 6 dezenas e o ganhador do prêmio maior deve ter escolhido todas as dezenas sorteadas. Qual é a probabilidade de um apostador que escolheu 8 dezenas ganhar o maior prêmio?

ATIVIDADE 20

Página 183 no Caderno do Aluno

Qual é a probabilidade de o apostador descrito no enunciado da atividade anterior acertar 4 das 6 dezenas sorteadas?

ATIVIDADE 21

Página 183 no Caderno do Aluno

Em uma caixa há 20 bolas iguais, a não ser pela cor. Dessas bolas, 1/4 é verde, 2/5 são amarelas e o grupo restante é formado apenas por bolas da cor rosa. Serão realizados três sorteios com reposição de uma bola a cada vez. Nessa condição, uma mesma bola pode ser sorteada mais de uma vez. Qual é a chance de serem sorteadas:

a) bolas de uma única cor?

b) apenas bolas verdes ou amarelas?

ATIVIDADE 22

Página 183 no Caderno do Aluno

Lucia e Jair estão, com outras 8 pessoas, esperando o sorteio de 4 pessoas para a formação de um grupo de trabalho. Qual é a probabilidade de Jair e Lucia não fazerem parte, os dois, do grupo sorteado?

ATIVIDADE 23

Página 184 no Caderno do Aluno

Imagine 9 pessoas, sendo 4 homens e 5 mulheres, e calcule o que se pede.

a) quantas filas diferentes podem ser formadas?

b) quantas filas diferentes podem ser formadas se os homens ficarem juntos?

c) quantas filas diferentes podem ser formadas se os homens ficarem juntos e as mulheres também?

d) quantos grupos diferentes de 9 pessoas podem ser formados?

e) quantos grupos diferentes de 4 pessoas podem ser formados?

f) quantos grupos diferentes de 4 pessoas, com 2 homens e duas mulheres, podem ser formados?

g) quantos grupos diferentes de 4 pessoas do mesmo sexo podem ser formados?

h) qual a probabilidade de sortearmos ao acaso duas pessoas do mesmo sexo? E três pessoas?

ATIVIDADE 24

Página 185 no Caderno do Aluno

(UFF–RJ) Em um jogo de bingo são sorteadas, sem reposição, bolas numeradas de 1 a 75, e um participante concorre com a cartela reproduzida abaixo. Qual é a probabilidade de que os três primeiros números sorteados estejam nessa cartela?

BINGO				
5	18	33	48	64
12	21	31	51	68
14	30		60	71
13	16	44	46	61
11	27	41	49	73

TEMA 5: DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL DE PROBABILIDADES

Página 186 no Caderno do Aluno

Se um evento é repetido n vezes nas mesmas condições e de modo independente, e queremos a probabilidade da ocorrência do resultado esperado em p dessas n vezes, estamos diante de um caso binomial, isto é, um caso em que devemos considerar, a cada repetição do experimento, apenas duas possibilidades, sucesso ou fracasso. Daí o termo binômio, que tem como um dos exemplos mais comuns o lançamento de uma moeda certo número de vezes.

ATIVIDADE 1

Página 186 no Caderno do Aluno

Uma moeda comum, ao ser lançada, determina probabilidade 1/2 para cada uma de suas faces, cara ou coroa. Lançando-se, por exemplo, 8 vezes uma moeda, qual é a probabilidade de ocorrência de 3 caras nos três primeiros lançamentos e de 5 coroas nos demais?

ATIVIDADE 2

Página 186 no Caderno do Aluno

Serão realizados 5 sorteios sucessivos utilizando-se 20 bolas e sendo 4 delas vermelhas. Haverá reposição de uma bola a cada vez. Escreva a probabilidade de saírem:

a) 5 bolas vermelhas;

b) 4 bolas vermelhas e uma não vermelha;

c) 3 bolas vermelhas e duas não vermelhas;

ATIVIDADE 3

Página 187 no Caderno do Aluno

O que é mais provável: duas caras no lançamento de 4 moedas ou uma face 6 no lançamento de 2 dados?

ATIVIDADE 4

Página 187 no Caderno do Aluno

Uma prova é formada por 10 testes com 5 alternativas cada um, em que apenas uma delas é correta. Qual é a probabilidade de um aluno acertar, "chutando", 4 testes nesta prova?

ATIVIDADE 5

Página 187 no Caderno do Aluno

Estatisticamente, 1 em cada 10 televisores de determinada marca apresenta problemas de funcionamento. Uma loja de eletrodomésticos acaba de comprar 6 desses televisores para revender. Supondo que todos sejam vendidos, qual é a probabilidade de a loja receber reclamações de:

a) nenhum comprador?

b) apenas 1 comprador?

c) apenas 2 compradores?

d) 3 compradores?

e) 4 compradores?

f) 5 compradores?

g) todos os compradores?

MATEMÁTICA

3ª Série – Ensino Médio

1. Organização das Grades Curriculares.

Apresentamos a seguir uma grade curricular para a transição do material de apoio do Currículo do Estado de São Paulo, contendo os temas, a descrição das habilidades do Currículo Oficial de Matemática, vigente e sua respectiva relação com o Currículo Paulista, além de algumas orientações pedagógicas, para os quatro anos finais do Ensino Fundamental.

A lista dos conteúdos curriculares e habilidades, em Matemática, não é rígida e inflexível. O que se pretende é a articulação entre os temas (álgebra, geometria, grandezas e medidas, números e probabilidade e estatística), tendo em vista os princípios que fundamentam o Currículo Oficial: a busca de uma formação voltada para as competências pessoais, a abordagem dos conteúdos que valorize a cultura e o mundo do trabalho, a caracterização da escola como uma organização viva, que busca o ensino, mas que também aprende com as circunstâncias.

Enfim, ao fixar os conteúdos disciplinares/objetos de conhecimento, é preciso ter em mente que a expectativa de todo o ensino é que a aprendizagem efetivamente ocorra. As disciplinas curriculares não são um fim em si mesmas, o que se espera dos conteúdos é que eles realmente possam ser mobilizados, tendo em vista o desenvolvimento de competências pessoais, tais como a capacidade de expressão, de compreensão, de argumentação etc.

Desta forma, os quadros apresentados destacam as habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes em cada unidade. Tais habilidades traduzem, de modo operacional, as ações que os alunos devem ser capazes de realizar, ao final de um determinado estágio de aprendizagem, após serem apresentados aos conteúdos curriculares listados.

1.1. Grade curricular da 3ª série do Ensino Médio – 3° Bimestre

ENSINO MÉDIO - CURRÍCULO DE MATEMÁTICA - 3ª SÉRIE (3° BIMESTRE)		
Currículo Oficial – SEE-SP		**BNCC**
Tema/ Conteúdo	**Habilidades**	**Competências Gerais**
• Estudos das funções. • Qualidade das funções. • Gráficos: funções trigonométricas, exponencial, logarítmica e polinomiais. • Gráficos: análise de sinal, crescimento e taxa de variação. • Composição: translações e reflexões. • Inversão.	• Saber usar de modo sistemático as funções para caracterizar relações de interdependência, reconhecendo as funções de 1° e 2° graus, seno, cosseno, tangente, exponencial e logarítmica, com suas propriedades características. • Saber construir gráficos de funções por meio de transformações em funções mais simples (translações horizontais, verticais, simetrias, inversões). • Compreender o significado da taxa de variação unitária (variação de f(x) por unidade a mais de x), utilizando o crescimento, o decrescimento e a concavidade de gráficos. • Conhecer o significado, em diferentes contextos, do crescimento e do decrescimento exponencial, incluindo-se os que expressam por meio de funções de base	**2.** Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação , a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. **4.** Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

1.1.1 Estudo funcional de funções do primeiro° e segundo graus

De forma geral, as funções polinomiais são instrumentos fundamentais para a representação das relações de interdependência entre grandezas, conforme foram desenvolvidos durante a aprendizagem dos alunos em anos anteriores. Por exemplo, no 7° ano do Ensino Fundamental foram exploradas situações envolvendo a proporcionalidade direta e inversa entre grandezas, que conduzem a relações do tipo $y = kx$, ou, então, $y = \frac{k}{x}$, de modo que k é uma constante não nula. Já no 9° ano, foram estudadas as funções $y = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, além da representação destas em gráficos.

Recorrendo às considerações anteriores, destacamos as funções que traduzem matematicamente os processos que envolvem relações de proporcionalidade direta (gráficos lineares), ou relações em que uma grandeza é proporcional ao quadrado de outra (gráficos com a forma de parábola).

Convém ressaltar, que a construção de gráficos das funções acima indicadas é objeto de atenção na Competência Específica 1, na habilidade (EM13MAT101). No desenvolvimento da habilidade descrita nesta Competência Específica, pensamos na resolução e elaboração de sequências de atividades que envolvem situações concretas em que a consideração das grandezas envolvidas conduz a uma função polinomial de 1° ou de 2° grau, que contemplem com destaque problemas de otimização, ou seja, problemas que envolvem a obtenção do valor máximo ou mínimo de uma função.

Este encadeamento metodológico, propicia o desenvolvimento de importantes competências básicas, tais como:

- o recurso à linguagem das funções para representar interdependências, o que conduz a um aumento na capacidade de expressão favorecendo a construção de um discurso mais eficaz para enfrentar problemas em diferentes contextos;
- a capacidade de compreensão de uma variada gama de fenômenos, uma vez que muitas situações de interdependência estão naturalmente associadas a modelagens que conduzem a explicações dos referidos fenômenos;
- o reconhecimento das funções envolvidas em um fenômeno, o que possibilita a sistematização de propostas de intervenção consciente sobre a realidade representada.

A título de aprofundamento podemos nos referir a um panorama sobre todas as relações de interdependência, revisando e incluindo diferentes linguagens com recursos mais amplos, buscando estabelecer suas qualidades essenciais e permitindo que colaborem mutuamente, favorecendo uma compreensão mais ampla de múltiplos fenômenos da realidade.

Desta forma, as competências básicas: expressão, compreensão, contextualização, argumentação e decisão, estarão presentes nas diversas situações-problema, uma vez que o estudo funcional proposto seria a busca de uma linguagem apropriada para compreender os fenômenos de diferentes tipos, objetivando sempre a argumentação e a tomada de decisões em situações concretas.

Os assuntos apresentados podem ser encontrados no Material de Apoio ao Currículo Oficial do Estado de São Paulo, nas respectivas Situações de Aprendizagem:

Situação de Aprendizagem 5: Funções como relações de interdependência: Múltiplos exemplos, Vol. 1, 1ª série do Ensino Médio, p. 55 a 64;

Situação de Aprendizagem 6: Funções

Polinomiais de 1° grau: Significado, gráficos, crescimento, decrescimento e taxas. Vol. 1, 1ª série do Ensino Médio, p. 65 a 74.

Situação de Aprendizagem 7: Funções Polinomiais de 2° grau: Significado, gráficos, interseções com os eixos, vértices e sinais. Vol. 1, 1ª série do Ensino Médio, p. 74 a 96;

Situação de Aprendizagem 8: Problemas envolvendo funções de 2° grau em múltiplos contextos: Problemas de máximo e mínimo. Vol. 1, 1ª série do Ensino Médio, p. 96 a 104.

Lembrando que ao final de cada situação de aprendizagem constam algumas considerações sobre a avaliação dos conhecimentos, bem como o conteúdo considerado indispensável ao desenvolvimento das competências e habilidades enunciadas.

Além das situações de aprendizagem, sugerimos alguns recursos audiovisuais, da plataforma Matemática Multimídia:

- Problema da cerca, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1160** (acesso em: 28/11/2018)
- A mãe, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1160** (acesso em: 28/11/2018)

1.1.2 Funções exponenciais e logarítmicas

Para iniciar os comentários referentes a esta seção convém ressaltar que o conceito base das funções exponencial e logarítmica, remete à potência de um número, cujo desenvolvimento já vem sendo tratado nos anos finais do Ensino Fundamental. No Ensino Médio, consolidamos seus significados, sistematizando os fatos e apresentando a função exponencial, com destaque para sua forma peculiar de crescimento ou decrescimento.

Os logaritmos, uma "invenção" engenhosa do início do século XVII, cuja motivação inicial era a simplificação dos cálculos em uma época de limitados instrumentos, para tal, apesar da abundância de recursos atuais, permanecem como um tema especialmente relevante, não em razão de tais simplificações, mas pela sua adequação em descrever fenômenos em que as variáveis aparecem no expoente. Apresentar seu significado mais profundo, o que contribuiu para conservar sua importância, juntamente com as propriedades mais relevantes para seu uso em diferentes contextos, talvez seja o objetivo principal em se abordar tal conteúdo.

É importante ressaltar que ambos conteúdos sejam abordados de maneira articulada, a distinção entre eles, é estritamente ligada a uma troca de posições entre as variáveis, de tal forma que:

- se $y = a^x$, considerando x a variável independente e $0 < a \neq 1$, escrevemos $y = f(x) = a^x$, e temos uma função exponencial.
- quando y é a variável independente e $0 < a \neq 1$, escrevemos $x = g(y) = \log_a y$, e temos uma função logarítmica.

As funções exponenciais e logarítmicas são inversas.

Apesar de que o caráter estritamente matemático seja importante no desenvolvimento de um conteúdo, não podemos deixar de contemplar suas aplicações em situ-ações--problema. Desta forma, reiteramos que as diversas contextualizações dos logaritmos (graus de terremotos, acidez de líquidos, intensidade sonora, magnitude de estrelas, cálculos de juros etc.) são possibilidades de enriquecimento de uma determinada sequência de atividades em sala de aula.

A título de aprofundamento, apresentamos uma função exponencial, do tipo $y=a^x$, particularmente importante na representação de diversos fenômenos naturais, em que a base **a** é o número neperiano representado pela letra e, cujo valor é 2,71828188459045... ou seja, é aproximadamente igual a 2,7183. Tal como o número π que representa a razão constante entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro, o número e tem um significado especialmente importante quando se estudam as diversas formas de uma função f(x) crescer ou decrescer. O estudo de fenômenos que envolvem crescimento ou decrescimento de populações, desintegração radioativa, juros compostos, entre outros, torna natural o aparecimento deste número.

Tal como o número π, o número e é irracional e transcendente. Os irracionais como $\sqrt{2}$ não são razões entre inteiros, são raízes de equações algébricas com coeficientes inteiros (por exemplo, $x^2 - 2 = 0$) Um número irracional é transcendente quando não existe equação algébrica com coeficientes inteiros que o tenha como raiz, e esse o é o caso de números como π e e.

O mais importante no momento é a utilização de uma função exponencial particular, que vai ampliar significativamente o repertório de recursos para o tratamento matemático de diversos fenômenos em diferentes contextos.

Os tópicos apresentados, podem ser encontrados no Material de Apoio ao Currículo Oficial do Estado de São Paulo, nas respectivas Situações de Aprendizagem:

Situação de aprendizagem 1: As potências e o crescimento exponencial: A função exponencial, Vol. 2, 1ª série do Ensino Médio, p. 11 a 20.

Situação de Aprendizagem 2: Quando o expoente é a questão, o logaritmo é a solução: A força da ideia de logaritmo, Vol. 2, 1ª série do Ensino Médio, p. 20 a 38.

Situação de Aprendizagem 3: As funções com variável no expoente: A exponencial e sua inversa, a logarítmica, Vol.2, 1ª série do Ensino Médio, p. 38 a 46.

Situação de Aprendizagem 4: As múltiplas faces das potências e dos logaritmos: Problemas envolvendo equações e inequações e diferentes contextos, Vol. 2, 1ª série do Ensino Médio, p. 47 a 59.

Situação de Aprendizagem 4: Os fenômenos naturais e o crescimento ou decrescimento exponencial: O número e, Vol. 2, 3ª série do Ensino Médio, p. 40 a 55

Lembrando que ao final de cada situação de aprendizagem constam algumas considerações sobre a avaliação dos conhecimentos bem como o conteúdo considerado indispensável ao desenvolvimento das competências e habilidades enunciadas.

Além das situações de aprendizagem, sugerimos alguns recursos audiovisuais, da plataforma Matemática Multimídia:

- Osso duro de roer, disponível em: **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1146** (acesso em: 28/11/2018).
- Baralho mágico, disponível em: **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/998** (acesso em: 28/11/2018)
- Overdose, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1147** (acesso em: 28/11/2018)
- A aparição, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1050** (acesso em: 28/11/2018)
- Avalanches, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1364** (acesso em: 28/11/2018)

1.1.3 Fenômenos periódicos.

As funções são maneiras que encontramos para representar a interdependência entre grandezas, sem perder a generalidade. No Ensino Médio, o estudo de números e funções é um dos mais importantes e amplia sobremaneira, em relação às etapas anteriores. Com base nessa premissa, apresentamos os tipos de funções estudadas no Ensino Médio, identificando os significados que normalmente lhes são associados.

O primeiro grupo de funções com o qual os alunos tomam contato no Ensino Médio são as funções polinomiais de 1º e 2º grau, complementadas ao fim da 3ª série do Ensino Médio, com a apresentação das funções polinomiais de grau qualquer. Há uma variedade de situações possíveis de serem modeladas com funções polinomiais de diferentes graus. É comum, no início do trabalho com funções, a proposição de situações aos alunos que exijam, por exemplo, a análise de como o preço da corrida de taxi depende da quilometragem ou da verificação de que a quantidade de calor, que um corpo absorve ocorre em função do aumento de sua temperatura ou, ainda, o fato de que um corpo em queda livre aumenta cada vez mais a distância que percorre a cada segundo sucessivo.

Outro grupo de funções, analisado no Ensino Médio, é aquele que discute o crescimento exponencial de uma grandeza em função da variação de outra. Nesse grupo, incluem-se, além das funções exponenciais propriamente ditas, as funções logarítmicas. Enquanto as funções exponenciais tratam dos processos de crescimento ou decrescimento rápidos, as funções logarítmicas modelam fenômenos que crescem ou decrescem de modo mais lento. Processos de crescimento populacional e também de acumulação financeira constituem contextos fecundos para a significação de funções desse grupo, e normalmente, são apresentados em diversos materiais didáticos. Além disso, os logaritmos e as exponenciais estão presentes na determinação da intensidade dos terremotos, no nível de intensidade sonora e no cálculo da capacidade de armazenagem de informação.

As funções trigonométricas, que constituem o terceiro grupo das funções estudadas no Ensino Médio, caracterizam-se por permitir a modelagem de fenômenos periódicos, isto é, fenômenos que se repetem e que mantêm as características de dependência entre as grandezas envolvidas. A existência de uma gama de fenômenos dessa natureza contrasta com a baixa frequência com que as funções trigonométricas são contextualizadas nos materiais didáticos. Na maioria das vezes, o tratamento dado aos senos, cossenos e tangentes fica única e exclusivamente restrito aos cálculos de valores para arcos notáveis e seus côngruos, e para a relação algébrica entre estas funções, sem que a periodicidade, foco principal do estudo, seja analisada com a importância merecida.

Para concluir, reiteramos que a motivação pelo estudo das funções trigonométricas deve ser o reconhecimento de que elas são necessárias para a modelagem de fenômenos periódicos. Nesse sentido, antes da apresentação dos conceitos, os alunos precisam ser sensibilizados para a observação real, virtual ou imaginativa de uma série de manifestações naturais de caráter periódico.

Os tópicos apresentados podem ser encontrados no Material de Apoio ao Currículo Oficial do Estado de São Paulo, nas respectivas Situações de Aprendizagem:

Situação de Aprendizagem 1: O reconhecimento da periodicidade, Vol.1, 2ª série do Ensino Médio, p. 12 a 22;

Situação de Aprendizagem 2: A periodicidade e o modelo da circunferência trigonométrica, Vol.1, 2ª série do Ensino Médio, p. 23 a 38.

Situação de Aprendizagem 3: Gráficos de funções periódicas envolvendo senos e cossenos, Vol. 1, 2ª série do Ensino Médio, p. 39 a 52.

Situações de Aprendizagem 4: Equações trigonométricas, Vol.1, 2ª série do Ensino Médio, p. 53 a 60.

Lembrando que ao final de cada situação de aprendizagem constam algumas considerações sobre a avaliação dos conhecimentos bem como o conteúdo considerado indispensável ao desenvolvimento das competências e habilidades enunciadas.

Além das situações de aprendizagem, sugerimos alguns recursos audiovisuais, da plataforma Matemática Multimídia:

- Tempestades solares, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1353** (acesso em: 28/11/2018)
- A dança do sol, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1080** (acesso em: 28/11/2018)
- A roda gigante, disponível em **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1364** (acesso em: 28/11/2018)
- Aventuras do Geodetetive 1: A circunferência da Terra, disponível em: **http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1102** (acesso em 28/11/2018)

1.1.4 (Re)significando o estudo das funções

O objetivo maior da proposição é a de explorar sistematicamente as caracterizações das funções já estudadas, ampliando-se as possibilidades de construção de gráficos e da compreensão das formas básicas de crescimento ou decrescimento. Com isso, a possibilidade de utilização de funções para compreensão de fenômenos da realidade será ampliada, e os alunos poderão analisar com mais nitidez a riqueza da linguagem das funções.

Desta forma, é preciso ir além da constatação do crescimento ou do decrescimento, procurando qualificá-lo e tentando caracterizar a rapidez com que ocorre o crescimento ou decrescimento por meio da taxa de variação, ou seja, da variação da variável independente por unidade a mais da variável dependente. Apesar de tal preocupação com as taxas de variação não ser muito comum no estudo das funções no Ensino Médio, é um assunto importante para o estudo das funções na escola básica para descortinar uma série de ideias simples sobre variação de funções, que serão muito úteis para a compreensão de inúmeros fenômenos, naturais ou econômicos, envolvendo variações e taxas de variação, como a descrição dos movimentos, ou a compreensão das taxas de inflação, por exemplo.

Destacamos que neste estudo, todas as competências básicas podem ser desenvolvidas por meio de tal tratamento qualitativo das funções: a expressão/compreensão de fenômenos, a argumentação/tomada de decisão e a contextualização/abstração de relações.

O tópico acima, apresentado, pode ser encontrado no Material de Apoio ao Currículo Oficial do Estado de São Paulo, na respectiva Situação de Aprendizagem, conforme segue:

Situação de Aprendizagem 3 – As três formas básicas de crescimento ou decrescimento: A variação e a variação da variação, Vol. 2, 3ª série do Ensino Médio, pg.31 a 40.

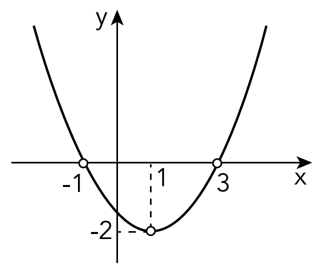
Além da referência citada acima, o professor poderá recorrer a outros materiais que abordem o assunto tratado.

1.1.5 Os pontos críticos de uma função de grau 2

Um assunto recorrente após o estudo das representações algébrica e gráfica, de funções polinomiais de 2º grau é o estabelecimento das situações de máximo ou mínimo, identificando e calculando as coordenadas dos pontos críticos (máximos ou mínimos), no desenvolvimento relativo a este tópico. Ressaltamos a importância do aspecto qualitativo da análise de situações-problema, em detrimento do aspecto quantitativo, que se baseia em repetição de problemas modelo.

Desta forma consideramos que não é decisiva a quantidade de questões a serem trabalhadas para uma compreensão adequada do tema, mas, sim, o modo como elas são exploradas em classe garantindo-se uma abordagem que favoreça um aprendizado consciente e efetivo. Sobretudo quando envolvem modelos matemáticos utilizados em outras situações-problema.

O ponto máximo ou mínimo de uma função polinomial do 2º grau poderá ser abordado também como média aritmética de suas raízes ou de dois pontos simétricos, quando essas raízes não existirem. Ressaltamos que quando uma função polinomial do 2º grau tem uma única raiz, esta é o ponto máximo ou mínimo da função conforme sua concavidade (coeficiente ***a*** positivo ou negativo).



$$M = \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

O tópico acima, apresentado, pode ser encontrado no Material de Apoio ao Currículo Oficial do Estado de São Paulo, na respectiva Situação de Aprendizagem, conforme segue:

Situação de Aprendizagem 8 – Problemas envolvendo funções de 2º grau em múltiplos contextos: Problemas de máximos e mínimos, Vol. 1, 1ª série do Ensino Médio, pg. 96 a 104.

Sugerimos a utilização do software Geogebra para a construção e análise de gráficos de funções.

1.1.6 Atividades

TEMA 1: ESTUDO DAS FUNÇÕES

ATIVIDADE 1

Página 161 no Caderno do Aluno

Determine a lei da função que relaciona o lado x de um quadrado ao seu perímetro.

ATIVIDADE 2

Página 161 no Caderno do Aluno

Determine a lei da função que relaciona o lado x de um quadrado com a sua área.

ATIVIDADE 3

Complete a tabela com algumas relações entre os valores dos exercícios anteriores.

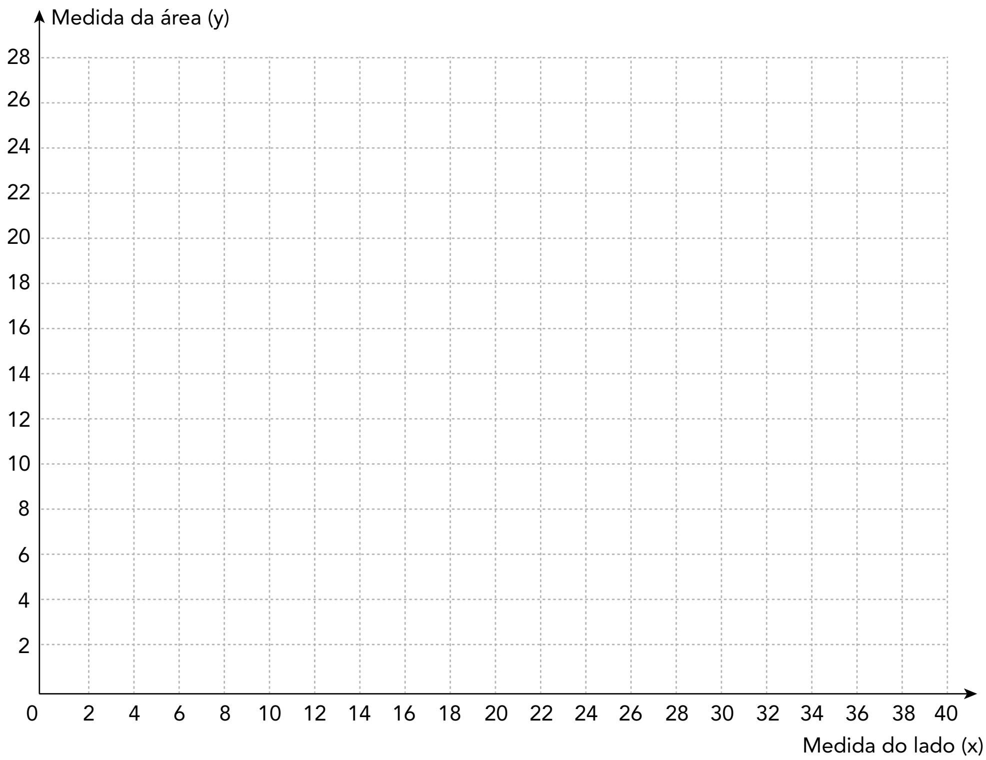
Lado (x)	1	2	3	4	5
Perímetro					
Área					

Anotações:

ATIVIDADE 4

Página 162 no Caderno do Aluno

Esboce o gráfico que representa a função relacionada do lado x de um quadrado com a sua área.



ATIVIDADE 5

Página 162 no Caderno do Aluno

Classifique as funções a seguir em (C) crescente ou (D) decrescente:

( ) $y = 5x + 2$

( ) $y = -3x + 4$

( ) $y = 5 - x$

____

____

____

____

____

ATIVIDADE 6

Página 162 no Caderno do Aluno

Defina a característica observada no exercício anterior, para determinar se a função é crescente ou decrescente.

____

____

____

____

____

____

____

ATIVIDADE 7

Página 163 no Caderno do Aluno

Identifique se a representação gráfica das funções a seguir é uma parábola, com a concavidade direcionada para cima (**U**) ou com a concavidade direcionada para baixo (**∩**):

( ) $y = 3x^2 - 5x + 1$

( ) $y = -x + 2x^2$

( ) $y = -4x^2 + 5x + 2$

ATIVIDADE 8

Página 163 no Caderno do Aluno

Defina a característica observada, no exercício anterior, para determinar se a concavidade da parábola é direcionada para cima ou a concavidade direcionada para baixo.

ATIVIDADE 9

Página 163 no Caderno do Aluno

No gráfico de uma função do 1° grau podemos notar as seguintes características:

- apenas um ponto corta o eixo x;
- apenas um ponto corta o eixo y.

Encontre os pontos que cortam os eixos (x e y) nas seguintes funções:

a) $y = x + 3$

b) $y = 2x - 8$

c) $y = -3x - 3$

d) $y = 6 - x$

ATIVIDADE 10

Página 164 no Caderno do Aluno

Podemos observar como característica das funções de 2º grau a quantidade de raízes reais (ou zeros da função) dependendo do valor obtido no radicando $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$.

- quando Δ é positivo, há duas raízes reais e distintas;
- quando Δ é zero, há só uma raiz real (para ser mais preciso, há duas raízes iguais);
- quando Δ é negativo, não há raiz real.

Sabendo-se disto, encontre o valor do Δ e identifique a quantidade de raízes reais nas seguintes funções:

a) $y = x^2 + 3$

b) $y = 3x^2 - 8x$

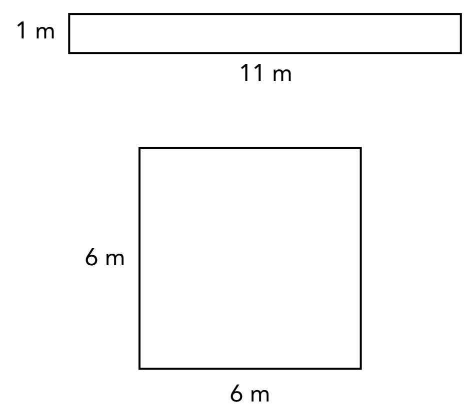
c) $y = -4x^2 - x - 3$

d) $y = 5 + 6x - x^2$

ATIVIDADE 11

Página 164 no Caderno do Aluno

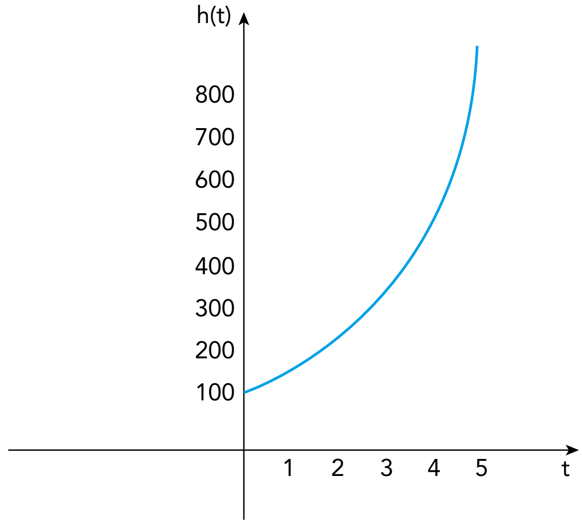
Entre todos os retângulos com perímetro de 24 m, como os exemplificados a seguir, qual tem a maior área? Registre sua resposta no espaço a seguir



ATIVIDADE 12

Página 165 no Caderno do Aluno

O gráfico a seguir exibe a curva de potencial biótico h(t) para uma população de microrganismos, ao longo do tempo t.



Considerando a representação gráfica acima e as constantes reais **m** e **n**, a função que pode descrever esse potencial é:

(A) $h(t) = at + b$

(B) $h(t) = at^2 + bt$

(C) $h(t) = ab^2$

(D) $h(t) = a + \log_b t$

ATIVIDADE 13

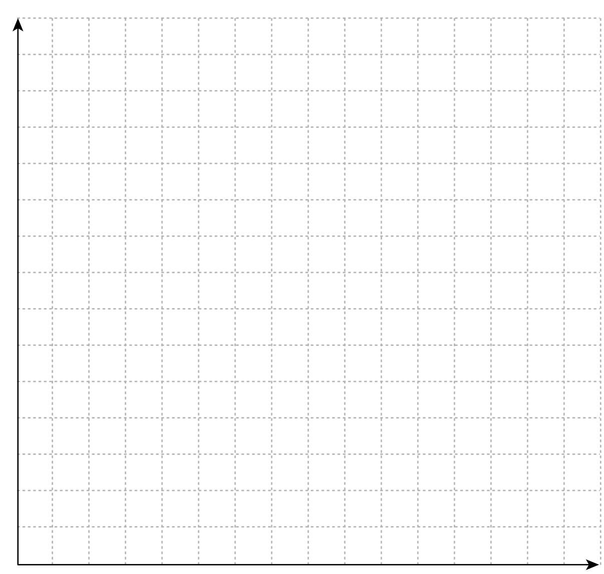
Página 165 no Caderno do Aluno

A massa m de uma substância radioativa diminui com o tempo, ou seja, é uma função do tempo de decomposição t:: m = f(t). Para certa substância, tem-se $\mathbf{m = m_0 \cdot 10^{-t}}$, onde m_0 é a massa inicial igual a 4000g e t, o tempo de decomposição em horas. Determine quantos gramas estarão presentes após 5 horas.

ATIVIDADE 14

Página 165 no Caderno do Aluno

Esboce o gráfico da função anterior. (Sugestão: atribua para t valores múltiplos de 10.)



ATIVIDADE 15

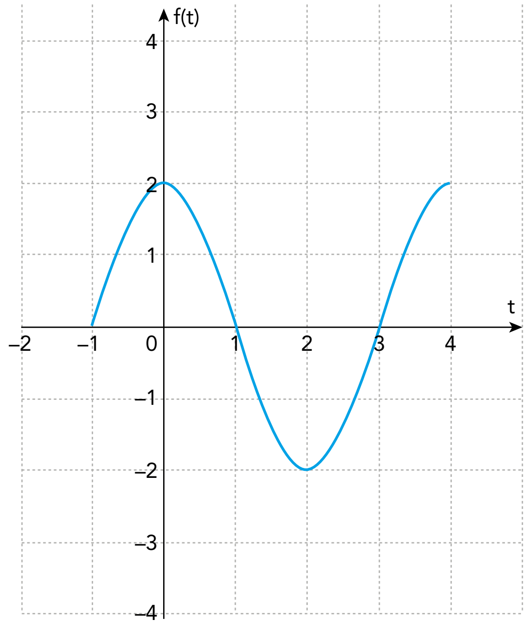
Página 166 no Caderno do Aluno

Com base na resolução das atividades 13 e 14, determine o instante em que a massa restante será igual a 20g.

ATIVIDADE 16

Página 166 no Caderno do Aluno

No gráfico a seguir está descrita a função periódica $f(t) = 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$, em que o valor de t refere-se ao tempo em segundos.



Calcule o valor de f(t) para:

- $t = 1$

- $t = 2$

- $t = \frac{7}{2}$

ATIVIDADE 17

Página 167 no Caderno do Aluno

Defina as raízes das seguintes funções polinomiais.

a) $f(x) = (x - 2) \cdot (x - 1) \cdot (x + 2)$

b) $f(x) = x \cdot (x - 3) \cdot (x + 4)$

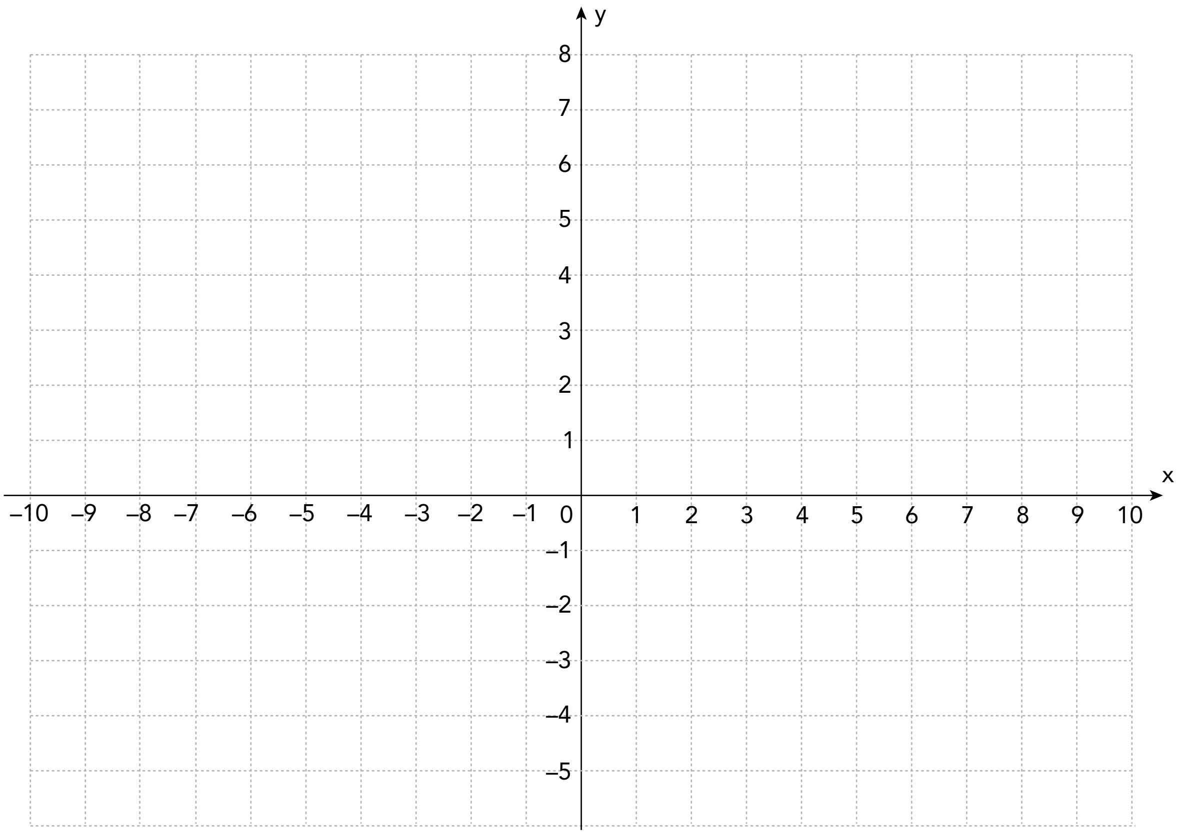
c) $f(x) = (x - 5) \cdot x \cdot (-x + 2)$

d) $(1 - x) \cdot (x + 1) \cdot (x - 4) \cdot (3 + x)$

ATIVIDADE 18

Página 168 no Caderno do Aluno

Esboce os gráficos das funções dos itens b e c do exercício anterior.



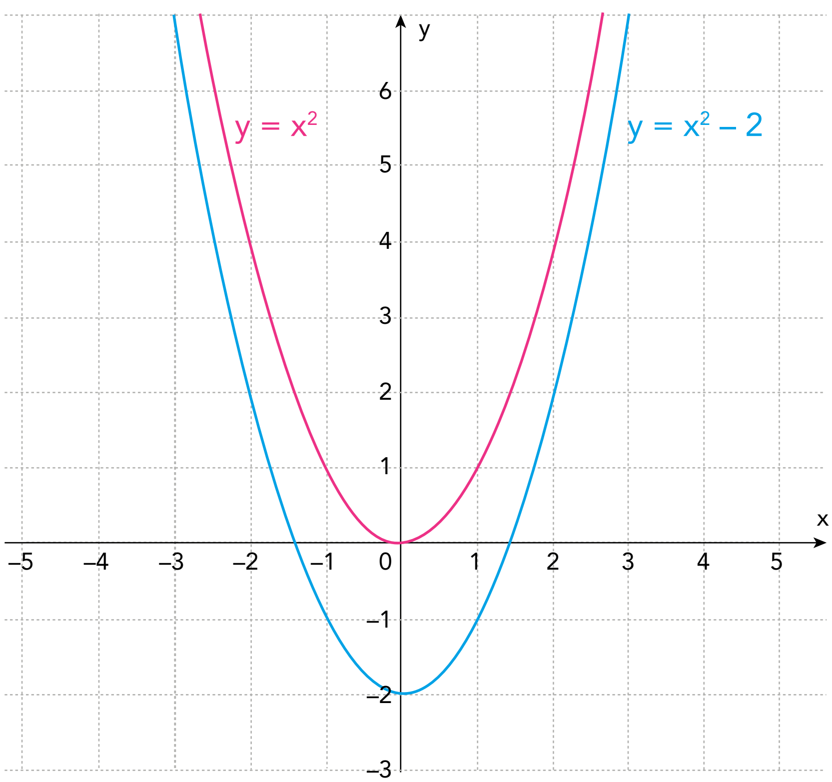
TEMA 2: GRÁFICOS DE FUNÇÕES

Página 169 no Caderno do Aluno

Geralmente quando queremos esboçar um gráfico, recorremos primeiramente a uma tabela com a indicação de alguns valores do domínio da função e posterior cálculo da imagem da função. Contudo muitos gráficos, podem ser obtidos sem tomar por base as conclusões de uma representação de pontos isolados. Nesse trabalho, o ponto central consiste em ler e interpretar as indicações de quais operações devemos realizar com a variável independente x para obter valores referentes à variável dependente y.

Para iniciar o que pretendemos dizer, exploraremos a construção de alguns gráficos de funções, na qual você já aprendeu durante o Ensino Médio.

Para as funções quadráticas, nota-se uma particularidade interessante quando temos funções do tipo $f(x) = x^2 - 2$, neste caso para encontrar o valor de $y = f(x)$, basta elevar a variável independente **x**, ao quadrado e diminuir 2 unidades do resultado obtido. Desse modo, para representar os pontos (x; y) em que $y = x^2 - 2$, podemos imaginar que o gráfico de $y = x^2$ foi deslocado 2 unidades para baixo na direção do eixo **y**. Dessa forma, o gráfico de $f(x) = x^2 - 2$, pode ser construído a partir da elaboração de um gráfico mais simples: $f(x) = x^2$



ATIVIDADE 1

Página 170 no Caderno do Aluno

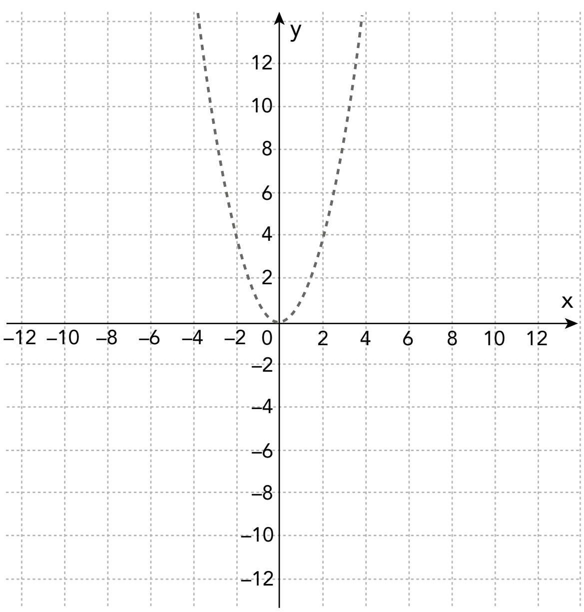
Utilizando o mesmo sistema de coordenadas esboce os gráficos das seguintes funções.

a) $y = x^2 + 4$

b) $y = x^2 - 4$

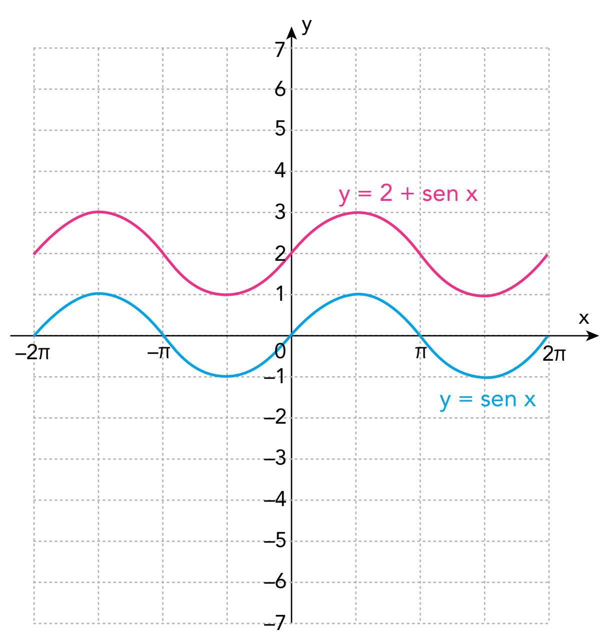
c) $y = 4 - x^2$

d) $y = -4 - x^2$



Anotações:

Para as funções trigonométricas do tipo $f(x) = 2 + \text{sen } x$ os valores de y serão determinados depois que encontrarmos o valor do seno da variável independente x e a esse valor adicionarmos 2 unidades. Nesse caso, podemos imaginar que o gráfico mais simples da função de y = sen x será deslocado 2 unidades para cima na direção do eixo y, conforme mostra o gráfico a seguir:



ATIVIDADE 2

Página 171 no Caderno do Aluno

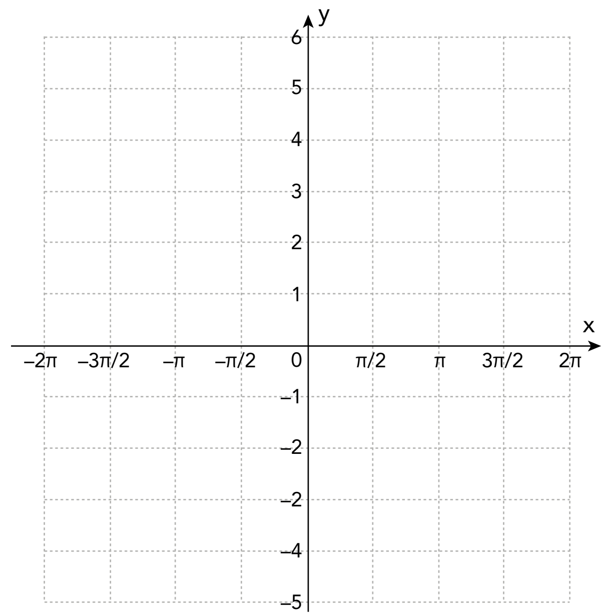
Esboce os gráficos das funções indicadas a seguir no mesmo sistema de coordenadas.

a) $f(x) = \cos x$

b) $g(x) = 5 + \cos x$

c) $h(x) = -3 + \cos x$

d) $m(x) = 5 \cdot \cos x$

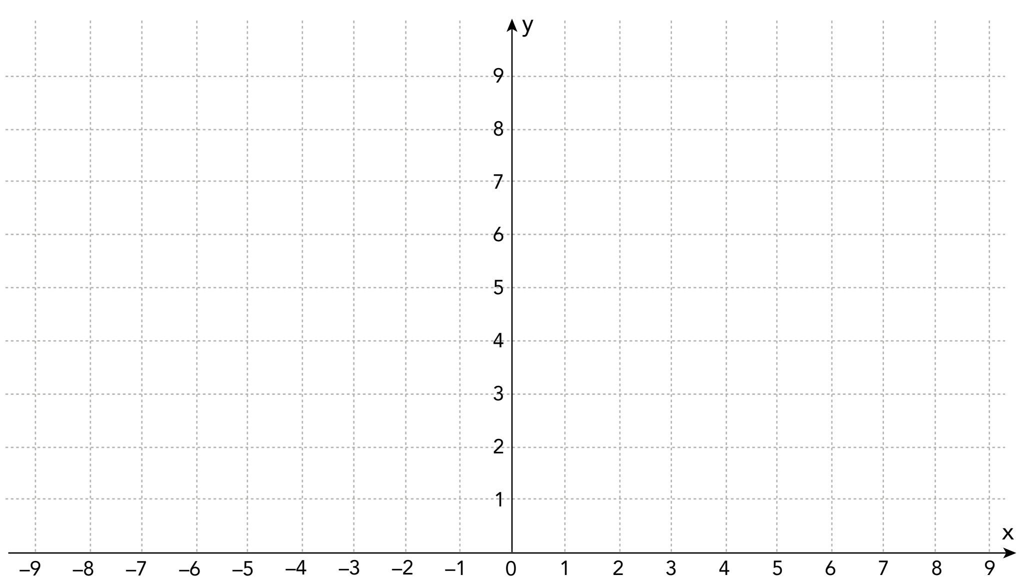


No estudo dos gráficos das funções quadráticas, podemos destacar o estudo de funções do tipo: $(x - 4)^2$, de modo que, pode-se imaginar o gráfico de $y = x^2$ deslocado 4 unidades para a direita na direção do eixo x. O gráfico de $y = (x - 4)^2$ é como se fosse o de $y = m^2$, sendo $m = x - 4$. O vértice da parábola desloca-se do ponto em que $x = 0$ para o ponto em que $x = 4$.

ATIVIDADE 3

Página 171 no Caderno do Aluno

Sabendo-se disto, esboce no mesmo plano cartesiano os gráficos das funções $f(x) = (x - 4)^2$ e $g(x) = (x + 4)^2$



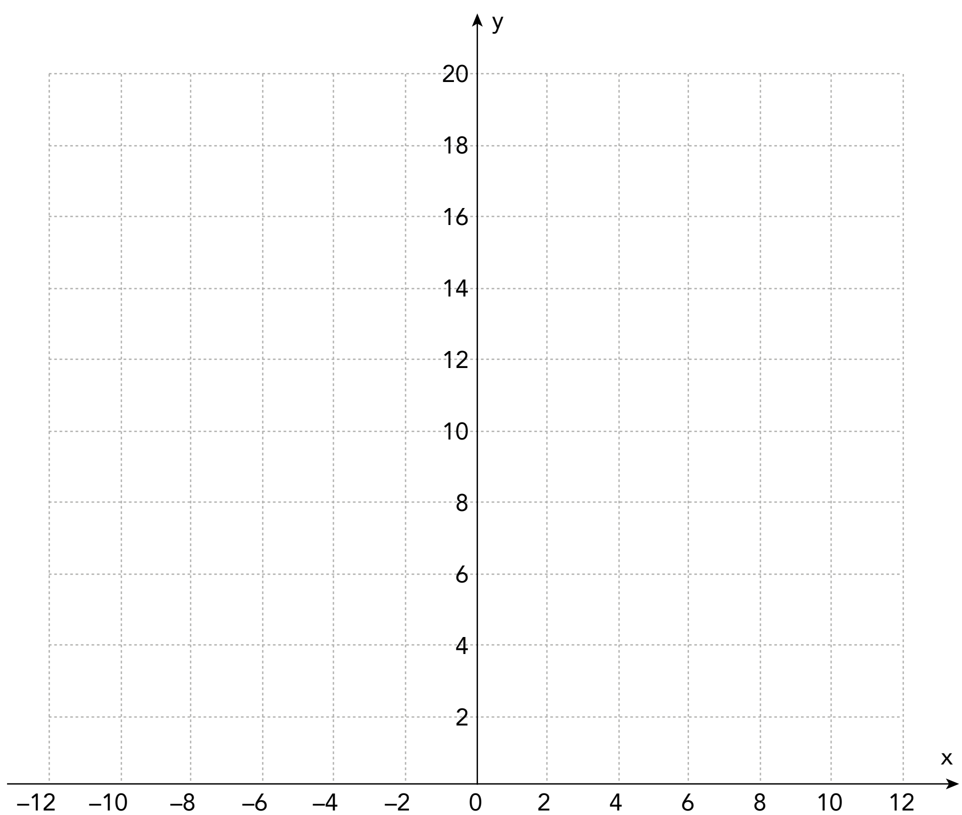
Agora vamos relembrar o gráfico da função exponencial, e tomaremos como exemplo a função $f(x) = 2^{(x+3)}$, que será construído a partir do gráfico de $y= 2^x$, deslocado para a esquerda na direção do eixo x. O gráfico de $y = 2^{(x+3)}$ é como se fosse de $y = 2^m$, sendo $m = x + 3$. É como se o eixo y se deslocasse horizontalmente, de tal forma que o antigo ponto em que $x = 0$ coincidisse com o novo ponto em que $x = –3$ (ou seja $m = 0$).

ATIVIDADE 4

Página 172 no Caderno do Aluno

No caso das funções logarítmicas, vamos estudar a função $y= 4 + \log_2 (x – 5)$, podemos imaginar o gráfico de $y = \log_2 x$ deslocado 5 unidades para a direita, como se estivéssemos construindo o gráfico de $y = \log_2 m$, sendo $m = x – 5$.

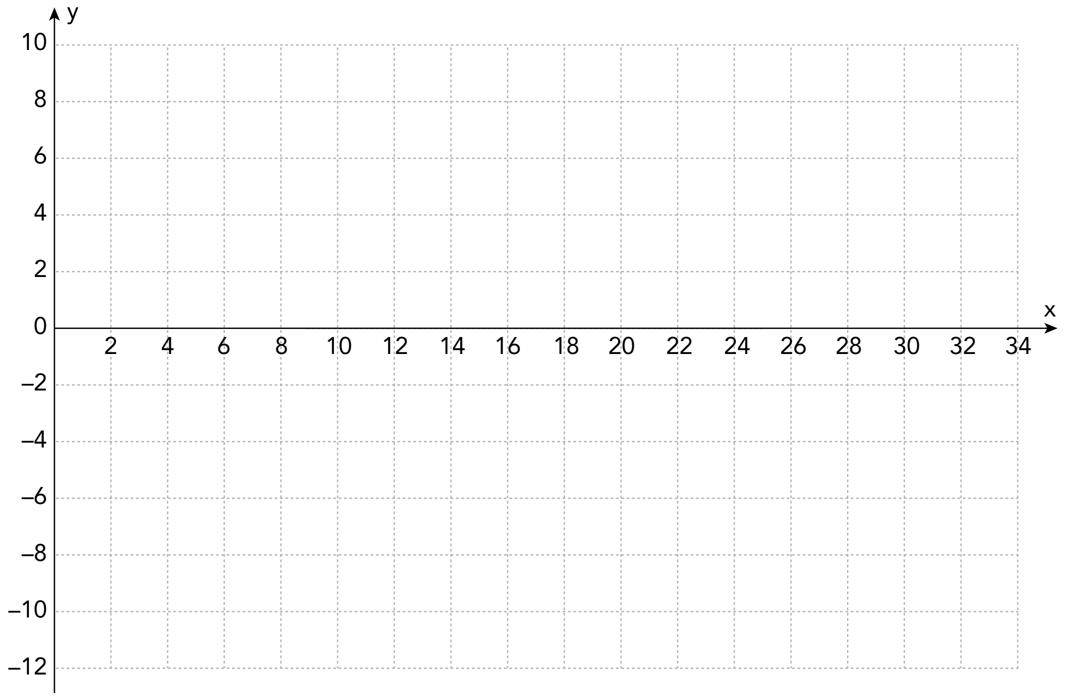
Sabendo-se disto, esboce o gráfico, no plano cartesiano a seguir, da situação proposta anteriormente.



ATIVIDADE 5

Página 173 no Caderno do Aluno

Faça o esboço da situação descrita para obter o gráfico de $y = 4 + \log_2(x - 5)$, no plano cartesiano a seguir.



Vamos agora pensar no gráfico de $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$. Para construir o gráfico de f(x), podemos começar com o de $y = x^2$. Na sequência construímos o de $y = x^2 + 1$, deslocando uma unidade para cima o gráfico de $y = x^2$, na direção do eixo y. A partir daí, para obter o gráfico de f(x), representamos os pontos (x; y) de modo que o valor de y seja o inverso de $x^2 + 1$, para cada valor de x.

É importante notar que:

- no ponto onde $x = 0$, $x^2 + 1$ vale 1 e o inverso de $x^2 + 1$ também é igual a 1;
- em todos os outros pontos, $x^2 + 1$ é positivo e maior que 1; logo seu inverso é positivo e menor que 1;
- assim, o gráfico de $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$ situa-se sempre acima do eixo x, aproximando-se mais e mais dele, a medida que o valor de x aumenta, pois quanto maior for o valor de $x^2 + 1$, menor será o valor de seu inverso.

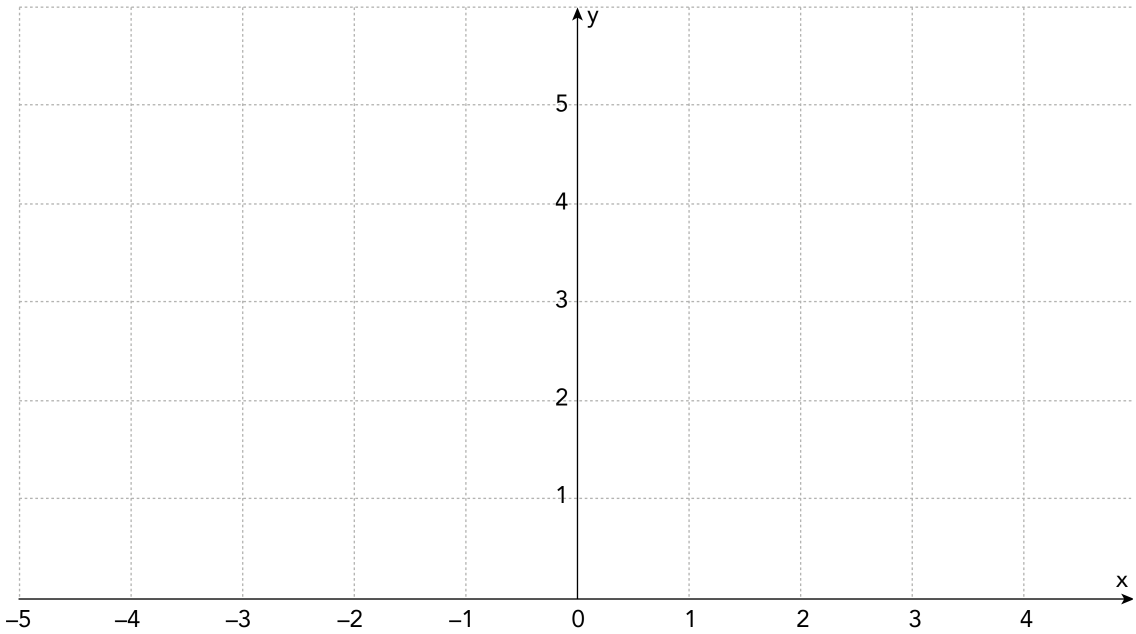
Resumindo, na construção do gráfico de $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$, podemos observar os seguintes passos:

- construir o gráfico de $y = x^2$;
- construir o gráfico de $y = x^2 + 1$;
- construir o gráfico de $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$.

ATIVIDADE 6

Página 174 no Caderno do Aluno

Faça o esboço da situação descrita para traçar o gráfico de $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$, no plano cartesiano em destaque.



Para o gráfico de $f(x) = \dfrac{1}{x^2-1}$, podemos tomar como pontos de referências os gráficos de $y = x^2$ e $y = x^2 - 1$ em seguida representar os pontos com abscissa x e ordenada o inverso de $x^2 - 1$.

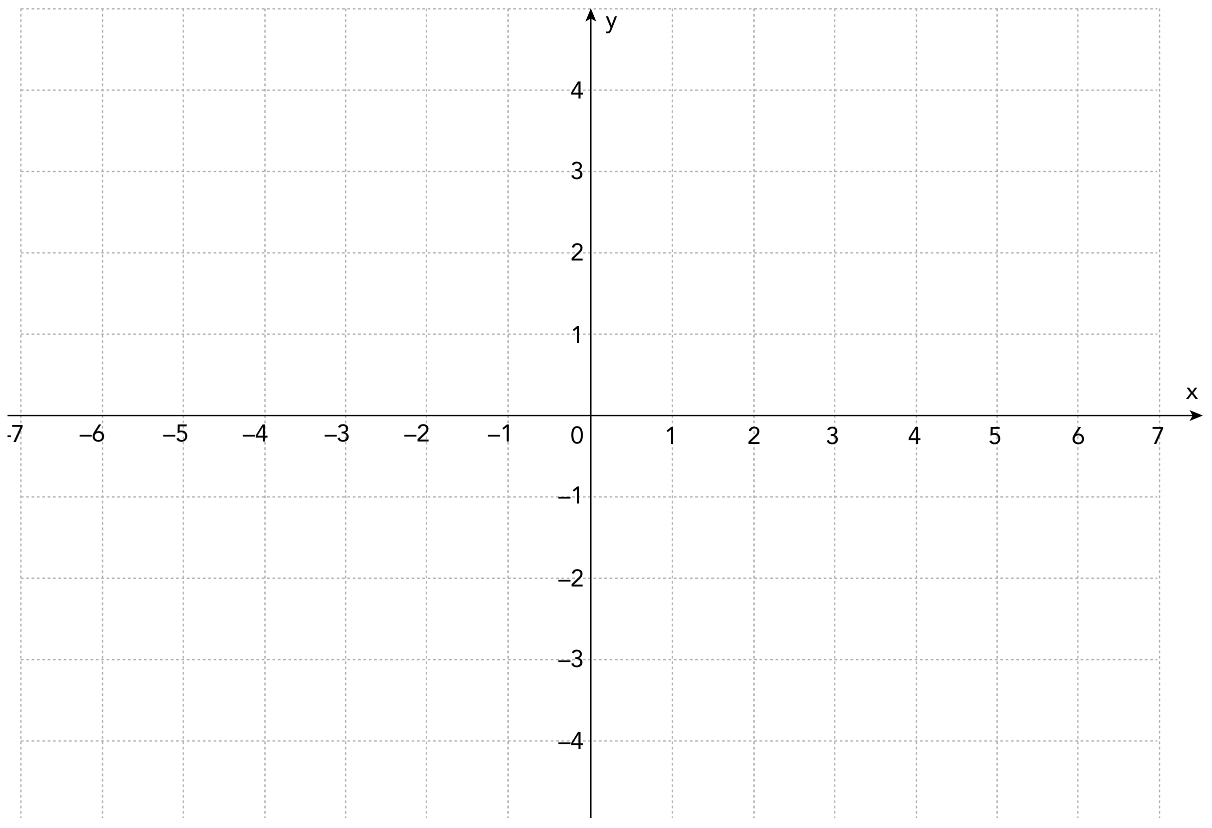
É importante notar que:

- quando $x^2 - 1 = 0$, ou seja, quando temos $x = 1$ ou $x = -1$, então a função f(x) não está definida;
- quando x assume valores próximos de 1 ou de –1,os valores absolutos dos inversos tornam-se muito grandes. Se x se aproxima de 1 por valores maiores do que 1, os inversos tornam-se muito grandes (positivos); por outro lado, se x se aproxima de 1 por valores menores do que 1, os inversos tornam-se muito grandes em valor absoluto, mas negativos. Algo similar ocorre quando x se aproxima de –1.

ATIVIDADE 7

Página 175 no Caderno do Aluno

Sabendo-se disto, faça o esboço da situação descrita para traçar o gráfico de $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$



Para o gráfico de $f(x) = \frac{1}{x}$, podemos esboçar primeiramente o gráfico de $y = x$ e representar, para cada valor de x, a ordenada y, que é o inverso de x.

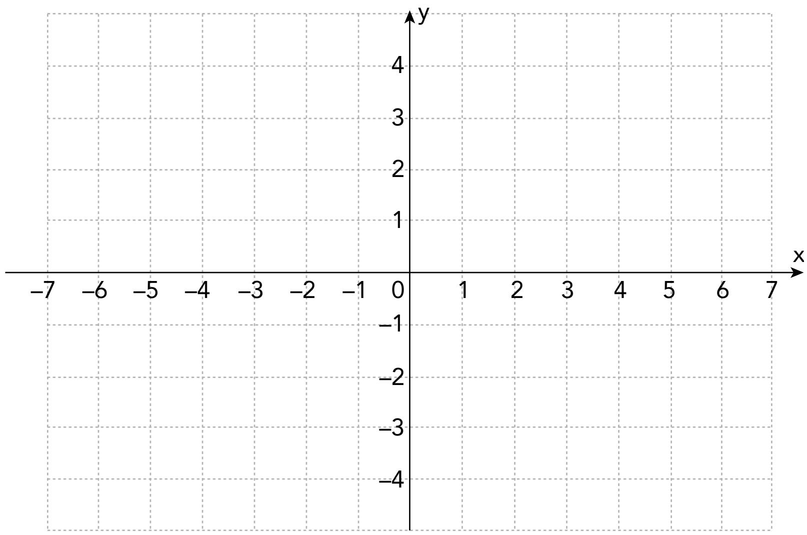
É importante notar que:

- quando $x = 0$, não existe o inverso de x, ou seja, a função f(x) não está definida;
- quanto mais próximo de 0 é o valor de x, maior é o valor absoluto do inverso de x, sendo que os valores de x positivos têm inversos positivos e os valores de x negativos têm inversos negativos;
- quanto maior é o valor absoluto de x, tanto positivo quanto negativo mais próximo de 0 é o inverso de x, sendo o sinal de x sempre igual ao sinal de seu inverso.

ATIVIDADE 8

Página 176 no Caderno do Aluno

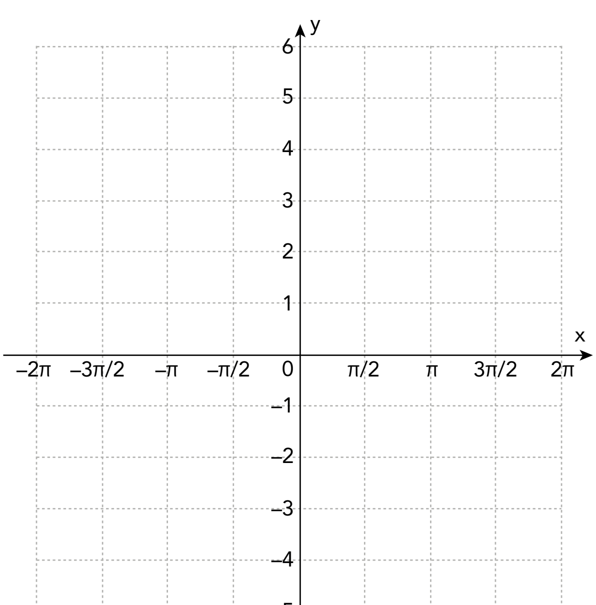
Faça o esboço da situação descrita para traçar o gráfico de $f(x) = \dfrac{1}{x}$.



ATIVIDADE 9

Página 176 no Caderno do Aluno

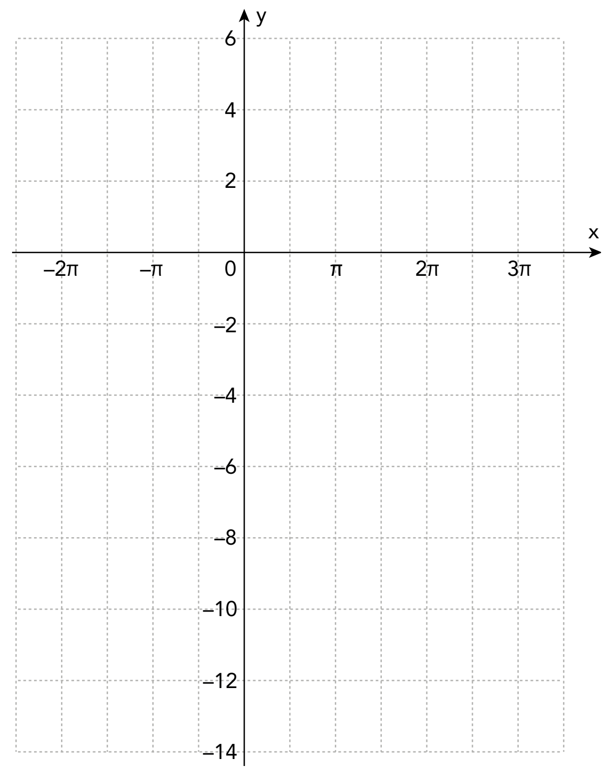
O gráfico de $f(x) = 3 \text{ sen } x$ é análogo ao de $y = \text{sen } x$, com a amplitude aumentando de 1 para 3 unidades, ou seja, os valores de f(x) oscilarão entre +3 e –3. Faça o esboço desse gráfico no plano a seguir.



ATIVIDADE 10

Página 177 no Caderno do Aluno

Para construir o gráfico de $f(x) = 3x \cdot \text{sen } x$, basta imaginar o gráfico de $y = A \cdot \text{sen } x$, sendo que o valor de A varia de acordo com x segundo a reta $y = 3x$. Assim o gráfico oscilará entre as retas $y = 3x$ e $y = –3x$. Faça o esboço desse gráfico no plano a seguir.

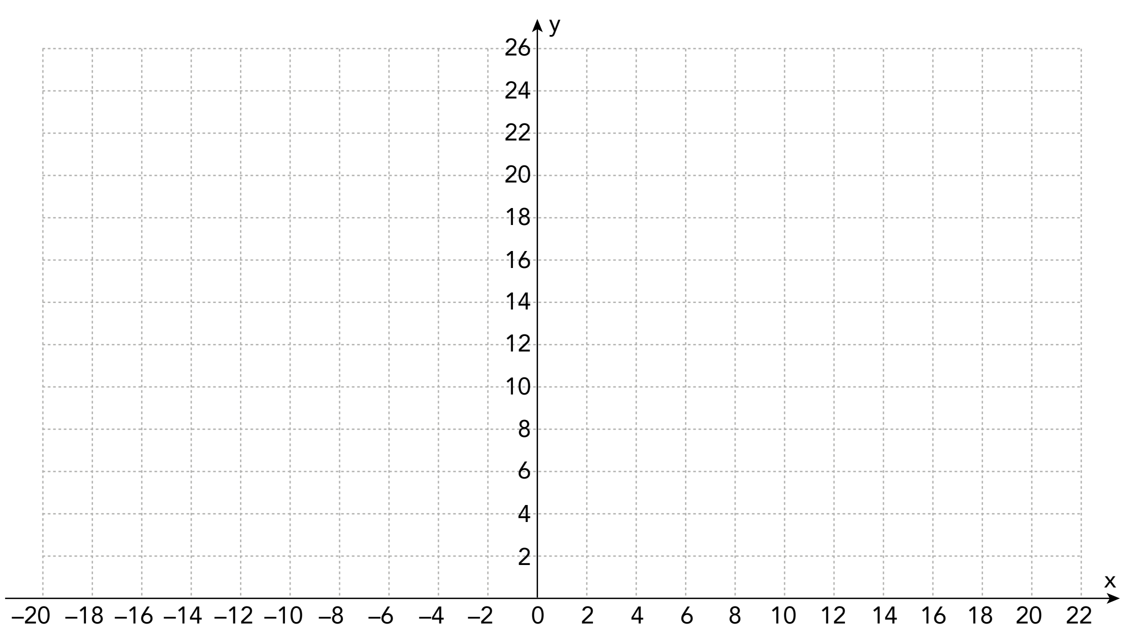


ATIVIDADE 11

Página 177 no Caderno do Aluno

Esboce no mesmo sistema de coordenadas, os gráficos das funções indicadas a seguir :

a) $f(x) = 3^x$ b) $g(x) = 3^{x-1}$ c) $h(x) = 3^{x+1}$ d) $m(x) = 3^{-x}$ e) $n(x) = 3^{-x+1}$

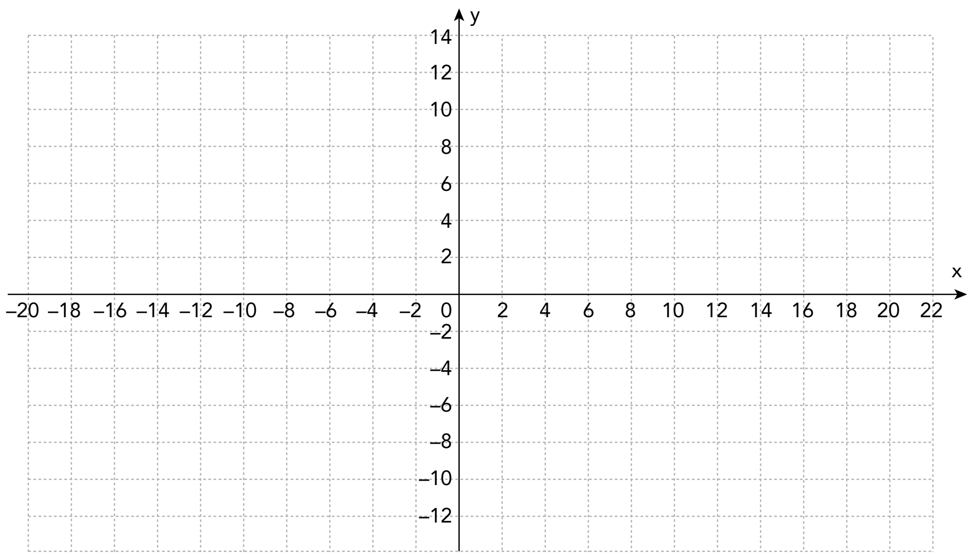


ATIVIDADE 12

Página 178 no Caderno do Aluno

Esboce, no mesmo sistemas de coordenadas, os gráficos das funções indicadas:

a) $f(x) = -x^2$ b) $g(x) = 3 - x^2$ c) $h(x) = \dfrac{1}{3 - x^2}$

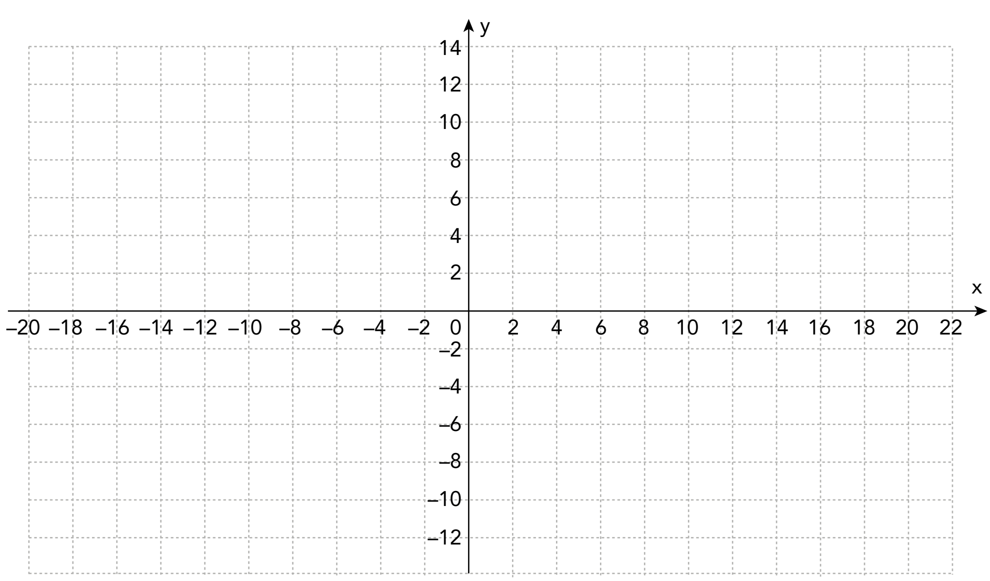


ATIVIDADE 13

Página 178 no Caderno do Aluno

Esboce, no mesmo sistema de coordenadas, os gráficos das funções indicadas

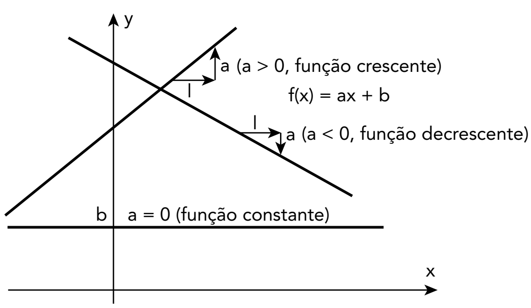
a) $f(x) = 3x^2$ b) $g(x) = -3x^2$ c) $h(x) = \text{sen } x$ d) $m(x) = 3x^2 \cdot \text{sen } x$



TEMA 3: CRESCIMENTO E DECRESCIMENTO DE FUNÇÕES

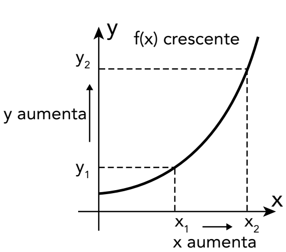
Página 179 no Caderno do Aluno

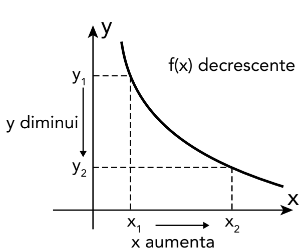
Na 1ª série do Ensino Médio, você já deve ter estudado que as funções polinomiais de 1° grau, expressas na forma f(x) = ax + b, são crescentes (a > 0) ou decrescentes (a < 0), sendo que o coeficiente **a** representa a variação em f(x), quando **x** aumenta em 1 unidade a partir de qualquer valor inicial. O valor de **a** é chamado taxa de variação unitária de f(x), ou somente taxa de variação de f(x). Naturalmente, se a = 0, ou seja se a taxa de variação é zero, então a função f(x) é constante: f(x) = b



taxa de variação = a = variação de f(x) por unidade a mais de x
a = f(x + 1) = f(x) = constante

De modo geral, dizemos que uma função f(x) é crescente nos intervalos em que ocorre o seguinte: se os valores de **x** crescem, então os correspondentes valores de f(x) também crescem. Dizemos que f(x) é decrescente nos intervalos em que ocorre o seguinte: se os valores de **x** crescem, então os correspondentes valores de f(x) decrescem. O significado do crescimento ou do decrescimento do gráfico de f(x) é bastante expressivo:



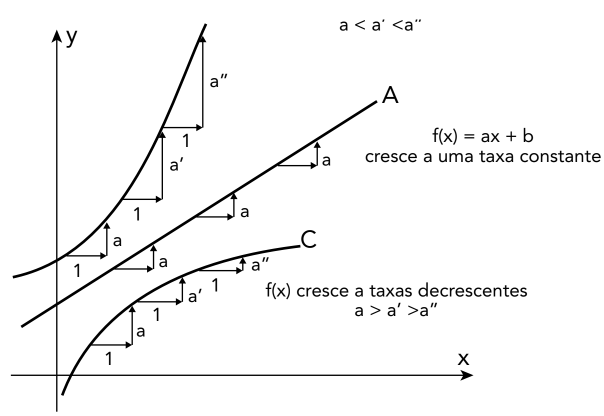


Consideremos uma função que não é de 1° grau, ou seja, cujo gráfico não é uma reta. Ao observá-lo, constatamos que a taxa de variação unitária de f(x), ou seja, a variação de f(x) por unidade a mais de **x**, não é mais constante, isto é, a diferença f(x + 1) – f(x) passa a depender do valor de **x** a partir do qual ela é calculada.

Por exemplo:

- se f(x) = 5x + 7, então f(x + 1) – f(x) = 5(x + 1) + 7 – (5x + 7) = 5, ou seja, a taxa de variação unitária de f(x) = 5x + 7 é constante e igual a 5, exatamente o valor de **a** na função a = 5;
- no entanto, se f(x) = $5x^2$ + 7, então f(x + 1) – f(x) = $5(x + 1)^2$ + 7 – ($5x^2$ + 7) = 10x + 5, ou seja, a taxa de variação unitária de f(x) = $5x^2$ + 7 é igual a 10x + 5; portanto, a taxa varia com o valor de **x** para o ponto considerado.

No que segue, chamaremos de taxa de variação unitária de uma função, para cada valor de **x**, o valor da diferença f(x + 1) – f(x).



Quando uma função f(x) cresce a taxas crescentes, seu gráfico tem a concavidade voltada para cima; quando ela cresce a taxas decrescentes, seu gráfico tem a concavidade voltada para baixo.

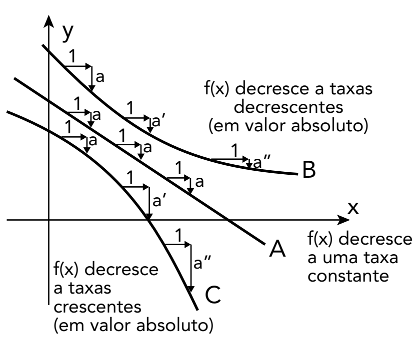
Basicamente, em cada intervalo considerado, estas são as três formas de crescimento:

- crescer linearmente, com taxa de variação constante;
- crescer cada vez mais rapidamente, ou seja, com taxas de variação crescentes, o que faz com que o gráfico resulte encurvado para cima;
- crescer cada vez mais lentamente, o que faz com que o gráfico resulte encurvado para baixo.

De forma análoga, em dado intervalo, uma função pode decrescer de três modos distintos:

- decrescer linearmente, com taxa de variação constante;
- decrescer cada vez mais rapidamente, ou seja, com taxas de variação crescentes em valor absoluto (as taxas são negativas);
- decrescer cada vez mais lentamente, ou seja, com taxas de variação decrescentes em valor absoluto (as taxas são negativas).

O gráfico a seguir ilustra as três formas de decrescimento:



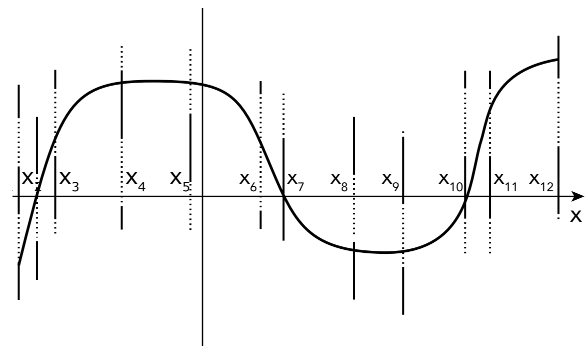
Resumindo:

Quando uma função decresce a taxas decrescentes, seu gráfico tem a concavidade voltada para cima; quando ela decresce a taxas crescentes, seu gráfico tem a concavidade voltada para baixo.

ATIVIDADE 1

Página 180 no Caderno do Aluno

No gráfico a seguir, identifique os intervalos nos quais.



a) a função f(x) é positiva;

b) a função f(x) é negativa;

c) a função f(x) é constante;

d) a função f(x) é crescente;

e) a função f(x) é decrescente;

f) a função f(x) cresce a taxa constante;

g) a função f(x) decresce a taxa constante;

h) a função f(x) cresce a taxas crescentes;

i) a função f(x) cresce a taxas decrescentes;

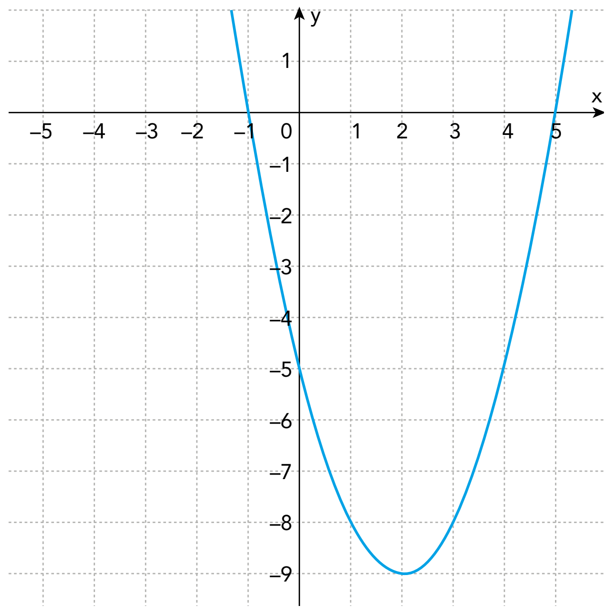
j) a função f(x) decresce a taxas crescentes;

k) a função f(x) decresce a taxas decrescentes.

ATIVIDADE 3

Página 181 no Caderno do Aluno

Considere o gráfico da função polinomial de 2º grau $f(x)= (x - 5) \cdot (x + 1)$ indicado a seguir.



a) Identifique os intervalos em que $f(x) > 0$ e os intervalos em que $f(x) < 0$

b) Identifique os intervalos em que f(x) é crescente e os intervalos em que é decrescente.

c) Qualifique o crescimento e o decrescimento de f(x), informando se eles ocorrem a taxas crescentes ou a taxas decrescentes.

ATIVIDADE 4

Página 182 no Caderno do Aluno

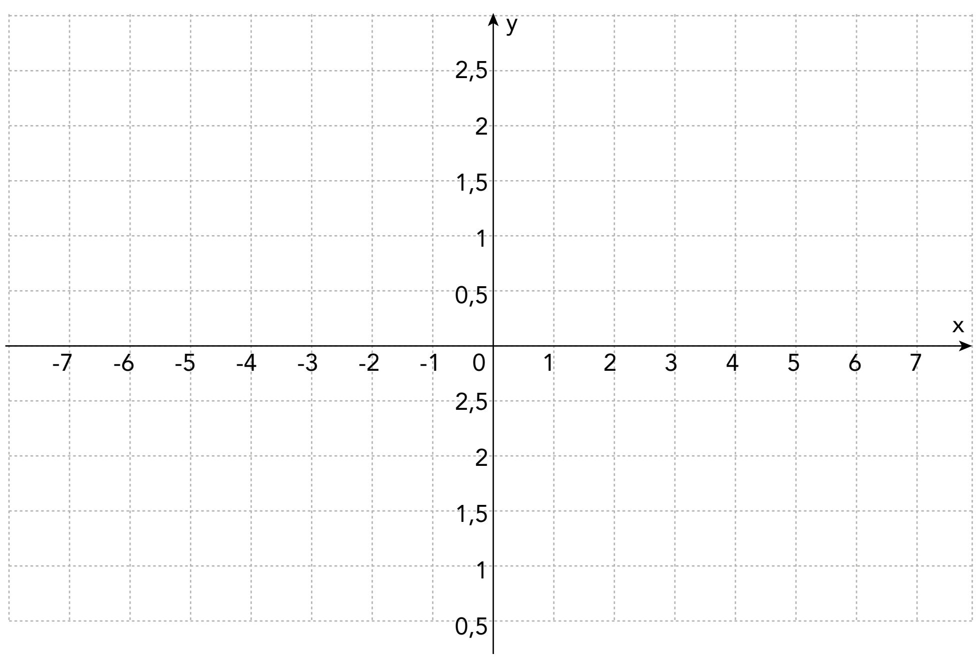
Construa o gráfico das funções a seguir

a) $f(x) = 3^x$

b) $g(x) = 3^{-x}$

c) $h(x) = \log_3 x$

d) $m(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$



Identifique, em cada caso, se a função é crescente ou decrescente, bem como se o crescimento ocorre a taxas crescentes ou a taxas decrescentes

a) ______________________________

b) ______________________________

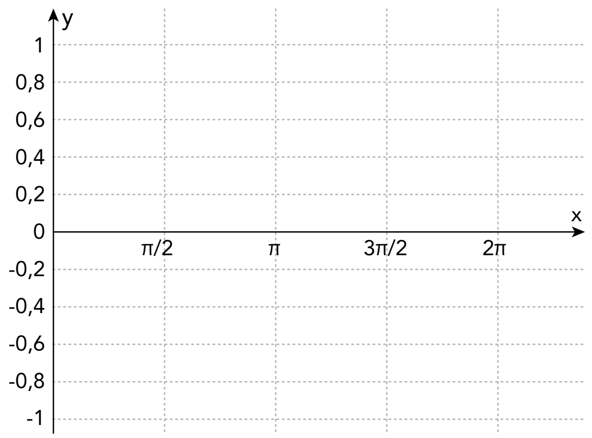
c) ______________________________

d) ______________________________

ATIVIDADE 5

Página 183 no Caderno do Aluno

No mesmo sistema de coordenadas, construa o gráfico das funções $f(x) = \text{sen } x$ e $g(x) = \cos x$ entre $x = 0$ e $x = 2\pi$



a) No intervalo considerado, identifique os trechos em que $f(x)$ e $g(x)$ são crescentes e os trechos em que são decrescentes.

b) Compare os gráficos de $f(x)$ e de $g(x)$, observando que os valores máximos de uma das funções ocorrem nos pontos em que a outra se anula e vice-versa.

c) Compare os gráficos de $f(x)$ e de $g(x)$, verificando que a concavidade de $f(x)$ muda (de gráfico encurvado para baixo para gráfico encurvado para cima ou vice-versa) nos pontos em que $g(x)$ assume valores extremos (máximos ou mínimos) e vice-versa em relação a $g(x)$.

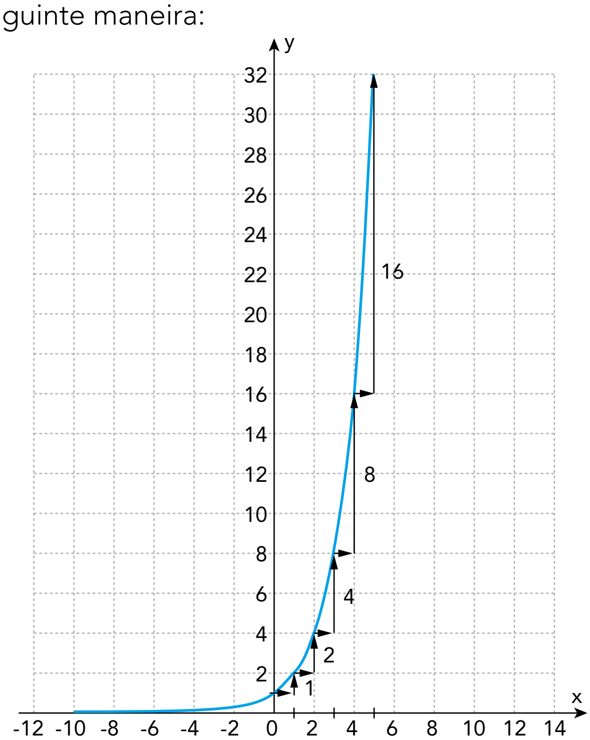
TEMA 4: CRESCIMENTO OU DECRESCIMENTO EXPONENCIAL: O NÚMERO e

Página 184 no Caderno do Aluno

Durante o curso, você já deve ter resolvido vários problemas que envolvem a função exponencial, $f(x) = a^x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$. Neste momento, destacaremos uma propriedade característica, na qual pode ter passado despercebida.

Para exemplificar, vamos considerar a função $\mathbf{f(x) = 2^x}$ e seu gráfico. Iniciaremos o cálculo de f(x), com valores inteiros de x, começando com **x** = 0.

O gráfico da função, será representado da seguinte maneira:



x	2^x	f(x + 1) – f(x)
0	1	1
1	2	2
2	4	4
3	8	8
4	16	16
5	32	32
6	64	64
7	128	...

Notamos que quando **x** aumenta 1 unidade, a partir de x =0, a variação em f(x) é igual, sucessivamente, a 1, 2, 4, 8, 16,..., ou seja, a taxa de variação unitária, que é igual a f(x+1) – f(x), é igual ao valor de f(x).

$f(1) – f(0) = f(0)$ $\quad f(3) – f(2) = f(2)$ $\quad f(5) – f(4) = f(4)$

$f(2) – f(1) = f(1)$ $\quad f(4) – f(3) = f(3)$ $\quad$ e assim por diante.

A taxa de variação unitária de $f(x) = 2^x$ é portanto, igual a f(x).

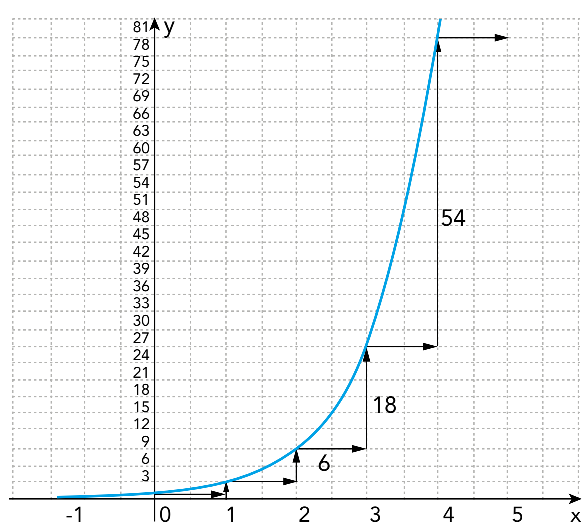
Chamaremos essa taxa de $f_1(x)$. Calculando $f_1(x)$ para um valor qualquer de **x**, temos, de fato:

$$f_1(x) = f(x + 1) – f(x) = 2^{x+1} – 2^x =$$
$$= 2^x \cdot (2 – 1) = 2^x$$

ATIVIDADE 1

Página 184 no Caderno do Aluno

Analogamente ao que foi feito antes para $f(x) = 2^x$, calcule a taxa de variação unitária para $f(x) = 3^x$. Para isso, inicialmente complete a tabela a seguir:



x	3^x	f(x + 1) – f(x)
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

ATIVIDADE 2

Página 185 no Caderno do Aluno

Uma população **p** de bactérias aumenta com uma rapidez diretamente proporcional ao seu valor, em cada instante, ou seja, quanto maior é o valor de **p**, mais rapidamente a população aumenta. Partindo de um valor P_0 = 1 000, observa-se que a população dobra a cada hora, ou seja, o valor de **p** pode ser expresso pela função:

$P = f(t) = 1\,000 \cdot 2^t$ (**t** em horas)

a) Calcule a taxa de variação unitária nos instantes t = 1h e t = 2h.

b) Mostre que o aumento no valor de **P** entre os instantes t = 6h e t = 7h é igual ao valor da população para t = 6h.

ATIVIDADE 3

Página 185 no Caderno do Aluno

A população N de cães, de certa região, cresce exponencialmente de acordo com a expressão $N = f(t) = 600 \cdot 10^t$, sendo **t** em décadas.

a) Calcule a taxa de variação unitária para t = 2 décadas.

b) Mostre que o aumento no valor de **P** entre os instantes t = 7 e t = 8 é igual a 9 vezes o valor da população para t = 7.

Fenômenos naturais e crescimento exponencial – o nascimento do número e.

Você sabia que os números mais frequentemente utilizados, como base de um sistema de logaritmo, são 10 e o número e = 2,71828... .

Este número não é resultado de uma fração decimal periódica, no entanto ele é irracional, ou seja, ele não pode ser obtido por meio do quociente $e = p/q$ de dois inteiros.

Então por que este número é tão importante?

A resposta para a indagação proposta está na variação proporcional das grandezas.

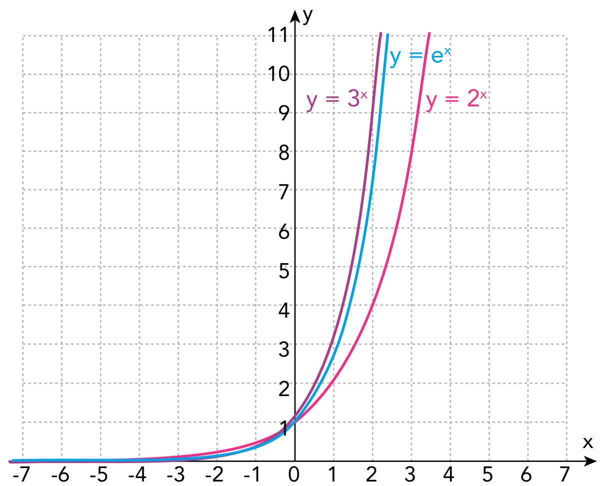
Um tipo de variação mais simples e comumente encontrada, consiste no crescimento (ou decrescimento) da grandeza em cada instante, é proporcional ao valor da grandeza naquele instante. Este tipo de variação ocorre, por exemplo, em questões de juros compostos, crescimento populacional (pessoas ou bactérias), desintegração radioativa, etc.

Em todos os fenômenos dessa natureza, o número e aparece de modo natural e insubstituível, conforme estudaremos nas atividades a serem propostas.

Assim, reafirmamos: sempre que tentamos descrever matematicamente, o modo como variam as funções presentes em fenômenos naturais de diferentes tipos ou financeiras, têm em comum o fato que envolvem grandezas que crescem ou decrescem com uma rapidez é diretamente proporcional ao valor da grandeza em cada instante, naturalmente encontramos o número e .

Um valor aproximado de e pode ser obtido a partir da expressão $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$: quanto maior o valor de **n**, mais próximos estaremos do número e. Para todos os fins práticos $e = 2{,}71828$, ou, com uma aproximação melhor, $e = 2{,}71828182459045$.

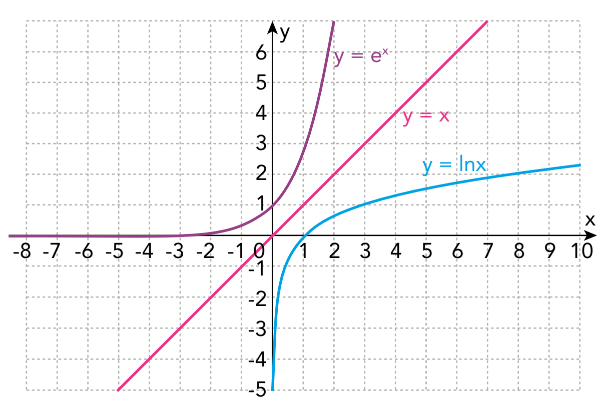
Em consequência, em situações concretas que descrevem fenômenos naturais apresentem crescimento ou decrescimento exponencial, a função $f(x) = e^x$, cujo gráfico apresentamos a seguir, tem uma presença marcante.



Assim como o número e serve de base para uma particular e importante função exponencial, ele também serve para a correspondente função logarítmica: se $y = e^x$, então $x = \log_e y$. Em outras palavras, à função exponencial de base e corresponde a sua inversa, a função logarítmica de base e.

A função $g(x) = \log_e x$ costuma ser representada por $g(x) = \ln x$, uma abreviatura para logaritmo natural de **x**. Os gráficos de $f(x) = e^x$ e de sua inversa, $g(x) = \ln x$, são representados a seguir.

É interessante notar que, como funções inversas, a cada ponto $(a; b)$ do gráfico de $f(x)$ corresponde um ponto $(b; a)$ do gráfico de $g(x)$, ou seja, os gráficos são simétricos em relação à reta $y = x$.



ATIVIDADE 3

Página 187 no Caderno do Aluno

Um investidor aplica uma quantia de R$ 1.000,00 a uma taxa de juros de 12% ao ano. Calcule o valor do **capital investido ao final do primeiro ano**, supondo que:

a) os juros serão incorporados ao capital apenas ao final de cada ano (juros simples);

b) os juros serão distribuídos uniformemente, sendo incorporados ao capital ao final de cada mês;

c) os juros serão incorporados continuamente ao capital (juros compostos) ao longo do ano. (Dado: $e^{0,12} = 1,1275$)

ATIVIDADE 4

Página 187 no Caderno do Aluno

Quando uma substância radioativa se decompõe, a rapidez com que ela se transforma é diretamente proporcional à quantidade restante, em cada momento, ou seja, seu decrescimento é exponencial. Sabendo que a massa inicial m_0 de certa substância radioativa é 60 g e se reduz à metade, a cada 4 h, determine a expressão de sua massa **m** em função do tempo **t** em horas:

a) supondo que $m(t) = m_0 \cdot 2^{bt}$, determine o valor de **b**;

b) supondo que $m(t) = e^{at}$, determine o valor de **a**;

c) mostre que as expressões obtidas nos itens a) e b) são equivalentes;

d) calcule a massa restante após 8 horas;

e) após quanto tempo a massa restante será igual a 12g?

MOMENTO DIGITAL

Construção de gráficos com o auxílio de um *software*.

Alguns *softwares* livres, como o *Graphmatica, GeoGebra* ou o *Winplot*, podem ser utilizados para construir gráficos de funções de vários tipos.

Para aprofundar os estudos propostos, neste caderno, você poderá efetuar o *download* de alguns dos programas de geometria dinâmica, mencionados anteriormente.

Tomaremos como exemplo a utilização do *software GeoGebra*, que pode ser utilizado tanto em computadores pessoais, bem como em aparelhos móveis (*tablets* ou celulares).

Para baixar os diferentes produtos oferecidos, acesse pela internet o site: https://www.geogebra.org/, acesso em 09/04/2019.

No nosso caso, sugerimos que efetuem o *download* do programa denominado *GeoGebra* Clássico, para utilizar em computadores pessoais.

O programa mencionado possui duas funcionalidades, além do usuário explorar todas as funcionalidades da Geometria Dinâmica, ele também é um plotador gráfico.

Para a utilização em aparelhos móveis sugerimos dois programas: a Calculadora gráfica e o Geometria

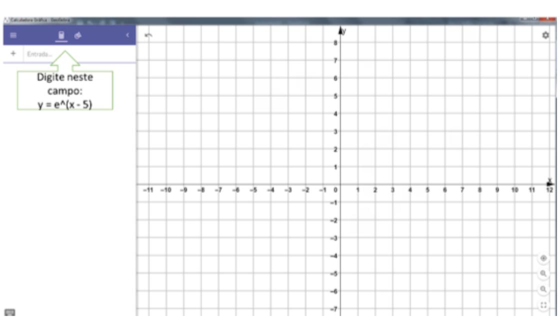
Para aparelhos móveis que utilizam o sistema *Android* o *download*, da Calculadora Gráfica, pode ser obtido por meio da leitura do seguinte QR code:

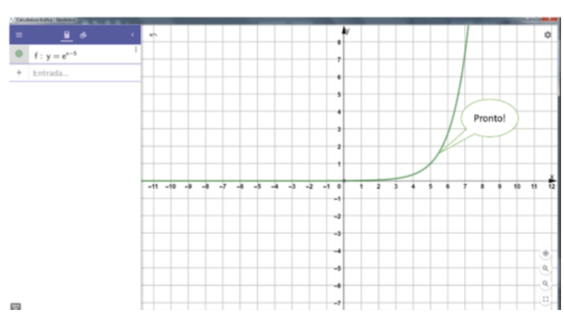
Para aparelhos que utilizam o sistema *IOS* o *download*, da Calculadora Gráfica, pode ser obtido por meio da leitura do seguinte QR code.

Para aparelhos móveis que utilizam o sistema *Android* o *download* do programa Geometria pode ser obtido por meio do seguinte QR code.

O *GeoGebra on-line* está disponível na URL: https://www.geogebra.org/graphing, acesso em 09/04/2019 ou pelo QR code:

Como exemplo de aplicação do software construiremos o gráfico de





ATIVIDADE 5

Página 189 no Caderno do Aluno

Agora é sua vez!!

Esboce o gráfico das funções:

a) $g(x) = e^{-x}$

b) $h(x) = 13 \cdot e^{(x+1)}$

c) $m(x) = -7 \cdot e^{(1-x)}$

Anotações:

ATIVIDADE 6

Página 189 no Caderno do Aluno

Utilizando um *software*, faça os gráficos das quatro funções a seguir, em um mesmo sistema de eixos, e responda às perguntas.

$f(x) = e^{x}$

$g(x) = e^{-x}$

$h(x) = \ln x \ (h > 0)$

$m(x) = \ln(-x) \ (x < 0)$

a) Qual das funções cresce a taxas crescentes?

b) Qual das funções cresce a taxas decrescentes?

c) Qual das funções decresce a taxas crescentes?

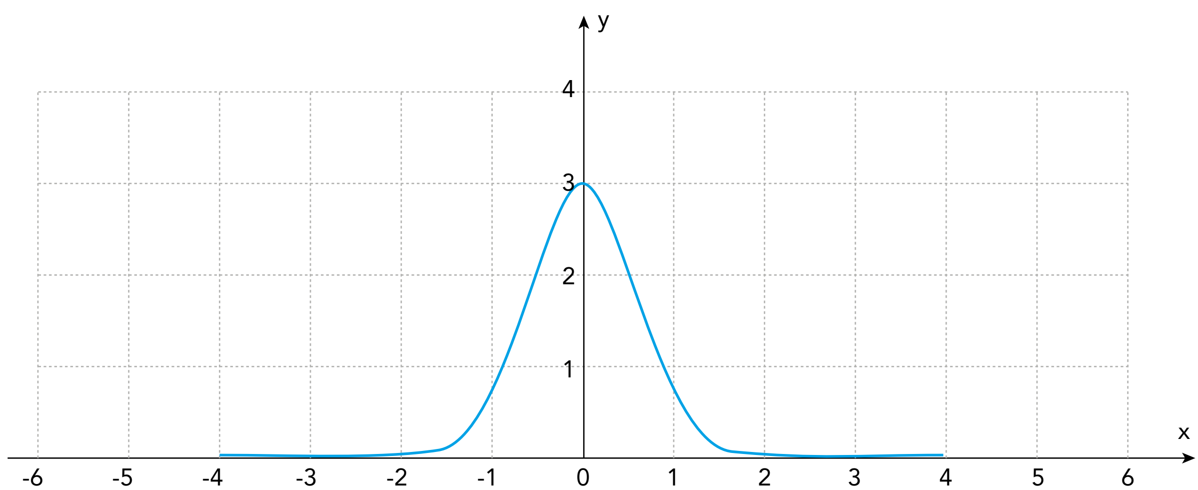
d) Qual das funções decresce a taxas decrescentes?

ATIVIDADE 7

Página 190 no Caderno do Aluno

O gráfico da função $f(x) = e^{-x^2}$ é chamado curva normal e representa a distribuição, em torno do valor médio das frequências de ocorrência de um experimento aleatório em uma população. Muitas medidas de características físicas como altura, massa, dimensões dos pés, dos colarinhos, entre outras ao serem representadas estatisticamente, conduzem a uma curva normal. De forma geral, as diversas curvas do tipo normal (ou curva de Gauss) são do tipo $f(x) = a \cdot e^{-b \cdot x^2}$, com diversos valores para os parâmetros **a** e **b**.

A seguir temos um exemplo de uma curva normal, dada pela função $f(x) = 2 \cdot e^{-2 \cdot x^2}$



Utilizando um programa para construção de gráficos, elabore algumas curvas de Gauss, variando os valores dos parâmetros **a** e **b**.

EQUIPE DE ELABORAÇÃO – ENSINO FUNDAMENTAL

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO

COORDENADORIA PEDAGÓGICA – COPED

Coordenador
Caetano Pansani Siqueira

Diretora do Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão Pedagógica – DECEGEP
Valéria Arcari Muhi

Diretora do Centro de Ensino Médio – CEM
Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho

Diretora do Centro de Anos Finais do Ensino Fundamental – CEFAF
Carolina dos Santos Batista Murauskas

ÁREA DE CIÊNCIAS DA NATUREZA – CIÊNCIAS

Ciências
Aparecida Kida Sanches *– Equipe Curricular de Biologia*; Robson Cleber da Silva – *Equipe Curricular de Ciências* – Arnaldo da Silva Santana – *PCNP da D.E. Santos*; Cássia Rosalina Príncipe Voigt – *PCNP da D.E. Leste 1*; Elizabeth Reymi Rodrigues – *PCNP da D.E. Mogi das Cruzes*; Luciana Maria Victoria – *PCNP da D.E. Piracicaba*; Marceline de Lima – *PCNP da D.E. Bragança Paulista*; Rosimeire da Cunha – *PCNP da D.E. São Vicente*; Silvana Roberto Tonon – *PCNP da D.E. Campinas Leste*.

ÁREA DE CIÊNCIAS HUMANAS – GEOGRAFIA E HISTÓRIA

Geografia
Andreia Cristina Barroso Cardoso *– SEDUC/COPED/Equipe Curricular de Geografia*; Sergio Luiz Damiati *– SEDUC/COPED/Equipe Curricular de Geografia*; Alexandre Cursino Borges Júnior *– PCNP da D.E. Guaratinguetá*; Beatriz Michele Moço Dias *– PCNP da D.E. Taubaté*; Bruna Capóia Trescenti *– PCNP da D.E Itu*; Cleunice Dias de Oliveira *– PCNP da D.E. São Vicente*; Cristiane Cristina Olímpio *– PCNP da D.E. Pindamonhangaba*; Dulcinéa da Silveira Ballestero *– PCNP da D.E. Leste 5*; Elizete Buranello Perez *– PCNP da D.E. Penápolis*; Márcio Eduardo Pedrozo *– PCNP da D.E. Americana*; Rosenei Aparecida Ribeiro Libório *– PCNP da D.E. Ourinhos*; Sheila Aparecida Pereira de Oliveira *– PCNP da D.E. Leste 2*; Shirley Schweizer *– PCNP da D.E. Botucatu*; Simone Regiane de Almeida Cuba *– PCNP da D.E. Caraguatatuba*; Telma Riggio *– PCNP da D.E. Itapetininga*; Viviane Maria Bispo *– PCNP da D.E. José Bonifácio; Roseli Pereira de Araújo – PCNP da D.E. Bauru; Regina Célia Batista – PCNP da D.E. Pirajú; Sandra Raquel Scassola Dias – PCNP da D.E. Tupã.*
Leitura Crítica: Alexandre Cursino Borges Júnior *– PCNP da D.E. Guaratinguetá*; Andreia Cristina Barroso Cardoso *– SEDUC/COPED/Equipe Curricular de Geografia*; Beatriz Michele Moço Dias *– PCNP da D.E. Taubaté*; Sergio Luiz Damiati *– SEDUC/COPED/Equipe Curricular de Geografia.*

História
André Calazans dos Santos *– PCNP da D.E. Piracicaba;* Douglas Eduardo de Sousa *– PCNP da D.E. Miracatu;* Edi Wilson Silveira *– PCNP da D.E. Santo André;* Flávia Regina Novaes Tobias *– PCNP da D.E. Itapevi;* Gelson dos Santos Rocha *– PCNP da D.E. Suzano;* Gerson Francisco de Lima *– PCNP da D.E. Itararé;* Isis Fernanda Ferrari *– PCNP da D.E. Americana;* Marco Alexandre de Aguiar *– PCNP da D.E. Botucatu;* Maristela Coccia Moreira de Souza *– PCNP da D.E. Campinas Oeste;* Maria Aparecida Cirilo *– PCNP da D.E. Diadema;* Osvaldo Alves Santos Júnior *– PCNP da D.E. Centro-Sul;* Priscila Lourenço Soares Santos *– PCNP da D.E. Sul 1;* Rodrigo Costa Silva *– PCNP da D.E. Assis;* Tiago Haidem de Araujo Lima Talacimo *– PCNP da D.E. Santos.*
Revisores de História: Isis Fernanda Ferrari *– PCNP da D.E. Americana;* Edi Wilson Silveira *– COPED – SEDUC*
Colaboradoras: Revisora de Língua Portuguesa: Iranéia Loiola de Souza Dantas *– D.E. Miracatu* | **Revisora de História:** Clarissa Bazzanelli Barradas *– COPED – SEDUC*

ÁREA DE LINGUAGENS – ARTE, EDUCAÇÃO FÍSICA, INGLÊS E LINGUA PORTUGUESA

Arte
Carlos Eduardo Povinha – *Equipe Curricular de Arte*; Eduardo Martins Kebbe – *Equipe Curricular de Arte*; Ana Maria Minari de Siqueira – *PCNP da D. E. são José dos Campos*; Débora David Guidolín – *PCNP da D.E. Ribeirão Preto*; Djalma Abel Novaes – *PCNP da D.E. Guaratinguetá*; Eliana Florindo – *PCNP da D. E. Suzano*; Elisangela Vicente Prismit – *PCNP da D.E. Centro Oeste*; Evania Rodrigues Moraes Escudeiro – *PCNP da D.E. Caraguatatuba*; Madalena Ponce Rodrigues – *PCNP da D.E. Botucatu*; Marilia Marcondes de Moraes Sarmento e Lima Torres – *PCNP da D. E. São Vicente*; Pedro Kazuo Nagasse – *PCNP da D. E. Jales*; Renata Aparecida de Oliveira dos Santos – *PCNP da D.E. Caieiras*; Roberta Jorge Luz – *PCNP da D. E. Sorocaba*; Silmara Lourdes Truzzi – *PCNP da D.E. Marília.*

Educação Física
Luiz Fernando Vagliengo – *Equipe Curricular de Educação Física*; Sandra Pereira Mendes – *Equipe Curricular de Educação Física*; Diego Diaz Sanchez – *PCNP da DE Guarulhos Norte*; Felipe Augusto Lucci – *PCNP da DE Itu*; Flavia Naomi Kunihira Peixoto – *PCNP da DE Suzano*; Gislaine Procópio Querido – *PCNP da DE São Roque*; Isabela Muniz dos Santos Cáceres – *PCNP da DE de Votorantim*; Janaina Pazeto Domingos – *PCNP da DE Sul 3*; Katia Mendes Silva – *PCNP da DE Andradina*; Lígia Estronioli de Castro – *PCNP da DE Bauru*; Maria Izildinha Marcelino – *PCNP da DE Osasco*; Nabil José Awad – *PCNP da DE Caraguatatuba*; Neara Isabel de Freitas Lima – *PCNP da DE Sorocaba*; Sandra Regina Valadão – *PCNP da DE Taboão da Serra*; Tiago Oliveira dos Santos – *PCNP da DE Lins*; Thaisa Pedrosa Silva Nunes – *PCNP da DE Tupã*.

Inglês
Catarina Reis Matos da Cruz – *PCNP da D.E. Leste2*; Jucimeire de Souza Bispo – *COPED – CEFAF – LEM*; Leonardo Campos Antunes Moreira – *PCNP da D.E Itapetininga*; Liana Maura Antunes da Silva Barreto – *PCNP da D.E. Centro*; Marisa Mota Novais Porto – *PCNP da D.E. Carapicuíba*; Nelise Maria Abib Penna Pagnan – *PCNP da D.E. Centro-Oeste*; Sônia Aparecida Martins Peres – *PCNP da D.E. Osasco*; Viviane Barcellos Isidorio – *PCNP da D.E. São José dos Campos*.

Língua Portuguesa
Alessandra Junqueira Vieira Figueiredo; Alzira Maria Sá Magalhães Cavalcante; Andrea Righeto; Cristiane Alves de Oliveira; Daniel Carvalho Nhani; Daniel Venâncio; Danubia Fernandes Sobreira Tasca; Eliane Cristina Gonçalves Ramos; Igor Rodrigo Valério Matias; Jacqueline da Silva Souza; João Mário Santana; Katia Amâncio Cruz; Letícia Maria de Barros Lima Viviani; Lidiane Maximo Feitosa; Luiz Fernando Biasi; Márcia Regina Xavier Gardenal; Martha Wassif Salloume Garcia; Neuza de Mello Lopes Schonherr; Patrícia Fernanda Morande Roveri; Reginaldo Inocenti; Rodrigo César Gonçalves; Shirlei Pio Pereira Fernandes; Sônia Maria Rodrigues; Tatiana Balli; Valquiria Ferreira de Lima Almeida; Viviane Evangelista Neves Santos; William Ruotti
Organização, adaptação/elaboração parcial e validação: Katia Regina Pessoa; Mary Jacomine da Silva; Mara Lucia David; Marcos Rodrigues Ferreira; Teônia de Abreu Ferreira.

ÁREA DE MATEMÁTICA

Matemática
Ilana Brawerman – *Equipe Curricular de Matemática*; João dos Santos Vitalino – *Equipe Curricular de Matemática*; Maria Adriana Pagan – *Equipe Curricular de Matemática*; Otávio Yoshio Yamanaka – *Equipe Curricular de Matemática*; Vanderley Aparecido Cornatione – *Equipe Curricular de Matemática*; Benedito de Melo Longuini – *PCNP da D.E. Pirassununga*; Delizabeth Evanir Malavazzi – *PCNP da D.E. Fernandópolis*; Edson dos Santos Pereira – *PCNP da D.E. Centro Sul*; Eliã Gimenez Costa – *PCNP da D.E. Votorantim*; Erika Aparecida Navarro Rodrigues – *PCNP da D.E. Presidente Prudente*; Fernanda Machado Pinheiro – *PCNP da D.E. Jales*; Inês Chiarelli Dias – *PCNP da D.E. Campinas Oeste*; Leandro Geronazzo – *PCNP da D.E. Guarulhos Sul*; Lilian Ferolla de Abreu – *PCNP da D.E. Taubaté*; Lilian Silva de Carvalho – *PCNP da D.E. São Carlos*; Luciane Ramos Américo – *PCNP da D.E. São Vicente*; Lúcio Mauro Carnaúba – *PCNP da D.E. Osasco*; Malcon Pulvirenti Marques – *PCNP da D.E. Sul 1*; Marcelo Balduíno – *PCNP da D.E. Guarulhos Norte*; Maria Dênes Tavares da Silva – *PCNP da D.E. Itapevi*; Osvaldo Joaquim dos Santos – *PCNP da D.E. Jundiaí*; Rodrigo Soares de Sá – *PCNP da D.E. Avaré*; Simoni Renata e Silva Perez – *PCNP da D.E. Campinas Leste*; Sueli Aparecida Gobbo Araújo – *PCNP da D.E. Piracicaba*; Willian Casari de Souza – *PCNP da D.E. Araçatuba*.
Colaboradore(a)s: Andréia Toledo de Lima – *PCNP da D.E. Centro Sul*; Cristina Inácio Neves – *PCNP da D.E. Centro Sul*; Elaine Aparecida Giatti – *PCNP da D.E. Centro Sul*; Lyara Araújo Gomes Garcia – *PCNP da D.E. Taubaté*; Marcel Alessandro de Almeida – *PCNP da D.E. Araçatuba*; Patricia Casagrande Malaguetta – *PCNP da D.E. Piracicaba*; Rosilaine Sanches Martins – *PCNP da D.E. Jales*; Ruanito Vomieiro de Souza – *PCNP da D.E. Fernandópolis*; Wanderlei Aparecida Grenchi – *PCNP da D.E. São Vicente*.
Revisão Língua Portuguesa: Lia Suzana de Castro Gonzalez

Impressão e Acabamento
Imprensa Oficial do Estado S/A – IMESP

Projeto Gráfico
Fernanda Buccelli

Diagramação
Marli Santos de Jesus; Fernanda Buccelli
Teresa Lucinda Ferreira de Andrade;
Ricardo Ferreira; Vanessa Merizzi e Fátima Consales

Tratamento de Imagens
Tiago Cheregati; Leonidio Gomes

EQUIPE DE ELABORAÇÃO – ENSINO MÉDIO

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO

COORDENADORIA PEDAGÓGICA – COPED

Coordenador
Caetano Pansani Siqueira

Diretora do Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão Pedagógica – DECEGEP
Valéria Arcari Muhi

Diretora do Centro de Ensino Médio – CEM
Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho

Diretora do Centro de Anos Finais do Ensino Fundamental – CEFAF
Carolina dos Santos Batista Murauskas

ÁREA DE CIÊNCIAS DA NATUREZA

BIOLOGIA
Aparecida Kida Sanches – *Equipe Curricular de Biologia*; Airton dos Santos Bartolotto – *PCNP da D.E. de Santos*; Evandro Rodrigues Vargas Silvério – *PCNP da D.E. de Apiaí*; Ludmila Sadokoff – *PCNP da D.E. de Caraguatatuba*; Marcelo da Silva Alcantara Duarte – *PCNP da D.E. de São Vicente*; Marly Aparecida Giraldelli Marsulo – *PCNP da D.E. de Piracicaba*; Paula Aparecida Borges de Oliveira – *PCNP da D.E. Leste 3*

FÍSICA
Ana Claudia Cossini Martins – *PCNP D.E. José Bonifácio*; Debora Cíntia Rabello – *PCNP D.E. Santos*; Dimas Daniel de Barros – *PCNP D.E. São Roque*; Jefferson Heleno Tsuchiya – *Equipe Curricular de Física*; José Rubens Antoniazzi Silva – *PCNP D.E. Tupã*; Juliana Pereira Thomazo – *PCNP D.E. São Bernardo do Campo*; Jussara Alves Martins Ferrari – *PCNP D.E. Adamantina*; Valentina Aparecida Bordignon Guimarães – *PCNP DE Leste 5*

QUÍMICA
Cristiane Marani Coppini – *PCNP D.E. São Roque*; Laura Camargo de Andrade Xavier – *PCNP D.E. Registro*; Natalina de Fátima Mateus – *PCNP D.E. Guarulhos Sul;* Wilian Guirra de Jesus – *PCNP D.E. Franca*; Xenia Aparecida Sabino – *PCNP D.E. Leste 5*

ÁREA DE CIÊNCIAS HUMANAS

GEOGRAFIA
Andreia Cristina Barroso Cardoso – *SEDUC/COPED/Equipe Curricular de Geografia*; Sergio Luiz Damiati – *SEDUC/COPED/Equipe Curricular de Geografia*; Alexandre Cursino Borges Júnior – *PCNP da D.E. Guaratinguetá*; Beatriz Michele Moço Dias – *PCNP da D.E. Taubaté*; Bruna Capóia Trescenti – *PCNP da D.E Itu*; Cleunice Dias de Oliveira – *PCNP da D.E. São Vicente*; Cristiane Cristina Olímpio – *PCNP da D.E. Pindamonhangaba*; Dulcinéa da Silveira Ballestero – *PCNP da D.E. Leste 5*; Elizete Buranello Perez – *PCNP da D.E. Penápolis*; Márcio Eduardo Pedrozo – *PCNP da D.E. Americana*; Rosenei Aparecida Ribeiro Libório – *PCNP da D.E. Ourinhos*; Sheila Aparecida Pereira de Oliveira – *PCNP da D.E. Leste 2*; Shirley Schweizer – *PCNP da D.E. Botucatu*; Simone Regiane de Almeida Cuba – *PCNP da D.E. Caraguatatuba*; Telma Riggio – *PCNP da D.E. Itapetininga*; Viviane Maria Bispo – *PCNP da D.E. José Bonifácio; Roseli Pereira de Araújo – PCNP da D.E. Bauru; Regina Célia Batista – PCNP da D.E. Pirajú; Sandra Raquel Scassola Dias – PCNP da D.E. Tupã.*

Leitura Crítica
Alexandre Cursino Borges Júnior – *PCNP da D.E. Guaratinguetá*; Andreia Cristina Barroso Cardoso – *SEDUC/COPED/Equipe Curricular de Geografia*; Beatriz Michele Moço Dias – *PCNP da D.E. Taubaté*; Sergio Luiz Damiati – *SEDUC/COPED/Equipe Curricular de Geografia.*

FILOSOFIA
Erica Cristina Frau – *PCNP da DRE Campinas Oeste*
Tânia Gonçalves – *SEDUC/COPED/CEM – Equipe Curricular*

Leitor Crítico
Professor Carlos Henrique Caetano – *E.E. Ruy Rodriguez – DRE Campinas Oeste.*

Organização e diagramação
Erica Cristina Frau – PCNP da DRE Campinas Oeste
Tânia Gonçalves - SEDUC/COPED/CEM – Equipe Curricular

HISTÓRIA
André Calazans dos Santos – *PCNP da D.E. Piracicaba;* Douglas Eduardo de Sousa – *PCNP da D.E. Miracatu;* Edi Wilson Silveira – *PCNP da D.E. Santo André;* Flávia Regina Novaes Tobias – *PCNP da D.E. Itapevi;* Gelson dos Santos Rocha – *PCNP da D.E. Suzano;* Gerson Francisco de Lima – *PCNP da D.E. Itararé;* Isis Fernanda Ferrari – *PCNP da D.E. Americana;* Marco Alexandre de Aguiar – *PCNP da D.E. Botucatu;* Maristela Coccia Moreira de Souza – *PCNP da D.E. Campinas Oeste;* Maria Aparecida Cirilo – *PCNP da D.E. Diadema;* Osvaldo Alves Santos Júnior – *PCNP da D.E. Centro-Sul;* Priscila Lourenço Soares Santos – *PCNP da D.E. Sul 1;* Rodrigo Costa Silva – *PCNP da D.E. Assis;* Tiago Haidem de Araujo Lima Talacimo – *PCNP da D.E. Santos.*

Revisores de História: Isis Fernanda Ferrari – *PCNP da D.E. Americana;* Edi Wilson Silveira – *COPED – SEDUC*

Colaboradoras: Revisora de Língua Portuguesa: Iranéia Loiola de Souza Dantas – *D.E. Miracatu* | **Revisora de História:** Clarissa Bazzanelli Barradas – *COPED – SEDUC*

Organização e diagramação
Edi Wilson Silveira – *COPED – SEDUC*; Viviane Pedroso Domingues Cardoso – *CEJA – COPED – SEDUC*; Isis Fernanda Ferrari – *PCNP da D.E. Americana*; Priscila Lourenço Soares Santos – *PCNP da D.E. Sul 1*

SOCIOLOGIA
Emerson Costa – SEDUC/COPED/CEM – *Equipe Curricular de Ciências Humanas*; Ilana Henrique dos Santos – *PCNP de Sociologia da D.E. Leste 1*

Revisão
Emerson Costa – *SEDUC/COPED/CEM – Equipe Curricular de Ciências Humanas*; Ilana Henrique dos Santos – *PCNP de Sociologia da D.E. Leste 1*

Organização e diagramação
Emerson Costa – *SEDUC/COPED/CEM – Equipe Curricular de Ciências Humanas*

ÁREA DE LINGUAGENS

ARTE
Carlos Eduardo Povinha – *Equipe Curricular de Arte*; Eduardo Martins kebbe – *Equipe Curricular de Arte*; Ana Maria Minari de Siqueira – *PCNP da D. E. são José dos Campos*; Débora David Guidolín – *PCNP da D.E. Ribeirão Preto*; Djalma Abel Novaes – *PCNP da D.E. Guaratinguetá*; Eliana Florindo – *PCNP da D. E. Suzano*; Elisangela Vicente Prismit – *PCNP da D.E. Centro Oeste*; Evania Rodrigues Moraes Escudeiro – *PCNP da D.E. Caraguatatuba*; Madalena Ponce Rodrigues – *PCNP da D.E. Botucatu*; Marilia Marcondes de Moraes Sarmento e Lima Torres – *PCNP da D. E. São Vicente*; Pedro Kazuo Nagasse – *PCNP da D. E. Jales*; Renata Aparecida de Oliveira dos Santos – *PCNP da D.E. Caieiras*; Roberta Jorge Luz – *PCNP da D. E. Sorocaba*; Silmara Lourdes Truzzi – *PCNP da D.E. Marília*

EDUCAÇÃO FÍSICA
Luiz Fernando Vagliengo – *Equipe Curricular de Educação Física*; Sandra Pereira Mendes – *Equipe Curricular de Educação Física*; Diego Diaz Sanchez – *PCNP da D.E. Guarulhos Norte*; Felipe Augusto Lucci – *PCNP da D.E. Itu*; Flavia Naomi Kunihira Peixoto – *PCNP da D.E. Suzano*; Gislaine Procópio Querido – *PCNP da D.E. São Roque*; Isabela Muniz dos Santos Cáceres – *PCNP da D.E. Votorantim*; Janaina Pazeto Domingos – *PCNP da D.E. Sul 3*; Katia Mendes Silva – *PCNP da D.E. Andradina*; Lígia Estronioli de Castro – *PCNP da D.E. Bauru*; Maria Izildinha Marcelino – *PCNP da D.E. Osasco*; Nabil; José Awad – *PCNP da D.E. Caraguatatuba*; Neara Isabel de Freitas Lima – *PCNP da D.E. Sorocaba*; Sandra Regina Valadão – *PCNP da D.E. Taboão da Serra*; Tiago Oliveira dos Santos – *PCNP da D.E. Lins* ; Thaisa Pedrosa Silva Nunes – *PCNP da D.E. Tupã*

INGLÊS
Catarina Reis Matos da Cruz – *PCNP da D.E. Leste2*; Jucimeire de Souza Bispo – *COPED – CEFAF – LEM*; Leonardo Campos Antunes Moreira – *PCNP da D.E Itapetininga*; Liana Maura Antunes da Silva Barreto – *PCNP da D.E. Centro*; Marisa Mota Novais Porto – *PCNP da D.E. Carapicuíba*; Nelise Maria Abib Penna Pagnan – *PCNP da D.E. Centro-Oeste*; Sônia Aparecida Martins Peres – *PCNP da D.E. Osasco*; Viviane Barcellos Isidorio – *PCNP da D.E. São José dos Campos.*

LÍNGUA PORTUGUESA
Alessandra Junqueira Vieira Figueiredo; Alzira Maria Sá Magalhães Cavalcante; Andrea Righeto; Cristiane Alves de Oliveira; Daniel Carvalho Nhani; Daniel Venâncio; Danubia Fernandes Sobreira Tasca; Eliane Cristina Gonçalves Ramos; Igor Rodrigo Valério Matias; Jacqueline da Silva Souza; João Mário Santana; Katia Alexandra Amâncio Cruz; Letícia Maria de Barros Lima Viviani; Lidiane Maximo Feitosa; Luiz Fernando Biasi; Márcia Regina Xavier Gardenal; Martha Wassif Salloume Garcia; Neuza de Mello Lopes Schonherr; Patrícia Fernanda Morande Roveri; Reginaldo Inocenti; Rodrigo César Gonçalves; Shirlei Pio Pereira Fernandes; Sônia Maria Rodrigues; Tatiana Balli; Valquiria Ferreira de Lima Almeida; Viviane Evangelista Neves Santos; William Ruotti

Organização, adaptação/elaboração parcial e validação
Katia Regina Pessoa; Mary Jacomine da Silva; Mara Lucia David; Marcos Rodrigues Ferreira; Teônia de Abreu Ferreira

MATEMÁTICA

Ilana Brawerman – *Equipe Curricular de Matemática*; João dos Santos Vitalino – *Equipe Curricular de Matemática*; Maria Adriana Pagan – *Equipe Curricular de Matemática*; Otávio Yoshio Yamanaka – *Equipe Curricular de Matemática*; Vanderley Aparecido Cornatione – *Equipe Curricular de Matemática*; Benedito de Melo Longuini – *PCNP da D.E. Pirassununga*; Delizabeth Evanir Malavazzi – *PCNP da D.E. Fernandópolis*; Edson dos Santos Pereira – *PCNP da D.E. Centro Sul*; Eliã Gimenez Costa – *PCNP da D.E. Votorantim*; Erika Aparecida Navarro Rodrigues – *PCNP da D.E. Presidente Prudente*; Fernanda Machado Pinheiro – *PCNP da D.E. Jales*; Inês Chiarelli Dias – *PCNP da D.E. Campinas Oeste*; Leandro Geronazzo – *PCNP da D.E. Guarulhos Sul*; Lilian Ferolla de Abreu – *PCNP da D.E. Taubaté*; Lilian Silva de Carvalho – *PCNP da D.E. São Carlos*; Luciane Ramos Américo – *PCNP da D.E. São Vicente*; Lúcio Mauro Carnaúba – *PCNP da D.E. Osasco*; Malcon Pulvirenti Marques – *PCNP da D.E. Sul 1*; Marcelo Balduíno – *PCNP da D.E. Guarulhos Norte*; Maria Dênes Tavares da Silva – *PCNP da D.E. Itapevi*; Osvaldo Joaquim dos Santos – *PCNP da D.E. Jundiaí*; Rodrigo Soares de Sá – *PCNP da D.E. Avaré*; Simoni Renata e Silva Perez – *PCNP da D.E. Campinas Leste*; Sueli Aparecida Gobbo Araújo – *PCNP da D.E. Piracicaba*; Willian Casari de Souza – *PCNP da D.E. Araçatuba*

Colaboradore(a)s
Andréia Toledo de Lima – *PCNP da D.E. Centro Sul*; Cristina Inácio Neves – *PCNP da D.E. Centro Sul*; Elaine Aparecida Giatti – *PCNP da D.E. Centro Sul*; Lyara Araújo Gomes Garcia – *PCNP da D.E. Taubaté*; Marcel Alessandro de Almeida – *PCNP da D.E. Araçatuba*; Patricia Casagrande Malaguetta – *PCNP da D.E. Piracicaba*; Rosilaine Sanches Martins – *PCNP da D.E. Jales*; Ruanito Vomieiro de Souza – *PCNP da D.E. Fernandópolis*; Wanderlei Aparecida Grenchi – *PCNP da D.E. São Vicente*

Revisão Língua Portuguesa
Lia Suzana de Castro Gonzalez

Impressão e Acabamento
Imprensa Oficial do Estado S/A – IMESP

Projeto Gráfico
Fernanda Buccelli

Diagramação
Marli Santos de Jesus; Fernanda Buccelli; Teresa Lucinda Ferreira de Andrade; Ricardo Ferreira; Vanessa Merizzi; Fátima Consales; Isabel Gomes Ferreira

Tratamento de Imagens
Tiago Cheregati; Leonidio Gomes

SÃO PAULO
GOVERNO DO ESTADO

Secretaria de Educação